INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

UNIDAD PROFESIONAL CULHUACAN

REDES NEURONALES

APUNTES

GARCIA QUIROZ ADAN

MEXICO, MARZO 2008

UNIDAD 1

- Redes Neuronales Biológica y Artificial
- Función de Transferencia
- Clasificación de las Redes

UNIDAD II

- Red de Hopfield
- Red LAM
- Red BAM
- Red de Hamming

UNIDAD III

- Red Perceptrón
- Red Perceptrón multicapa
- Red ADALINE
- Red MADALINE
- Red Backpropagation

BIBLIOGRAFÍA.

Redes Neuronales Artificiales
"Fundamentos, modelos y aplicaciones"
J.R. Hilera y V.J. Martinez
Alfaomega ra-ma
2000

EVALUACION

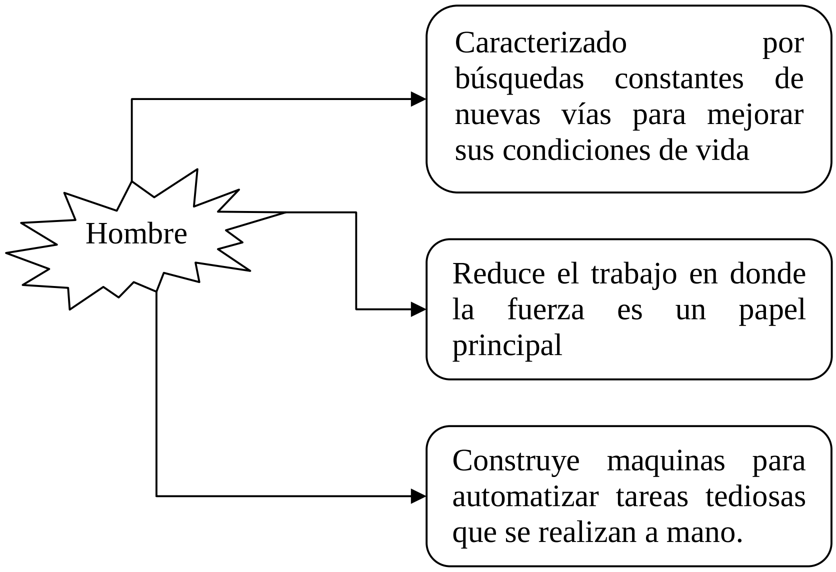
DEPARTAMENTAL	EXAMEN	PRACTICAS	PARTICIPACIONES Y TAREAS
Primero	50%	40%	10%
Segundo	40%	50%	10%
Tercero	30%	30%	30%

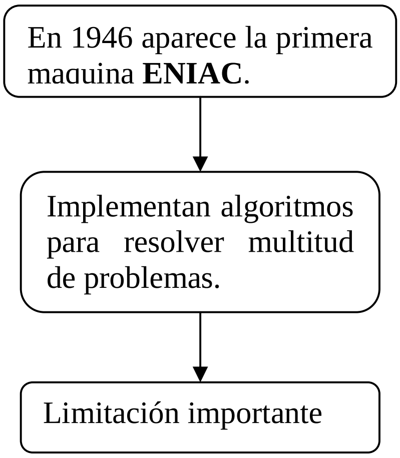
PRACTICAS

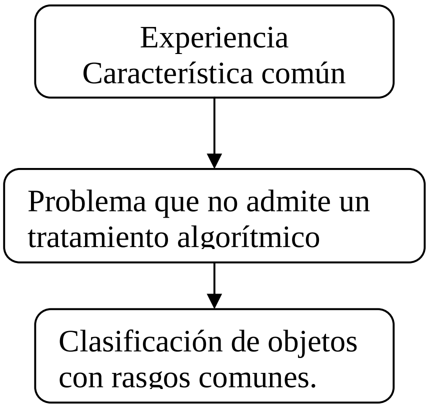
- Nombre
- Objetivo
- Desarrollo teórico, Práctico
- Resultados
- Conclusiones individuales.

Equipos de 2 o 3 personas (Calificación de las prácticas individual).

RNA (Red Neuronal Artificial)







Desarrollos actuales del los científicos: Estudio de las capacidades humanas

***Autómatas*:** Maquinas que realicen mas o menos una función típica de seres humanos.

***RNA*:** Maquinas que ayuden a realizar tareas de rango intelectual.

- Aspectos de inteligencia humana para ser simulados mediante maquinas.
- Disciplina que intenta descubrir y describir
- Disciplina científica y técnica que se ocupa de las ideas que permiten ser inteligentes a los ordenadores (Def. H Winston).

- ❖ Rama de la computación que se encarga del razonamiento y aprendizaje con sistemas artificiales y tienen como área de investigación a los sistemas expertos, la robótica y las redes neuronales

***Objetivo*:** dotar de autentica inteligencia a las maquina.

REDES NEURONALES.

Intenta expresar soluciones de problemas complejos, como el cerebro humano, usando sistemas de computación.

Se le dota a la maquina de cierta inteligencia que no es mas que la combinación de elementos simples interconectados que operan de forma paralela para resolver problemas relacionados con el reconocimiento de formas o patrones, predicción, clasificación, codificación, etc. (Emula ciertas características propias de los humanos, como la capacidad de memorizar y asociar hechos).

DEFINICIONES.

- Una nueva forma de computación, inspirados en modelos biológicos.

- Un modelo matemático compuesto por un gran numero de elementos procesales organizados en niveles.

- Redes interconectadas masivamente en paralelo de elementos simples (usualmente adoptivos) y con organización jerárquica, las cuales intentan interactuar con los objetos del mundo real del mismo modo que lo hace el sistema nervioso biológico.

- Nuevo sistema para el tratamiento de la información, cuya unidad básica de procesamiento esta inspirada en la célula fundamental "neurona".

- Aprender (aprendizaje): Significa que aquellos problemas que no se puedan resolver inicialmente, pueden ser resueltos después de tener más información acerca del problema.

VENTAJAS DE LAS RN (SEMEJANZAS A LAS DEL CEREBRO HUMANO).

***Aprendizaje adoptivo*:** Capacidad de aprender ciertas tareas mediante un entrenamiento y poder diferenciar patrones así como también la capacidad de estar cambiando constantemente para adaptarse a nuevas condiciones.

Sistemas dinámicos Adoptivos: autoajuste, cambiando.
Ejemplo:

Letras desde que se aprenden hasta que pueden diferenciar los tipos de ellas.

Autoorganización: RN puede crear su propia organización o representación de la información que recibe mediante el aprendizaje.
Consiste en la modificación de la red neuronal completa para llevar a cabo un específico objetivo.
Provoca la generalización que es la facultad de las redes para responder apropiadamente cuando se les presentan datos situaciones a la que no habían sido expuestas anteriormente.
Ejemplo:

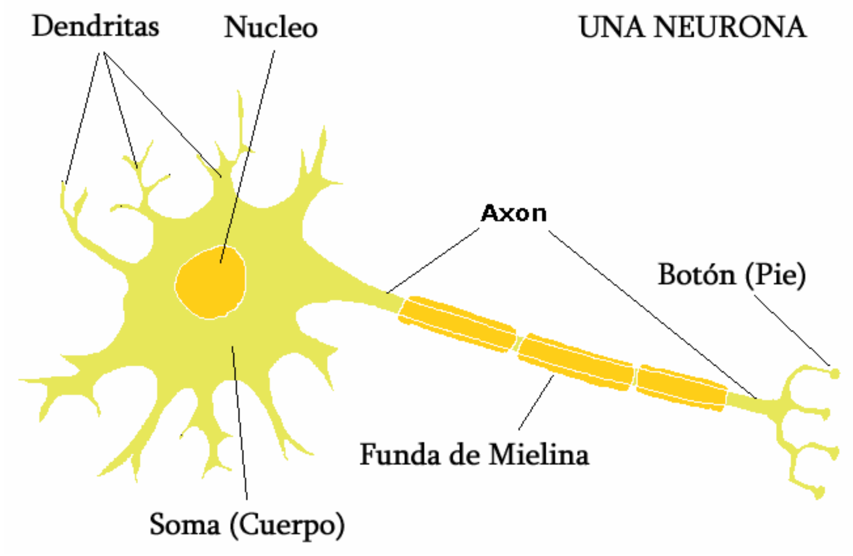
Idioma → Ingles
Un nuevo compañero de clase.

Tolerancia a fallos: Las redes pueden aprender a reconocer patrones con ruidos distorsionados o incompletos
Las redes pueden seguir haciendo su función a pesar de que se destruya parte de la misma.
Las redes son tolerantes a fallos debido que su información esta distribuida en las conexiones entre neuronas.

Operación en tiempo real: Para que las redes operen en tiempo real, la necesidad de cambio en los pesos de conexión o entrenamiento es mínima.
Los cómputos neuronales pueden ser realizados en paralelo con otro hardware para obtener esa capacidad.

Capaces de aprender de la experiencia. Generalizar de casos anteriores a nuevos casos.
Abstraer características esenciales a partir de entradas que representan información irrelevante.

Neurona: Célula viva, consta de un cuerpo celular esférico, del que sale una forma principal el axón, y varias ramas más cortas llamada dendritas.



Cuerpo Celular: Núcleo de la neurona (combina, integra y emite señales de salida).

Dendritas: Estructura ramificada (recepción de la información)

Axón: Estructura lineal (transmisión de la información)

Sinopsis: (Unidad fundamental)(Interacción) Conexión con otras neuronas (Emiten la información)

La característica que diferencia a las neuronas con otras células vivas es su capacidad de *comunicarse*.

- Las señales del cerebro: Eléctrica y química
  - La señal generada por la neurona y transportada a lo largo del axón es un impulso eléctrico.
  - La señal que se transmite entre los terminales axónicos de una neurona y las dendritas de las neuronas siguientes es de origen químico (neurotransmisores).

- La neurona tiene un liquido interior diferente del liquido exterior (iones sodio y potasio).
  - El externo es diez veces más rico en sodio que el interno
  - El interno es diez veces más rico en potasio que el externo
  - Esta diferencia produce una diferencia de potencial de aproximadamente 70mVoltios negativas en el interior de la célula (potencial de reposo).

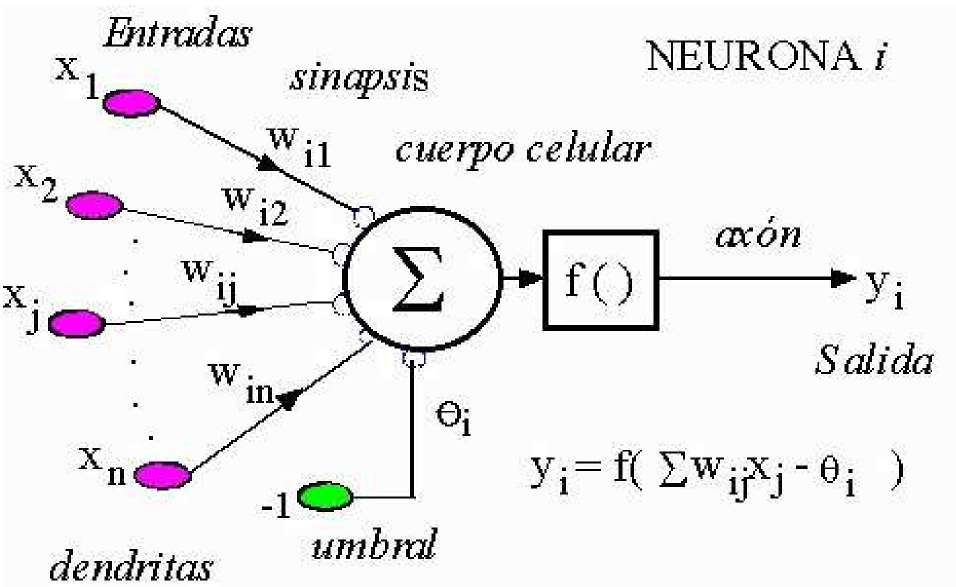
- La llegada de señales de otras neuronas a través de las dendritas, actúa acumulativamente, bajando el nivel potencial de reposo, (Entrada masiva de iones sodio) se invierte la polaridad de la membrana y se invierte el valor del voltaje 8potencia de acción) se establece un equilibrio (cierra sodio, abre potasio)

- Esa inversión de voltaje se propaga a lo largo del axón y provoca la emisión de los neurotransmisores en los terminales axónicos (sinopsis).

- ***Neurona***: Dispositivo elemental (elemento fundamental) en el proceso, a partir de ellas se pueden generar, representaciones especificas, un conjunto de ellas puede significar una letra, un numero o cualquier objeto.

SIMILITUD

- Las señales que llegan, son las entradas a las neuronas ($\mathbf{X_i}$).
- Son ponderadas (Atenuadas o amplificadas). A través de un parámetro llamado Peso ($\mathbf{W_i}$).
- Estas señales pueden excitar a la neurona (peso positivo) o inhibir (peso negativo).
- El efecto es la suma de las entradas ponderadas. Si la suma es mayor al umbral de la neurona, entonces la neurona se activa produciendo una salida.



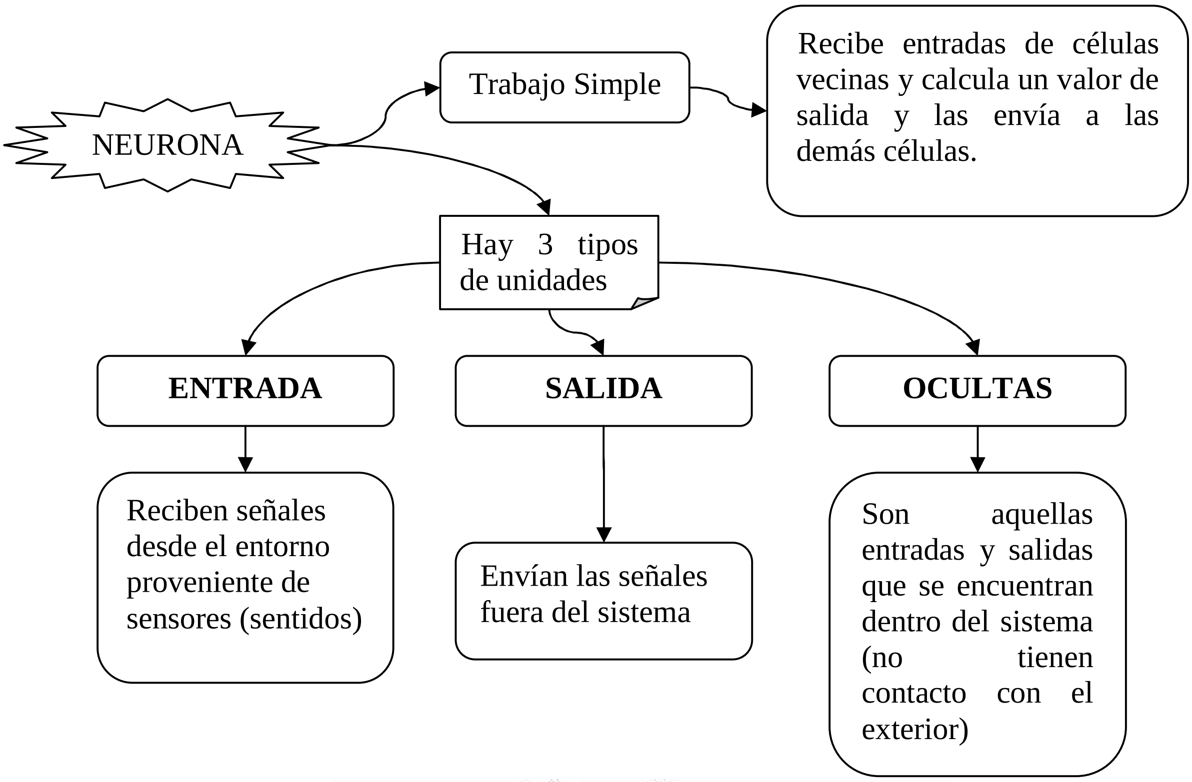
W ➔ Informar de las neuronas que aprende la red (valor que se calcula mediante una ecuación matemática)

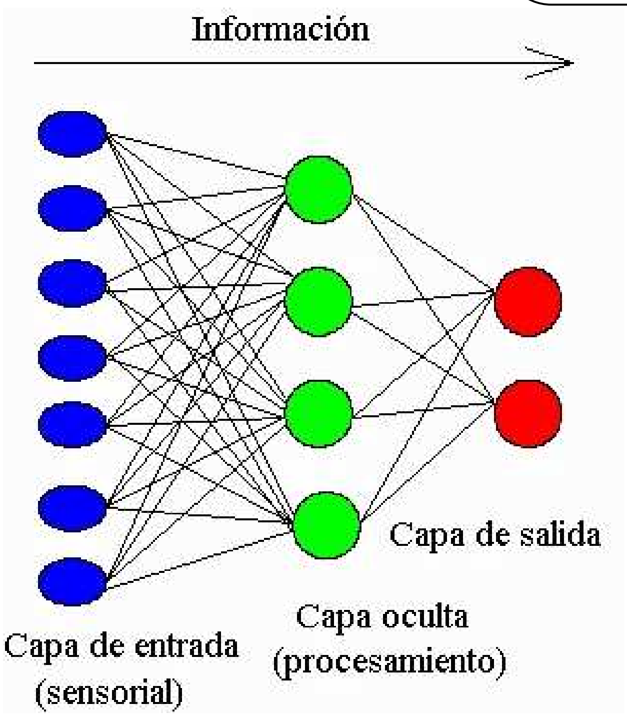
$$[1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1]A$$
$$[1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1]B$$

$$[{}^{1}\!/_{4} \quad {}^{4}\!/_{3} \quad {}^{8}\!/_{2} \quad {}^{3}\!/_{2} \quad -{}^{1}\!/_{8} \quad -1]\cdot[1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Elementos más importantes de una RNA
Unidades de procesamiento (Neurona Artificial)
Estado de activación de cada neurona
Conectividad entre neuronas y regla de propagación
Función de tranferencia
Función o regla de activacion
Regla de aprendizaje.

NEURONA ARTIFICIAL





ESTADO DE ACTIVACION.
Representa el estado del sistema en un tiempo *t*.
Las neuronas tienen dos estados de activación binarios
1 → Activo (Excitado)
0 → Pasivo (Reposo)
Los valores pueden ser continuos o discretos [0,1][-1,1]

CONECTIVIDAD ENTRE NEURONAS Y REGLA DE PROPAGACIÓN.

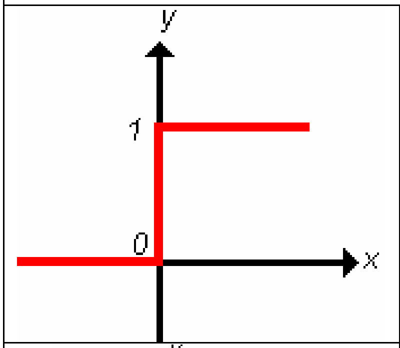
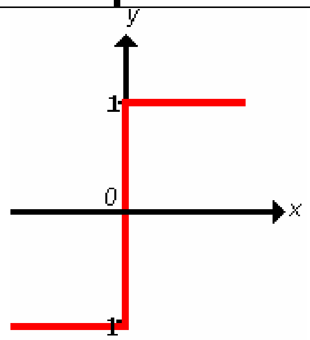
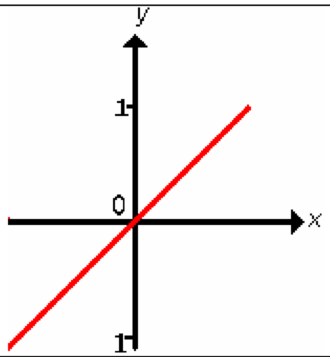
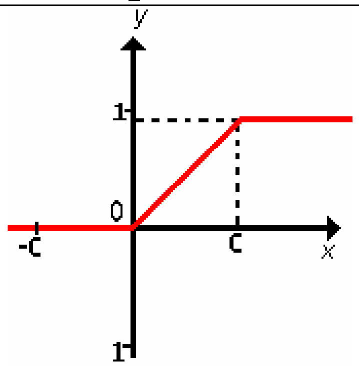
- La conectividad entre neuronas (nodos) de una red esta relacionada con la forma en que las salidas de las neuronas están canalizadas para convertirse en entradas de otras neuronas.
- Las conexiones que unen a las neuronas tiene asociado un peso que hacer que la red adquiera conocimiento.
- Cada conexión entre la neurona i y j esta ponderada por un peso W_{ji}
- Net_j es la suma del producto de cada señal por el valor de la sinopsis que conecta ambas neuronas.

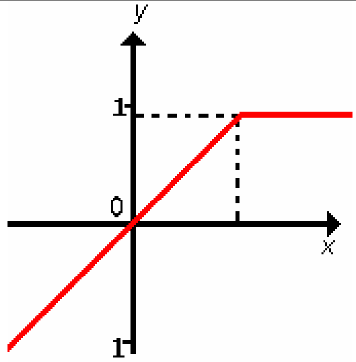
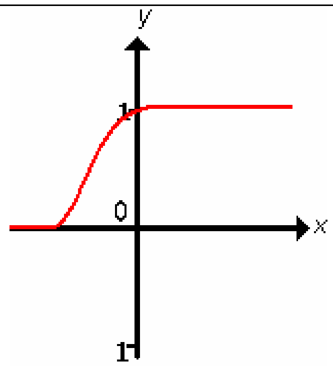
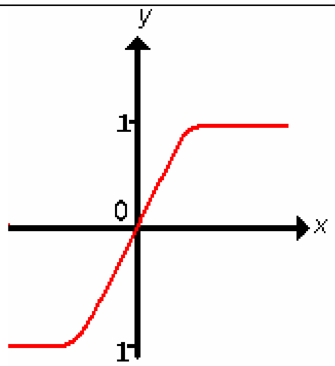
$$net_j = \sum_i^N W_{ji} y_i$$ → Salida de la neurona *i* (+, - ó 0)

REGLA DE PROPAGACION: Combina los valores de entrada a una unidad con los pesos de las conexiones

CALCULO DE LA MATRIZ DE PESOS.
W_{ji} → Refleja la influencia que la neurona *j* tiene en la neurona *i*.
W → Conjunto de elementos positivos, negativos o nulos.
W (+) → *i* esta activada y la neurona *j* tendera a activarse
W (–) → *i* esta activada y enviara la señal a *j* que tendera a desactivarla
$W_{ji} = 0$ → No hay conexión entre ambas.

Función de salida o transferencia
Es la función que transforma la salida de la red a un estado de activación

<table>
<tr><th colspan="2">FUNCIÓN ESCALON</th></tr>
<tr><td>
</td><td>$$F(x)=\begin{cases}1 & si \quad x\geq 0\\ 0 & si \quad x<0\end{cases}$$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$$F(x)=\begin{cases}1 & si \quad x\geq 0\\ -1 & si \quad x<0\end{cases}$$</td></tr>
<tr><th colspan="2">FUNCIÓN LINEAL Y FUSIÓN PARCIALMENTE LINEAL</th></tr>
<tr><td>
</td><td>$$f(x)=x$$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$$F(x)=\begin{cases}0 & si & x<-C\\ 1 & si & x>C\\ \frac{x}{2}c+\frac{1}{2} & en\_otro & \\ & caso & \end{cases}$$</td></tr>
</table>

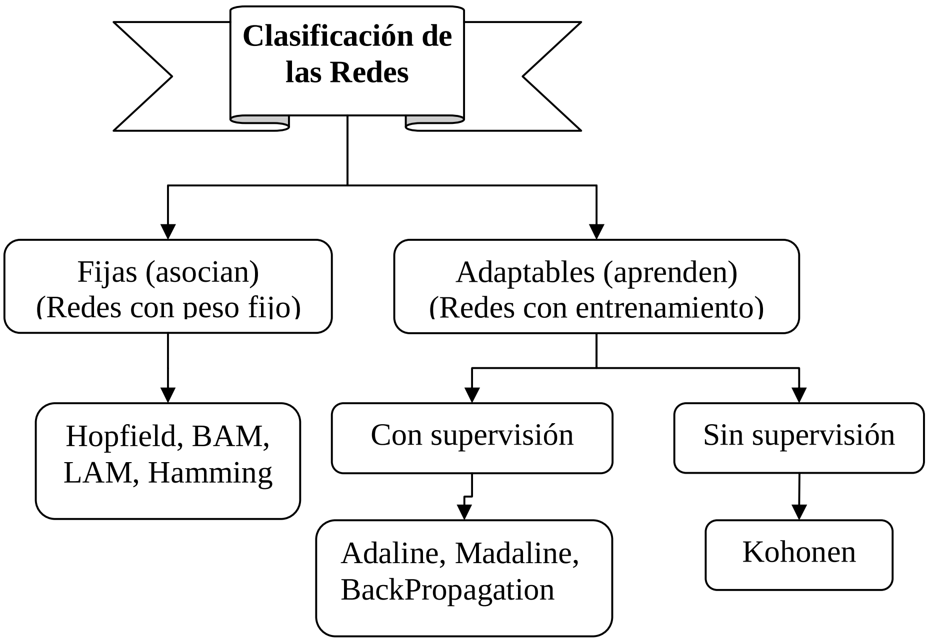
<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>$$F(x) = \begin{cases} -1 & si \quad x < -C \\ 1 & si \quad x > C \\ \frac{x}{c} & en\_otro\ caso \end{cases}$$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">FUNCIÓN SIGMOIDAL</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>$$f(x) = \frac{1}{1+e^{\infty x}}$$</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>$$f(x) = \frac{1-e^{-\infty x}}{1+e^{-\infty x}}$$
$$f(x) = \tan(x)$$</td>
</tr>
</table>

REGLA DE APRENDIZAJE

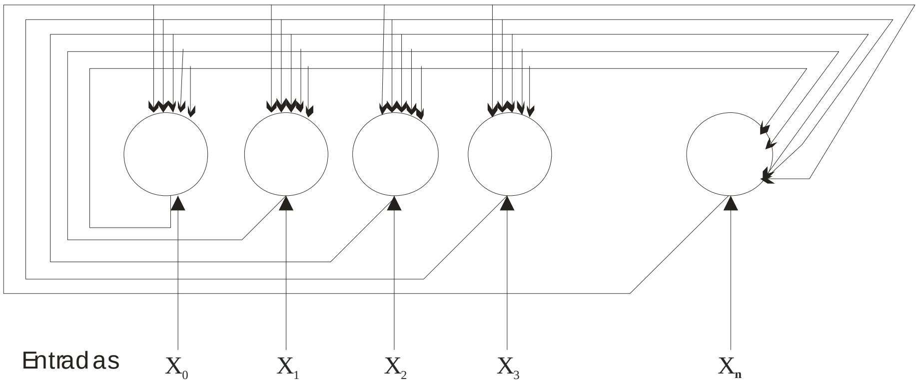
Biológica
La información memorizada en el cerebro esta más relacionada con las conexiones que en las neuronas mismas (sinapsis).

Artificial
El conocimiento se encuentra en los pesos de las conexiones entre neuronas.
Todo proceso de aprendizaje implica cierto numero de cambios en estas conexiones (se aprende modificando los valores de la red y la red ha aprendido cuando los valores de los pesos son estables)
Las redes asocian o aprenden con relaciones de entrada – salida que han sido dadas de un colección de ejemplos(patrones).
Existen 2 grupos de redes.

Supervisado. Aprendizaje con maestro, cuenta con una salida con cada uno de los patrones
No supervisado. Aprendizaje sin maestro, organiza los patrones en categorías, clustering.



RED DE HOPFIELD



$x = [x_0, x_1, ..., x_{N-2}, x_{N-1}]$ Vector de entrada
$u = [u_0, u_1, ..., u_{N-2}, u_{N-1}]$ Vector de estado
$Y = [y_0, y_1, ... y_{N-2}, y_{N-1}]$ Vector de Salida
Patrones ejemplares:

$C^0, C^1, C^2, ..., C^{M-1},$

C→ es un vector
Red de Hopfield tiene N neuronas

1) Calcula de la matriz de pesos

$$W_{ij} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{M-1} C_i^s C_j^s & i \neq j \\ 0 & i = j \end{Bmatrix}$$

Donde W_{ij} es el peso de conexión, desde la i-ésima neurona a la j-ésima neurona.
Cs=0, 1, 2,…, M-1
M= Numero de patrones
N= Numero de Neuronas
$C^s = [C_0^s, C_1^s, C_2^s, \ldots, C_{N-1}^s]$

Matriz de (NxN)

$$w = \begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & \ldots & w_{0N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{N0} & w_{N1} & \ldots & w_{NN} \end{bmatrix}$$

EJERCICIO:
Queremos almacenar dos patrones ejemplares C^0 y C^1 que tengan 3 elementos en una red de Hopfield de 3 neuronas (patrones binarios).

$$C^0 = [0,1,0]$$
$$C^1 = [1,1,0]$$

De acuerdo a la ecuación W_{ij}

$$N = 3$$
$$W_{00} = W_{11} = W_{22} = 0$$
$$W_{ij} = W_{ji} \Rightarrow simetrico$$
$$w = \begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & w_{02} \\ w_{10} & w_{11} & w_{12} \\ w_{20} & w_{21} & w_{22} \end{bmatrix}$$

$$w_{01} = \tfrac{1}{3}\left[\left(C_0^0 * C_1^0\right) + \left(C_0^1 * C_1^1\right)\right]$$
$$w_{01} = \tfrac{1}{3}\left[(0*1) + (1*1)\right] = \tfrac{1}{3}$$

$$w_{02} = \tfrac{1}{3}\left[\left(C_0^0 * C_2^0\right) + \left(C_0^1 * C_2^1\right)\right]$$
$$w_{02} = \tfrac{1}{3}\left[(0*0) + (1*0)\right] = 0$$

$$w_{12} = \tfrac{1}{3}\left[\left(C_1^0 * C_2^0\right) + \left(C_1^1 * C_2^1\right)\right]$$
$$w_{12} = \tfrac{1}{3}\left[(1*0) + (1*0)\right] = 0$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & \tfrac{1}{3} & 0 \\ \tfrac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2) Inicicaliza el valor del estado de cada neurona con el valor de entrada

$U_i\ (0)=X_i$
Edo(Tiempo (cuando es 0 el edo = entrada))= Entrada

3)
$$Y_i(n) = fn(u_i(n))$$
$$U_i(n+1) = \sum_{j=0}^{N-1} W_{ij} Y_j(n)^T$$

4) Itera hasta que la red converja (la red converge cuando el valor de la energía no baje más)

Convergencia: el valor de la salida de la red no cambia por iteración.

5) Condición de convergencia

$$y(n) = y(n-1)$$

$$Yi(n+1) = yi(n)$$

$$i = 0 \approx N-1$$

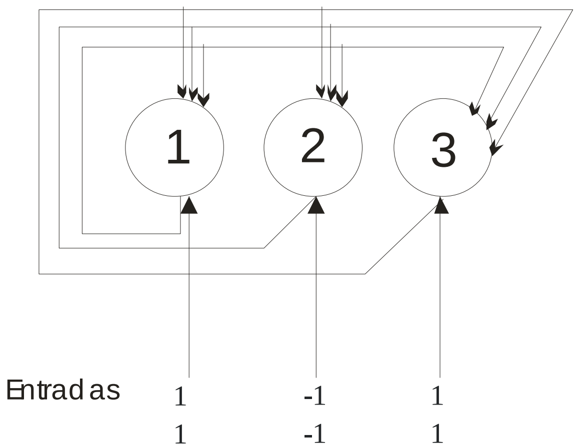
6) Salida final de la red.
Cuando la red converja, la salida actual de la red es la salida de la red.

$$y = [y_0, y_1, y_2, \ldots, y_{N-1}]$$

EJEMPLO 1:

Almacena 2 patrones en la memoria de la red neuronal de Hopfield y los patrones que almacena son:

$C^1 = [1, -1, 1] \qquad C^2 = [-1, 1, -1]$



$$W_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{N}\sum_{s=0}^{M-1} C_i^s C_j^s & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$$

$$w_{12} = \tfrac{1}{3}\left[\left(C_1^0 * C_2^0\right) + \left(C_1^1 * C_2^1\right)\right]$$

$$w_{12} = \tfrac{1}{3}\left[\left(1 * (-1)\right) + \left((-1) * 1\right)\right] = -\tfrac{2}{3}$$

$$w_{13} = \tfrac{1}{3}\left[\left(C_1^0 * C_3^0\right) + \left(C_1^1 * C_3^1\right)\right]$$

$$w_{13} = \tfrac{1}{3}\left[\left(1 * 1\right) + \left((-1) * (-1)\right)\right] = \tfrac{2}{3}$$

$$w_{23} = \tfrac{1}{3}\left[\left(C_2^0 * C_3^0\right) + \left(C_2^1 * C_3^1\right)\right]$$

$$w_{23} = \tfrac{1}{3}\left[\left((-1) * 1\right) + \left(1 * (-1)\right)\right] = -\tfrac{2}{3}$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & -\tfrac{2}{3} & \tfrac{2}{3} \\ -\tfrac{2}{3} & 0 & -\tfrac{2}{3} \\ \tfrac{2}{3} & -\tfrac{2}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

Aplicando C^1 a la red

Entrada $x = [1, \quad -1, \quad 1]$

Edo inicial $u(0) = [1, \quad -1, \quad 1]$

Salida Inicial $y(0) = fn[u(0)] = [1, \quad -1, \quad 1]$

$$u(1) = Wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & -\tfrac{2}{3} & \tfrac{2}{3} \\ -\tfrac{2}{3} & 0 & -\tfrac{2}{3} \\ \tfrac{2}{3} & -\tfrac{2}{3} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\tfrac{4}{3}, \quad -\tfrac{4}{3}, \quad \tfrac{4}{3}\right]$$

$u(1) = \left[\tfrac{4}{3}, \quad -\tfrac{4}{3}, \quad \tfrac{4}{3} \right]$

$y(1) = fn[u(1)] = [1, \quad -1, \quad 1]$

$y(n) = y(n-1) \therefore$ **la red convergió y asocio con C^1**

Aplicando C^2 a la red

Entrada $x = [-1, \quad 1, \quad -1]$

Edo. inicial $u(0) = [-1, \quad 1, \quad -1]$

Salida Inicial $y(0) = fn[u(0)] = [-1, \quad 1, \quad -1]$

$$u(1) = Wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & -\tfrac{2}{3} & \tfrac{2}{3} \\ -\tfrac{2}{3} & 0 & -\tfrac{2}{3} \\ \tfrac{2}{3} & -\tfrac{2}{3} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \left[-\tfrac{4}{3}, \quad \tfrac{4}{3}, \quad -\tfrac{4}{3} \right]$$

$u(1) = \left[-\tfrac{4}{3}, \quad \tfrac{4}{3}, \quad -\tfrac{4}{3} \right]$

$y(1) = fn[u(1)] = [-1, \quad 1, \quad -1]$

$y(n) = y(n-1) \therefore$ **la red convergió y asocio con C^2**

Aplicando $a = [1, \quad -1, \quad -1] (\neq \textit{patrón})$

Entrada $x = [1, \quad -1, \quad -1]$

Edo inicial $u(0) = [1, \quad -1, \quad -1]$

Salida Inicial $y(0) = fn[u(0)] = [1, \quad -1, \quad -1]$

$$u(1) = Wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & -\tfrac{2}{3} & \tfrac{2}{3} \\ -\tfrac{2}{3} & 0 & -\tfrac{2}{3} \\ \tfrac{2}{3} & -\tfrac{2}{3} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \left[0, \quad 0, \quad \tfrac{4}{3} \right]$$

$u(1) = \left[0, \quad 0, \quad \tfrac{4}{3} \right]$

$y(1) = fn[u(1)] = [1, \quad 1, \quad 1]$

$y(n) \neq y(n-1) \therefore$ **la red NO converge hay que seguir iterando.**

$$u(2) = Wy^T(1) = \begin{bmatrix} 0 & -\tfrac{2}{3} & \tfrac{2}{3} \\ -\tfrac{2}{3} & 0 & -\tfrac{2}{3} \\ \tfrac{2}{3} & -\tfrac{2}{3} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \left[0, \quad -\tfrac{4}{3}, \quad 0 \right]$$

$u(2) = \left[0, \quad -\tfrac{4}{3}, \quad 0 \right]$

$y(2) = fn[u(2)] = [1, \quad -1, \quad 1]$

$y(2) \neq y(1) \therefore$ **la red NO converge hay que seguir iterando.**

$$u(3)=Wy^T(2)=\begin{bmatrix}0 & -2/3 & 2/3\\ -2/3 & 0 & -2/3\\ 2/3 & -2/3 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\ -1\\ 1\end{bmatrix}=\left[4/3,\quad -4/3,\quad 4/3\right]$$

$$u(3)=\left[4/3,\quad -4/3,\quad 4/3\right]$$

$y(3)=fn[u(3)]=[1,\quad -1,\quad 1]$ **la red converge y asocia con C^1**

Distancia de Hamming

C^1= [1, –1, 1] C^2= [–1, 1, –1]
a= [1,-1,-1]
D_H=(a,C^1)=1 => asocia
D_H=(a,C^2)=2

EJEMPLO 2:

$$X_1 = [1, \quad 1, \quad 1, \quad -1]$$
$$X_2 = [-1, \quad -1, \quad -1, \quad 1]$$
$$X_P = [1, \quad -1, \quad 1, \quad -1]$$

$$w_{12} = \tfrac{1}{4}[1+1] = 2/4$$
$$w_{13} = \tfrac{1}{4}[1+1] = 2/4$$
$$w_{14} = \tfrac{1}{4}[-1-1] = -2/4$$
$$w_{23} = \tfrac{1}{4}[1+1] = 2/4$$
$$w_{24} = \tfrac{1}{4}[-1-1] = -2/4$$
$$w_{34} = \tfrac{1}{4}[-1-1] = -2/4$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & 2/4 & 2/4 & -2/4 \\ 2/4 & 0 & 2/4 & -2/4 \\ 2/4 & 2/4 & 0 & -2/4 \\ -2/4 & -2/4 & -2/4 & 0 \end{bmatrix}$$

Aplicando $\mathbf{X_1}$ a la red

$$x = [1, \quad 1, \quad 1, \quad -1]$$
$$u(0) = [1, \quad 1, \quad 1, \quad -1]$$
$$y(0) = fn[u(0)] = [1, \quad 1, \quad 1, \quad -1]$$
$$u(1) = wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & 2/4 & 2/4 & -2/4 \\ 2/4 & 0 & 2/4 & -2/4 \\ 2/4 & 2/4 & 0 & -2/4 \\ -2/4 & -2/4 & -2/4 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$
$$u(1) = [6/4 \quad 6/4 \quad 6/4 \quad -6/4]$$
$$y(1) = fn(u(1)) = [1, \quad 1, \quad 1, \quad -1]$$
$y(1) = y(0) \therefore$ **la red converge y se asocia a $\mathbf{X_1}$.**

Aplicando $\mathbf{X_2}$ a la red

$$x = [-1, \quad -1, \quad -1, \quad 1]$$
$$u(0) = [-1, \quad -1, \quad -1, \quad 1]$$
$$y(0) = fn[u(0)] = [-1, \quad -1, \quad -1, \quad 1]$$
$$u(1) = wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & 2/4 & 2/4 & -2/4 \\ 2/4 & 0 & 2/4 & -2/4 \\ 2/4 & 2/4 & 0 & -2/4 \\ -2/4 & -2/4 & -2/4 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$u(1) = [-6/4 \quad -6/4 \quad -6/4 \quad 6/4]$$
$$y(1) = fn(u(1)) = [-1, \quad -1, \quad -1, \quad 1]$$
$y(1) = y(0) \therefore$ **la red converge y se asocia a $\mathbf{X_2}$.**

Aplicando $\mathbf{X_p}$ a la red

$$x = [1, \quad -1, \quad 1, \quad -1]$$
$$u(0) = [1, \quad 1, \quad 1, \quad -1]$$
$$y(0) = fn[u(0)] = [1, \quad -1, \quad 1, \quad -1]$$
$$u(1) = wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & 2/4 & 2/4 & -2/4 \\ 2/4 & 0 & 2/4 & -2/4 \\ 2/4 & 2/4 & 0 & -2/4 \\ -2/4 & -2/4 & -2/4 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$u(1) = [2/4 \quad 6/4 \quad 2/4 \quad -2/4]$$
$$y(1) = fn(u(1)) = [1, \quad 1, \quad 1, \quad -1]$$
$y(1) \neq y(0) \therefore$ **la red NO converge hay que seguir iterando.**

$$u(1) = [1, \quad 1, \quad 1, \quad -1]$$

$$y(1) = fn[u(1)] = [1, \quad 1, \quad 1, \quad -1]$$
$$u(2) = wy^T(1) = \begin{bmatrix} 0 & 2/4 & 2/4 & -2/4 \\ 2/4 & 0 & 2/4 & -2/4 \\ 2/4 & 2/4 & 0 & -2/4 \\ -2/4 & -2/4 & -2/4 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$u(2) = [6/4 \quad 6/4 \quad 6/4 \quad -6/4]$$
$$y(2) = fn(u(2)) = [1, \quad 1, \quad 1, \quad -1]$$
$y(2) = y(1) \therefore$ **la red converge y se asocia a $\mathbf{X_1}$.**

EJEMPLO 3

Almacenar un patrón y $e^1 = [1, \quad -1, \quad 1]$ver su funcionamiento de la red.

$e^1 = [1, \quad -1, \quad 1]$
$w_{12} = \frac{1}{3}[-1] = -\frac{1}{3}$
$w_{13} = \frac{1}{3}[1] = \frac{1}{3}$
$w_{23} = \frac{1}{3}[-1] = -\frac{1}{3}$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

Aplicando $\mathbf{e^1}$ a la red
$x = [1, \quad -1, \quad 1]$
$u(0) = [1, \quad -1, \quad 1]$
$y(0) = fn[u(0)] = [1, \quad -1, \quad 1]$

$$u(1) = Wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\frac{2}{3}, \quad -\frac{2}{3}, \quad \frac{2}{3}\right]$$

$u(1) = \left[\frac{2}{3}, \quad -\frac{2}{3}, \quad \frac{2}{3}\right]$
$y(1) = fn[u(1)] = [1, \quad -1, \quad 1]$
$y(1) = y(0) \therefore$ **la red convergió y asocio con $\mathbf{e^1}$**

Aplicando nuevo patron $a = [-1, \quad 1, \quad -1]$**.**
$x = [-1, \quad 1, \quad -1]$
$u(0) = [-1, \quad 1, \quad -1]$
$y(0) = fn[u(0)] = [-1, \quad 1, \quad -1]$

$$u(1) = Wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \left[-\frac{2}{3}, \quad \frac{2}{3}, \quad -\frac{2}{3}\right]$$

$u(1) = \left[-\frac{2}{3}, \quad \frac{2}{3}, \quad -\frac{2}{3}\right]$
$y(1) = fn[u(1)] = [1, \quad -1, \quad 1]$
$y(1) = y(0) \therefore$ **la red convergió y asocio con a**

EJEMPLO 4:
Almacenar un patron $C^1C^2C^3$ y ver funcionamiento de la red

$$C^1 = [1 \quad 1 \quad 1]$$
$$C^2 = [-1 \quad -1 \quad -1]$$
$$C^3 = [1 \quad -1 \quad 1]$$

$$W_{ij} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{N}\sum_{s=0}^{M-1} C_i^s C_j^s & i \neq j \\ 0 & i = j \end{Bmatrix}$$

$$w_{12} = \tfrac{1}{3}[1+1+(-1)] = 1/3$$
$$w_{13} = \tfrac{1}{3}[1+1+1)] = 1$$
$$w_{23} = \tfrac{1}{3}[1+1+(-1)] = 1/3$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 1 \\ 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1 & 1/3 & 0 \end{bmatrix}$$

Aplicando C^1.

$$x = [1, \quad 1, \quad 1]$$
$$u(0) = [1, \quad 1, \quad 1]$$
$$y(0) = fn[u(0)] = [1, \quad 1, \quad 1]$$

$$u(1) = Wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 1 \\ 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1 & 1/3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = [4/3, \quad 2/3, \quad 4/3]$$
$$u(1) = [4/3, \quad 2/3, \quad 4/3]$$
$$y(1) = fn[u(1)] = [1, \quad 1, \quad 1]$$
$y(1) = y(0) \therefore$ **la red convergió y asocio con C^1.**

Aplicando C^2.

$$x = [-1, \quad -1, \quad -1]$$
$$u(0) = [-1, \quad -1, \quad -1]$$
$$y(0) = fn[u(0)] = [-1, \quad -1, \quad -1]$$

$$u(1) = Wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 1 \\ 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1 & 1/3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4/3, & -2/3, & -4/3 \end{bmatrix}$$

$u(1) = \begin{bmatrix} -4/3, & -2/3, & -4/3 \end{bmatrix}$

$y(1) = fn[u(1)] = \begin{bmatrix} -1, & -1, & -1 \end{bmatrix}$

$y(1) = y(0)$ $\therefore$ **la red convergió y asocio con C^2.**

Aplicando C^1.

$x = \begin{bmatrix} 1, & -1, & 1 \end{bmatrix}$

$u(0) = \begin{bmatrix} 1, & -1, & 1 \end{bmatrix}$

$y(0) = fn[u(0)] = \begin{bmatrix} 1, & -1, & 1 \end{bmatrix}$

$$u(1) = Wy^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 1 \\ 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1 & 1/3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3, & 2/3, & 2/3 \end{bmatrix}$$

$u(1) = \begin{bmatrix} 2/3, & 2/3, & 2/3 \end{bmatrix}$

$y(1) = fn[u(1)] = \begin{bmatrix} 1, & 1, & 1 \end{bmatrix}$

$y(1) \neq y(0)$ $\therefore$ **la red <u>NO</u> converge.**

$u(1) = \begin{bmatrix} 1, & 1, & 1 \end{bmatrix}$

$y(1) = fn[u(1)] = \begin{bmatrix} 1, & 1, & 1 \end{bmatrix}$

$$u(2) = Wy^T(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 1 \\ 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1 & 1/3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4/3, & 2/3, & 4/3 \end{bmatrix}$$

$u(2) = \begin{bmatrix} 4/3, & 2/3, & 4/3 \end{bmatrix}$

$y(2) = fn[u(2)] = \begin{bmatrix} 1, & 1, & 1 \end{bmatrix}$

$y(2) = y(1)$ $\therefore$ **la red converge y asocia con C^1.**

Aplicando nuevo patron $a = \begin{bmatrix} -1, & 1, & 1 \end{bmatrix}$**.**

$x = \begin{bmatrix} -1, & 1, & 1 \end{bmatrix}$

$u(0) = \begin{bmatrix} -1, & 1, & 1 \end{bmatrix}$

$y(0) = fn[u(0)] = \begin{bmatrix} -1, & 1, & 1 \end{bmatrix}$

$u(1) = Wy^T(0) = \left[\tfrac{4}{3}, \quad 0, \quad -\tfrac{2}{3} \right]$

$y(1) = fn[u(1)] = [1, \quad 1, \quad -1]$ LA RED **NO** CONVERGE

$y(1) \neq y(0)$

$x = [1, \quad 1, \quad -1]$

$u(1) = [-1, \quad 1, \quad -1]$

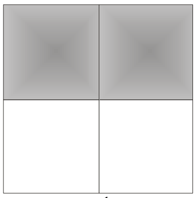
$y(1) = fn[u(1)] = [1, \quad 1, \quad -1]$

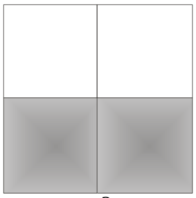
$u(2) = Wy^T(1) = \left[-\tfrac{2}{3}, \quad 0, \quad \tfrac{4}{3} \right]$

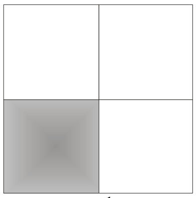
$y(2) = fn[u(2)] = [-1, \quad 1, \quad 1]$ LA RED **NO** CONVERGE, SE REPITE EL MISMO PATRON.

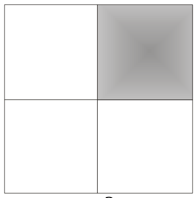
$y(2) \neq y(1)$

EJEMPLO 5


p1


p2


C1


C2

$$p^1 = [-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1] \qquad p^2 = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1] \qquad C^1 = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 1] \qquad C^2 = [1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$$

$$w_{12} = \tfrac{1}{4}(1+1) = \tfrac{2}{4}$$
$$w_{13} = \tfrac{1}{4}(-1-1) = -\tfrac{2}{4}$$
$$w_{14} = \tfrac{1}{4}(-1-1) = -\tfrac{2}{4}$$
$$w_{23} = \tfrac{1}{4}(-1-1) = -\tfrac{2}{4}$$
$$w_{24} = \tfrac{1}{4}(-1-1) = -\tfrac{2}{4}$$
$$w_{34} = \tfrac{1}{4}(1+1) = \tfrac{2}{4}$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & \tfrac{1}{2} & -\tfrac{1}{2} & -\tfrac{1}{2} \\ \tfrac{1}{2} & 0 & -\tfrac{1}{2} & -\tfrac{1}{2} \\ -\tfrac{1}{2} & -\tfrac{1}{2} & 0 & \tfrac{1}{2} \\ -\tfrac{1}{2} & -\tfrac{1}{2} & \tfrac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

Aplicando C^1

$$x = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 1]$$
$$u(0) = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 1]$$
$$y(0) = fn[u(0)] = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 1]$$
$$u(1) = w \cdot y^T(0) = [\tfrac{1}{2} \quad \tfrac{1}{2} \quad \tfrac{1}{2} \quad -\tfrac{3}{2}]$$
$$y(1) = fn[u(1)] = [1 \quad 1 \quad 1 \quad -1]$$
$$y(1) \neq y(0)$$

$$u(1) = [1 \quad 1 \quad 1 \quad -1]$$
$$y(1) = fn[u(1)] = [1 \quad 1 \quad 1 \quad -1]$$
$$u(2) = w \cdot y^T(1) = [\tfrac{1}{2} \quad \tfrac{1}{2} \quad -\tfrac{3}{2} \quad -\tfrac{1}{2}]$$
$$y(2) = fn[u(2)] = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1]$$
$$y(2) \neq y(1)$$

$$u(2) = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1]$$
$$y(2) = fn[u(2)] = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1]$$
$$u(3) = w \cdot y^T(3) = [\tfrac{3}{2} \quad \tfrac{3}{2} \quad -\tfrac{3}{2} \quad -\tfrac{3}{2}]$$
$$y(3) = fn[u(3)] = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1]$$
$$y(3) = y(2)$$

La red asocia y converge e P^2

Aplicando C^2

$x = [1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$

$u(0) = [1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$

$y(0) = fn[u(0)] = [1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$

$u(1) = w \cdot y^T(0) = [-3/2 \quad -1/2 \quad 1/2 \quad 1/2]$

$y(1) = fn[u(1)] = [-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$

$y(1) \neq y(0)$

$u(1) = [-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$

$y(1) = fn[u(1)] = [-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$

$u(2) = w \cdot y^T(1) = [-3/2 \quad -3/2 \quad 3/2 \quad 3/2]$ La red converge y asocia en P^1.

$y(2) = fn[u(2)] = [-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$

$y(2) = y(1)$

REDES NEURONALES ASOCIATIVAS.

Redes Neuronales Asociativas

- Recurrente – Red de Hopfield
- Feed Forward – LAM (**L**inear **A**ssociative **M**emory)
- Bidireccional – BAM (**B**idireccional **A**ssociative **M**emory)

LAM (LINEAR ASSOCIATIVE MEMORY) (MEMORIA DE ASOCIACIÓN LINEAL)

- Una Red de memoria asociativa es matemáticamente un mapeado de un espacio de entrada sobre una salida
- Se usan en aplicaciones autoasociativas y heteroasociativas.
  - Autoasociativa: La dimensión del espacio de entrada y del espacio de salida son iguales.
  - Heteroasociativa: Diferentes

- Los valores de entrada y salida pueden ser binarios o reales.
- Es una red de 2 capas: Entrada, Salida
- Se deriva de un conjunto de pares de patrones de e/s
- Su objetivo es recuperar el patrón de salida basado en la información total o parcial del patrón
- Solo se propaga linealmente de entrada a salida

$$\underset{N_1}{a^i} \rightarrow \boxed{\textbf{LAM}} \rightarrow \underset{N2}{b^i}$$

$$a^i = [a_1^i, a_2^i, \cdots\cdots, a_{N1}^i]$$
$$b^i = [b_1^i, b_2^i, \cdots\cdots, b_{N2}^i]$$

$N_1 = N_2 \rightarrow$ Auto asociación.
$N_1 \neq N_2 \rightarrow$ Hetero asociación.

1.- Calculo de la matriz de peso W
W es una matriz de N_1 x N_2 donde N_1 es el numero de neuronas en la capa de entrada y N_2 es el numero de neuronas en la capa de salida.

$$w_{ij} = \sum_{j=1}^{M} (2a_i^M - 1)(2b_j^M - 1)$$

Bias (coeficiente de reforzamiento)

$$\theta_j = -\tfrac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_2} w_{ij} \qquad\qquad j = 1,2,\cdots,N_2$$

Donde M es un numero de pares de vectores.
2.- Operación de la red

$Y = fn(wx^T + \theta)$

Donde ***x*** es vector de entrada y ***Y*** es vector de salida.

EJEMPLO 1:

$a^1 = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$ $\qquad b^1 = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1]$

$a^2 = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1]$ $\qquad b^2 = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$

$$w_{ij} = \sum_{j=1}^{M} (2a_i^M - 1)(2b_j^M - 1)$$

$$\theta_j = -\tfrac{1}{2} \sum_{j=1}^{4} w_{ij} \qquad j = 1,2,3,4$$

M=2 → cantidad pares de patrones.

MATRIZ DE PESOS

$$W_{11} = [(2a_1^1 - 1)(2b_1^1 - 1)] + [(2a_1^2 - 1)(2b_1^2 - 1)]$$
$$W_{11} = [(2(1)-1)(2(0)-1)] + [(2(0)-1)(2(1)-1)]$$
$$W_{11} = (1)(-1) + (-1)(1) = -2$$

$$W_{12} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(0)-1)(2(0)-1)] = 2$$
$$W_{13} = [(2(1)-1)(2(0)-1)] + [(2(0)-1)(2(1)-1)] = -2$$
$$W_{14} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(0)-1)(2(0)-1)] = 2$$

$$W_{21} = [(2(0)-1)(2(0)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 2$$
$$W_{22} = [(2(0)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(0)-1)] = -2$$
$$W_{23} = [(2(0)-1)(2(0)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 2$$
$$W_{24} = [(2(0)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(0)-1)] = -2$$

$$W_{31} = [(2(1)-1)(2(0)-1)] + [(2(0)-1)(2(1)-1)] = -2$$
$$W_{32} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(0)-1)(2(0)-1)] = 2$$
$$W_{33} = [(2(1)-1)(2(0)-1)] + [(2(0)-1)(2(1)-1)] = -2$$
$$W_{34} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(0)-1)(2(0)-1)] = 2$$

$$W_{41} = [(2(0)-1)(2(0)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 2$$
$$W_{42} = [(2(0)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(0)-1)] = -2$$
$$W_{43} = [(2(0)-1)(2(0)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 2$$
$$W_{44} = [(2(0)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(0)-1)] = -2$$

$$w = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando el BIAS

$$\theta_i = -\tfrac{1}{2}\sum_{j=1}^{4} w_{ij}$$

$$\theta_1 = -\frac{1}{2}(-2+2-2+2) = 0$$
$$\theta_2 = -\frac{1}{2}(2-2+2-2) = 0$$
$$\theta_3 = -\frac{1}{2}(-2+2-2+2) = 0$$
$$\theta_4 = -\frac{1}{2}(2-2+2-2) = 0$$

$$\theta = [0, \quad 0, \quad 0, \quad 0]$$

Operación de la red

$$Y = fn(wx^T + \theta)$$

$$wa^{1T} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$Y = fn(wx^T + \theta) = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1]^T = b^1$$

$$wa^{2T} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$Y = fn(wx^T + \theta) = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0]^T = b^2$$

EJEMPLO 2:

$x^1 = [-1 \quad 1 \quad -1]$ $\qquad$ $y^1 = [1 \quad -1 \quad 1]$

$x^2 = [-1 \quad -1 \quad -1]$ $\qquad$ $y^2 = [-1 \quad -1 \quad -1]$

$x^3 = [1 \quad 1 \quad 1]$ $\qquad$ $y^3 = [1 \quad 1 \quad 1]$

$$w_{11} = [(2(-1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 7$$
$$w_{12} = [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 19$$
$$w_{13} = [(2(-1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 7$$

$$w_{21} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 11$$
$$w_{22} = [(2(1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 7$$
$$w_{23} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 11$$

$$w_{31} = [(2(-1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 7$$
$$w_{32} = [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 19$$
$$w_{33} = [(2(-1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 7$$

$$w = \begin{bmatrix} 7 & 19 & 7 \\ 11 & 7 & 11 \\ 7 & 19 & 7 \end{bmatrix}$$

Calculando el BIAS

$$\theta_i = -\tfrac{1}{2}\sum_{j=1}^{3} w_{ij}$$

$$\theta_1 = -\frac{1}{2}(7 + 19 + 7) = -\tfrac{33}{2}$$
$$\theta_2 = -\frac{1}{2}(11 + 7 + 11) = -\tfrac{29}{2} \qquad \theta = [-\tfrac{33}{2}, \quad -\tfrac{29}{2}, \quad -\tfrac{33}{2}]$$
$$\theta_3 = -\frac{1}{2}(7 + 19 + 7) = -\tfrac{33}{2}$$

Operación de la red

$$wx^{1T} = \begin{bmatrix} 7 & 19 & 7 \\ 11 & 7 & 11 \\ 7 & 19 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -15 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -33/2 \\ -29/2 \\ -33/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23/2 \\ -59/2 \\ -23/2 \end{bmatrix}$$

$Y = fn(wx^T + \theta) = [-1 \quad -1 \quad -1]$ NO ASOCIA

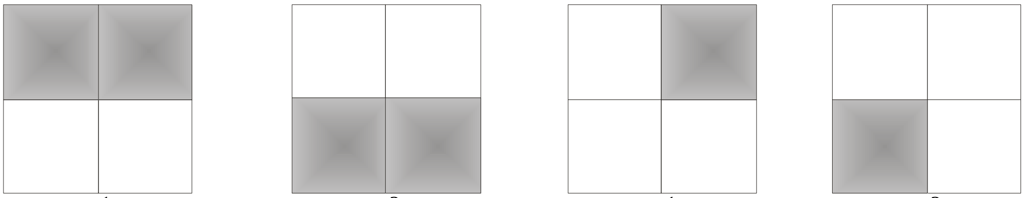
$$wx^{2T} = \begin{bmatrix} 7 & 19 & 7 \\ 11 & 7 & 11 \\ 7 & 19 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -33 \\ -29 \\ -33 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -33/2 \\ -29/2 \\ -33/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -99/2 \\ -87/2 \\ -99/2 \end{bmatrix}$$

$$Y = fn(wx^T + \theta) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \text{ ASOCIA}$$

$$wx^{3T} = \begin{bmatrix} 7 & 19 & 7 \\ 11 & 7 & 11 \\ 7 & 19 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33 \\ 29 \\ 33 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -33/2 \\ -29/2 \\ -33/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33/2 \\ 29/2 \\ 33/2 \end{bmatrix}$$

$$Y = fn(wx^T + \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ASOCIA}$$

EJEMPLO 3:



p1 p2 S1 S2

$$p^1 = [-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1] \quad p^2 = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1] \quad S^1 = [1 \quad -1 \quad 1 \quad 1] \quad S^2 = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 1]$$

Matriz de pesos

$$w_{11} = [(2(-1)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = -2$$
$$w_{12} = [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 10$$
$$w_{13} = [(2(-1)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(-1)-1)] = -6$$
$$w_{14} = [(2(-1)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = -2$$

$$w_{21} = [(2(-1)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = -2$$
$$w_{22} = [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 10$$
$$w_{23} = [(2(-1)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(-1)-1)] = -6$$
$$w_{24} = [(2(-1)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = -2$$

$$w_{31} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(1)-1)] = -2$$
$$w_{32} = [(2(1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(1)-1)] = -6$$
$$w_{33} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] = 10$$
$$w_{34} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(1)-1)] = -2$$

$$w_{41} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(1)-1)] = -2$$
$$w_{42} = [(2(1)-1)(2(-1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(1)-1)] = -6$$
$$w_{43} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(-1)-1)] = 10$$
$$w_{44} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(-1)-1)(2(1)-1)] = -2$$

$$w = \begin{bmatrix} -2 & 10 & -6 & -2 \\ -2 & 10 & -6 & -2 \\ -2 & -6 & 10 & -2 \\ -2 & -6 & 10 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculando el BIAS

$$\theta_i = -\tfrac{1}{2}\sum_{j=1}^{4} w_{ij}$$

$$\theta_1 = -\frac{1}{2}(-2+10-6-2) = 0$$

$$\theta_2 = -\frac{1}{2}(-2+10-6-2) = 0$$

$$\theta_3 = -\frac{1}{2}(-2-6+10-2) = 0$$

$$\theta_4 = -\frac{1}{2}(-2-6+10-2) = 0$$

$$\theta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Operación de la red

$$wp^{1T} = \begin{bmatrix} -2 & 10 & -6 & -2 \\ -2 & 10 & -6 & -2 \\ -2 & -6 & 10 & -2 \\ -2 & -6 & 10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16 \\ -16 \\ 16 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$Y = fn(wp^{1T} + \theta) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ASOCIA

$$P^1 = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1] \qquad S^1 = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 1]$$
$$p^2 = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \qquad S^2 = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 1]$$

$$w_{11} = [(2(0)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 0$$
$$w_{12} = [(2(0)-1)(2(0)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 2$$
$$w_{13} = [(2(0)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(0)-1)] = -2$$
$$w_{14} = [(2(0)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 0$$

$$w_{21} = [(2(0)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 0$$
$$w_{22} = [(2(0)-1)(2(0)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 2$$
$$w_{23} = [(2(0)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(0)-1)] = -2$$
$$w_{24} = [(2(0)-1)(2(1)-1)] + [(2(1)-1)(2(1)-1)] = 0$$

$$w_{31} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(0)-1)(2(1)-1)] = 0$$
$$w_{32} = [(2(1)-1)(2(0)-1)] + [(2(0)-1)(2(1)-1)] = -2$$
$$w_{33} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(0)-1)(2(0)-1)] = 2$$
$$w_{34} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(0)-1)(2(1)-1)] = 0$$

$$w_{41} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(0)-1)(2(1)-1)] = 0$$
$$w_{42} = [(2(1)-1)(2(0)-1)] + [(2(0)-1)(2(1)-1)] = -2$$
$$w_{43} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(0)-1)(2(0)-1)] = 2$$
$$w_{44} = [(2(1)-1)(2(1)-1)] + [(2(0)-1)(2(1)-1)] = 0$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Calculando el BIAS

$$\theta_i = -\tfrac{1}{2}\sum_{j=1}^{4} w_{ij}$$

$$\theta_1 = -\frac{1}{2}(0+2-2+0) = 0$$
$$\theta_2 = -\frac{1}{2}(0+2-2+0) = 0$$
$$\theta_3 = -\frac{1}{2}(0-2+2+0) = 0$$
$$\theta_4 = -\frac{1}{2}(0-2+2+0) = 0$$

$$\theta = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$wp^{1T}=\begin{bmatrix}-2 & 10 & -6 & -2\\ -2 & 10 & -6 & -2\\ -2 & -6 & 10 & -2\\ -2 & -6 & 10 & -2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\ -1\\ 1\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-16\\ -16\\ 16\\ 16\end{bmatrix}$$

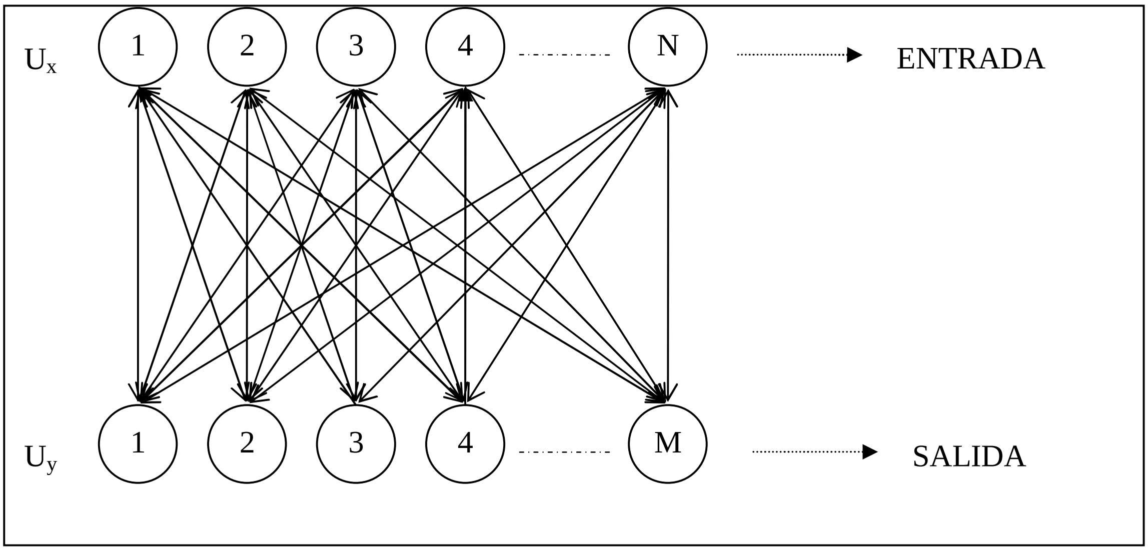
$$wp^{1T}=\begin{bmatrix}0 & 2 & -2 & 0\\ 0 & 2 & -2 & 0\\ 0 & -2 & 2 & 0\\ 0 & -2 & 2 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\\ 1\end{bmatrix} \qquad y=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$wp^{2T}=\begin{bmatrix}0 & 2 & -2 & 0\\ 0 & 2 & -2 & 0\\ 0 & -2 & 2 & 0\\ 0 & -2 & 2 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 0\\ 0\end{bmatrix} \qquad y=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

NO ASOCIA MUCHOS CEROS EN LA MATRIZ.

BAM (Memoria Asociativa Bidireccional)

Red de Memoria Asociativa
Se usa en aplicaciones autoasociativas y heteroasociativas.
Es una red de 2 capas (entrada y salida)
Se deriva de un conjunto de pares de patrones de e/s
Su objetivo es recuperar el patron de entrada o salida basado en la información total o parcial del patron
Se propaga en 2 direcciones.



Donde:

X y ***Y*** son patrones de entrada.
$\boldsymbol{U_x}$ y $\boldsymbol{U_y}$ son vectores de estados.

Cuando existe el mismo número de entradas y de salidas $(X = Y)$ la red es **autoasociativa**.
En caso de que el número de entradas sea diferente al número de salidas $(X \neq Y)$ la red es **heteroasociativa**.

Operación de la red.

1. La matriz de pesos se calcula.

$$w = \sum_{K=1}^{L} y^k x^{Tk} \quad \text{ó} \qquad w = \sum_{K=1}^{L} x_i^K y_j^K$$

Donde:

y^k = K–ésimo patron ejemplar para la capa *y*.
x^k = K–ésimo patron ejemplar para la capa *x*.
L = Número de pares de patrones

En BAM existen dos operaciones que se pueden ejecutar en paralelo:

1. Operación X→Y
Se calcula el valor de estado de la neurona en el lado *y*.

$$u_y = w \cdot x^T$$

Donde:
- w = Matriz
- u_y = Valor de estado en el lado y.

La salida y se calcula:

$$y = fn(u_y) \qquad fn(u) = \begin{cases} 1; u \geq 0 \\ -1; u < 0 \end{cases}$$

2. Operación Y→X

$$u_x = y^T \cdot w$$
$$x = fn(u_x)$$

Heteroasociativa:

$$u_x = y^T \cdot w \qquad u_y = w^T \cdot x^T$$
$$x = fn(u_x) \qquad y = fn(u_y)$$

Ejemplo 1: (Autoasociativa)

Queremos construir una red BAM que tiene capacidad de asociar los 3 siguientes patrones binarios

$$x=(-1 \quad 1 \quad -1),(-1 \quad -1 \quad -1),(1 \quad 1 \quad 1)$$
$$y=(1 \quad -1 \quad 1),(-1 \quad -1 \quad -1),(1 \quad 1 \quad 1),$$
$$w=\sum_{K=1}^{L} x_i^K y_j^K$$
$$w_{11}=\left(x_1^1 y_1^1+x_1^2 y_1^2+x_1^3 y_1^3\right)=(-1+1+1)=1$$
$$w_{12}=\left(x_1^1 y_2^1+x_1^2 y_2^2+x_1^3 y_2^3\right)=(1+1+1)=3$$
$$w_{13}=\left(x_1^1 y_3^1+x_1^2 y_3^2+x_1^3 y_3^3\right)=(-1+1+1)=1$$
$$w_{21}=\left(x_2^1 y_1^1+x_2^2 y_1^2+x_2^3 y_1^3\right)=(1+1+1)=3$$
$$w_{22}=\left(x_2^1 y_2^1+x_{21}^2 y_2^2+x_2^3 y_2^3\right)=(-1+1+1)=1$$
$$w_{23}=\left(x_2^1 y_3^1+x_2^2 y_3^2+x_2^3 y_3^3\right)=(1+1+1)=3$$
$$w_{31}=\left(x_3^1 y_1^1+x_3^2 y_1^2+x_3^3 y_1^3\right)=(-1+1+1)=1$$
$$w_{32}=\left(x_3^1 y_2^1+x_3^2 y_2^2+x_3^3 y_2^3\right)=(1+1+1)=3$$
$$w_{33}=\left(x_3^1 y_3^1+x_3^2 y_3^2+x_3^3 y_3^3\right)=(-1+1+1)=1$$

$$w=\begin{bmatrix}1 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 1\end{bmatrix} \qquad fn(u)=\begin{cases}1; u\ge 0\\ -1; u<0\end{cases}$$

Operación X→Y

$$u_{y1}=w\cdot x_1^T$$
$$u_{y1}=\begin{bmatrix}1 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\ 1\\ -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ -5\\ 1\end{bmatrix}$$
$$y_1 = fn(u_{y1})=[1 \quad -1 \quad 1]$$

Asocia con y_1

$$u_{y2}=w\cdot x_2^T$$
$$u_{y2}=\begin{bmatrix}1 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\ -1\\ -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5\\ -7\\ -5\end{bmatrix}$$
$$y_2 = fn(u_{y2})=[-1 \quad -1 \quad -1]$$

Asocia con y_2

Operación Y→X

$$u_{x1}=w\cdot y_1^T$$
$$u_{x1}=\begin{bmatrix}1 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\ -1\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 5\\ -1\end{bmatrix}$$
$$x_1 = fn(u_{x1})=[-1 \quad 1 \quad -1]$$

Asocia con x_1

$$u_{x2}=w\cdot y_2^T$$
$$u_{x2}=\begin{bmatrix}1 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\ -1\\ -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5\\ -7\\ -5\end{bmatrix}$$
$$x_2 = fn(u_{x2})=[-1 \quad -1 \quad -1]$$

Asocia con x_2

$$u_{y3} = w \cdot x_3^T$$

$$u_{y3} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y_3 = fn(u_{y3}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Asocia con y_3

$$u_{x3} = w \cdot y_3^T$$

$$u_{x3} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = fn(u_{x3}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Asocia con x_3

Ejemplo 2:

Construye la red BAM que asocia 2 pares de patrones.

$$x_1 = (1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1)$$
$$y_1 = (1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1)$$

$$w = \sum_{K=1}^{L} x_i^K y_j^K$$

$$x_2 = (1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1)$$
$$y_2 = (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1)$$

$w_{11} = (1+1) = 2$	$w_{21} = (-1+1) = 0$	$w_{31} = (-1+1) = 0$	$w_{41} = (1-1) = 0$
$w_{12} = (-1+1) = 0$	$w_{22} = (1+1) = 2$	$w_{32} = (1+1) = 2$	$w_{42} = (-1-1) = -2$
$w_{13} = (-1+1) = 0$	$w_{23} = (1+1) = 2$	$w_{33} = (1+1) = 2$	$w_{43} = (-1-1) = -2$
$w_{14} = (-1+1) = 0$	$w_{24} = (1+1) = 2$	$w_{34} = (1+1) = 2$	$w_{44} = (-1-1) = -2$
$w_{15} = (-1-1) = -2$	$w_{25} = (1+1) = 0$	$w_{35} = (1-1) = 0$	$w_{45} = (-1+1) = 0$
$w_{16} = (-1+1) = 0$	$w_{26} = (-1-1) = -2$	$w_{36} = (-1-1) = -2$	$w_{46} = (1+1) = 2$

$w_{51} = (-1-1) = -2$	$w_{61} = (1-1) = 0$	$w_{71} = (1+1) = 2$	$w_{81} = (-1+1) = 0$
$w_{52} = (1-1) = 0$	$w_{62} = (-1-1) = -2$	$w_{72} = (-1+1) = 0$	$w_{82} = (1+1) = 2$
$w_{53} = (1-1) = 0$	$w_{63} = (-1-1) = -2$	$w_{73} = (-1+1) = 0$	$w_{83} = (1+1) = 2$
$w_{54} = (1-1) = 0$	$w_{64} = (-1-1) = -2$	$w_{74} = (-1+1) = 0$	$w_{84} = (1+1) = 2$
$w_{55} = (1+1) = 2$	$w_{65} = (-1+1) = 0$	$w_{75} = (-1-1) = -2$	$w_{85} = (1-1) = 0$
$w_{56} = (-1+1) = 0$	$w_{66} = (1+1) = 2$	$w_{76} = (1-1) = 0$	$w_{86} = (-1-1) = -2$

$w_{91} = (-1-1) = -2$	$w_{10,1} = (1-1) = 0$
$w_{92} = (1-1) = 0$	$w_{10.2} = (-1-1) = -2$
$w_{9.3} = (1-1) = 0$	$w_{10,3} = (-1-1) = -2$
$w_{94} = (1-1) = 0$	$w_{10,4} = (-1-1) = -2$
$w_{95} = (1+1) = 2$	$w_{10,5} = (-1+1) = 0$
$w_{96} = (-1+1) = 0$	$w_{10,6} = (1+1) = 2$

$$w=\begin{bmatrix}2&0&0&0&-2&0\\0&2&2&2&0&-2\\0&2&2&2&0&-2\\0&-2&-2&-2&0&2\\-2&0&0&0&2&0\\0&-2&-2&-2&0&2\\2&0&0&0&-2&0\\0&2&2&2&0&-2\\-2&0&0&0&2&0\\0&-2&-2&-2&0&2\end{bmatrix}$$

Operación Y→X

$$ux_1 = wy_1^T$$

$$u_{x1}=\begin{bmatrix}2&0&0&0&-2&0\\0&2&2&2&0&-2\\0&2&2&2&0&-2\\0&-2&-2&-2&0&2\\-2&0&0&0&2&0\\0&-2&-2&-2&0&2\\2&0&0&0&-2&0\\0&2&2&2&0&-2\\-2&0&0&0&2&0\\0&-2&-2&-2&0&2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\-1\\-1\\-1\\-1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\-8\\-8\\8\\-4\\8\\4\\-8\\-4\\8\end{bmatrix}$$

$$\boxed{x_1 = fn(u_{x1}) = [1\quad -1\quad -1\quad 1\quad -1\quad 1\quad 1\quad -1\quad -1\quad 1]^T}$$

Asocia con x_1

$$u_{y1} = w^T \cdot x_1^T$$

$$w=\begin{bmatrix}2&0&0&0&-2&0&2&0&-2&0\\0&2&2&-2&0&-2&0&2&0&-2\\0&2&2&-2&0&-2&0&-2&0&-2\\0&2&2&-2&0&-2&0&2&0&-2\\-2&0&0&0&2&0&-2&0&2&0\\0&-2&-2&2&0&2&0&-2&0&2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\-1\\-1\\1\\-1\\1\\1\\-1\\-1\\1\end{bmatrix}$$

$u_{y1} = w^T x_1^T$

$u_{y1} = [8 \quad -12 \quad -12 \quad -12 \quad -8 \quad 12]^T$

$y_1 = fn(u_{y1}) = [1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1]$

Asocia con x_1

$u_{x2} = w \cdot y_2^T$

$u_{x2} = [4 \quad 8 \quad 8 \quad -8 \quad -4 \quad -8 \quad 4 \quad 8 \quad -4 \quad -8]$

$x_2 = fn(u_{x2}) = [1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1]$

Asocia con x_2

$u_{y2} = w^T \cdot x_2^T$

$u_{y2} = [8 \quad 12 \quad 12 \quad 12 \quad -8 \quad -12]$

$y_2 = fn(u_{y2}) = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1]$

Asocia con y_2.

Ejemplo 3:

$$A_1 = [-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1] \qquad A_2 = [1 \quad 1 \quad 1 \quad -1]$$
$$B_1 = [1 \quad 1 \quad -1] \qquad B_2 = [1 \quad -1 \quad 1]$$

$$w_{11} = (-1+1) = 0 \qquad w_{21} = (-1+1) = 0 \qquad w_{31} = (-1+1) = 0 \qquad w_{41} = (-1-1) = -2$$
$$w_{12} = (-1-1) = -2 \qquad w_{22} = (-1-1) = -2 \qquad w_{32} = (-1-1) = -2 \qquad w_{42} = (-1+1) = 0$$
$$w_{13} = (1+1) = 2 \qquad w_{23} = (1+1) = 2 \qquad w_{33} = (1+1) = 2 \qquad w_{43} = (1-1) = 0$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$uA_1 = w \cdot B^T$$
$$uA_1 = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}$$
$$A_1 = fn(uA_1) = [-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1]$$

Asocia con A_1.

$$uA_2 = w \cdot B^T$$
$$uA_2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$
$$A_2 = fn(uA_2) = [1 \quad 1 \quad 1 \quad -1]$$

Asocia con A_2.

$$uB_1 = w \cdot A^T$$
$$uB_1 = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix}$$
$$B_1 = fn(uB_1) = [1 \quad 1 \quad -1]$$

Asocia con B_1.

$$uB_2 = w \cdot A^T$$
$$uB_2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \\ 6 \end{bmatrix}$$
$$B_2 = fn(uB_2) = [1 \quad -1 \quad 1]$$

Asocia con B_2.

Ejemplo 4:

$$A_1 = [-1 \quad 1 \quad -1 \quad 1] \qquad B_1 = [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1]$$
$$A_2 = [-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1] \qquad B_2 = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$
$$A_3 = [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1] \qquad B_3 = [-1 \quad 1 \quad -1 \quad 1]$$

$$w_{11} = (-1-1-1) = -3 \quad w_{21} = (1-1+1) = 1 \quad w_{31} = (-1-1-1) = -3 \quad w_{41} = (1-1+1) = 1$$
$$w_{12} = (1-1+1) = 1 \quad w_{22} = (-1-1-1) = -3 \quad w_{32} = (1-1+1) = 1 \quad w_{42} = (-1-1-1) = -3$$
$$w_{13} = (-1-1-1) = -3 \quad w_{23} = (1-1+1) = 1 \quad w_{33} = (-1-1-1) = -3 \quad w_{43} = (1-1+1) = 1$$
$$w_{14} = (1-1+1) = 1 \quad w_{24} = (-1-1-1) = -3 \quad w_{34} = (1-1+1) = 3 \quad w_{44} = (-1-1-1) = -3$$

$$w = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$uA_1 = w \cdot B_1^T$$
$$uA_1 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 8 \\ -8 \\ 8 \end{bmatrix}$$
$$A_1 = fn(uA_1) = [-1 \quad 1 \quad -1 \quad 1]$$

$$uB_1 = w \cdot A_1^T$$
$$uB_1 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -8 \\ 8 \\ -8 \end{bmatrix}$$
$$B_1 = fn(uB_1) = [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1]$$

$$uA_2 = w \cdot B_2^T$$
$$uA_2 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}$$
$$A_2 = fn(uA_2) = [-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1]$$

$$uB_2 = w \cdot A_2^T$$
$$uB_2 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$
$$B_2 = fn(uB_2) = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$

$$uA_3 = w \cdot B_3^T$$
$$uA_3 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -8 \\ 8 \\ -8 \end{bmatrix}$$
$$A_3 = fn(uA_3) = [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1]$$

$$uB_3 = w \cdot A_3^T$$
$$uB_3 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 8 \\ -8 \\ 8 \end{bmatrix}$$
$$B_3 = fn(uB_3) = [-1 \quad 1 \quad -1 \quad 1]$$

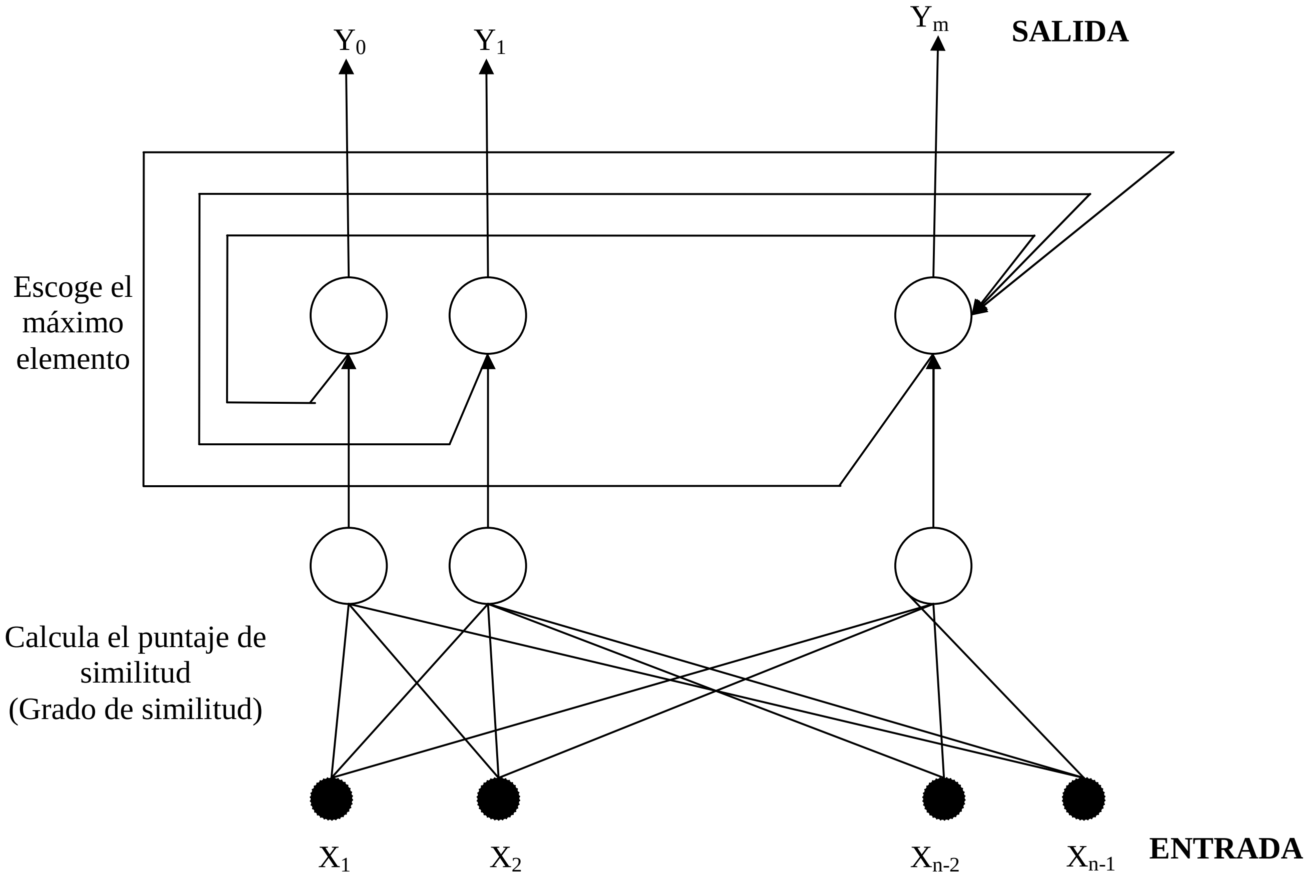
RED DE HAMMING

Es uno de los ejemplo mas simples de aprendizaje, competitivo, las neuronas en la capa de salid de esta red compiten unas con otras para determinar la ganadora, la cual indica el patron prototipo mas representativo en la entrada de la red.

Esta red consiste en 2 capas:

1.- Realiza la correlación entres vector de entrada y vectores prototipo.

2.- La competición para determinar cual de los vectores prototipo esta mas cercano al vector de entrada.



OPERACIÓN DE LA RED DE HAMMING

- Calcular los pesos de conexión.

$$w_{ij} = \frac{C_j^i}{2} \qquad \theta_j = \frac{N}{2}$$

w_{ij} = el peso de conexión desde i-ésimo elemento a j-ésimo elemento

C_j^i =i-ésimo elemento de j-ésimo elemento patrón ejemplar.

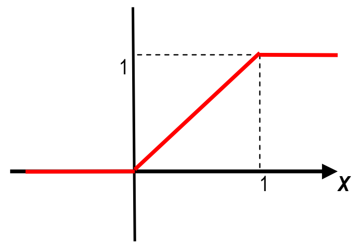
θ_j =j-ésimo bias N= de neuronas de cada patrón.

- Calcular la salida de la primera red, que indica cuan cercano está cada vector de entrada a los patrones prototipo. (Ejemplares) es decir calcula el grado de similitud entre el patrón de entrada y los patrones ejemplares.

$$u_j(0) = ft\left(\tfrac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} w_{ij} xi + \theta_j \right)$$

La función que utilizar es no lineal (parcialmente lineal)

$$ft(x) = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ x & 0 \le x \le 1 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$



En la segunda capa se determina por medio de una capa competitiva el patrón prototipo más cercano. Las neuronas en esta capa son iniciadas con la salida de la capa en realimentación, la cual indica el grado de similitud.

Las neuronas compiten unas con otras para determinar una ganadora; después la competición solo una neurona tendrá una salida no cero. (Positiva):

La salida de la capa esta determinada de acuerdo a:

$$u_k(t+1) = ft\left[u_k(t) - \varepsilon \sum_{k \neq l}^{M-1} u_l(t) \right]$$

$\varepsilon = \dfrac{1}{M-1}$ Valor muy pequeño para inhibir a las neuronas.

La condición de convergencia, es solo haya un valor positivo.

En cada iteración, cada salida de la neurona se decrementará en proporción a la suma de las otras neuronas.

EJEMPLO 1:

Ejemplares:

$P_1 = [1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1]$

$P_2 = [-1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$

$P_3 = [1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1]$

Patrones de entrada

$a_1 = [1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1]$

$a_2 = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$

Neuronas de entrada = 5

Patrones = 3 $\therefore$ son el número de neuronas de salida de la red.

$$w_{ij} = \frac{C_j^i}{2} \qquad \theta_j = \frac{N}{2}$$

$$w_{11} = 1/2 \quad w_{12} = -1/2 \quad w_{13} = 1/2 \qquad w = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & -1/2 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \qquad \theta_j = \frac{N}{2} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

$$u_k(0) = ft\left[1/N \sum_{i=1}^{N} w_{ij} x_1 + \theta_j \right]$$

$$\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & -1/2 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} \end{bmatrix} = \frac{1}{5}\left[\begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} \end{bmatrix} \right] = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

$$u(0) = ft[1 \quad 0.2 \quad 0.4]$$

Aplicando la función no lineal

$$u(0) = ft[1 \quad 0.2 \quad 0.4]$$

$$u_k(t+1) = ft\left[u_k(t) - \varepsilon \sum_{k \neq l}^{M-1} u_l(t) \right]$$

$$u_1(1) = ft[u_1(0) - 1/4(u_2(0) + u_3(0))] = ft[1 - 1/4(0.2 + 0.4)]$$

$$u_1(1) = ft[1 - 0.15] = ft(0.85) = 0.85$$

$$u_2(1) = ft[0.2 - 1/4(1.4)] = ft[0.2 - 0.35] = ft[-0.15] = 0$$

$$u_3(1) = ft[0.4 - 1/4(1.2)] = ft[0.4 - 0.30] = ft[0.1] = 0.1$$

$$[0.85 \quad 0 \quad 0.1]$$