a) Fórmula de Rodriguez:

$$L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^n)$$

$$L_2(x) = \frac{e^x}{2} \frac{d^2}{dx^2}(e^{-x}x^2) = \frac{e^x}{2} \frac{d}{dx}(2xe^{-x} - e^{-x}x^2)$$

$$\frac{d}{dx}(2xe^{-x}) = 2\frac{d}{dx}xe^{-x} = (e^{-x} - xe^{-x})2 = 2e^{-x} - 2xe^{-x}$$

$$-\frac{d}{dx}(e^{-x}x^2) = (2xe^{-x} - x^2e^{-x})\cdot -1 = x^2e^{-x} - 2xe^{-x}$$

$$L_2(x) = \frac{e^x}{2}\left[2e^{-x} - 2xe^{-x} - 2xe^{-x} + x^2e^{-x}\right]$$

$$= \frac{e^x}{2}\left[2e^{-x} - 4xe^{-x} + x^2e^{-x}\right]$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{3x}{2} + \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 2)$$

b) $C_2(x) = \frac{1}{2}(x^2-4x+2)$

$\rightarrow \frac{1}{2}(x^2-4x+2)=0 \rightarrow x^2-4x+2=0$

$\rightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2-4(1)(2)}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = 2 \pm \frac{2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$

$2+\sqrt{2} \approx 3.4142135624$

$2-\sqrt{2} \approx -0.4142135624$

d) $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt = (x-1)!$

$-\int_0^{\infty} -e^{-x} x^3 dx \;;\; u = x^3 \quad dv = -e^{-x}$

$du = 3x^2 dx \quad v = -e^{-x}$

$= x^3 e^{-x} - \int e^{-x} 3x^2 dx \rightarrow \cancel{x}^3 - e^{-x} - (6x e^{-x} - \int e^{-x} 6x dx)$

$\lim_{x \to \infty} x^3 e^{-x} - 6x e^{-x} - 6 e^{-x} - e^{-x} 6 - 1 - 6 - 6$

$= 0 - 0 - 1$

Scanned by CamScanner