ELSEVIER

INTRODUÇÃO À TEORIA DO CRESCIMENTO ECONÔMICO

Charles I. Jones
Stanford University

CAMPUS

2 O MODELO DE SOLOW

Toda teoria depende de hipóteses que não são totalmente verdadeiras. É isso que a faz teoria. A arte de bem teorizar é fazer as inevitáveis hipóteses simplificadoras de tal maneira que os resultados finais não sejam muito sensíveis.

– ROBERT SOLOW (1956), p. 65.

Em 1956, Robert Solow publicou um artigo seminal sobre o crescimento e o desenvolvimento econômicos intitulado "A Contribution to the Theory of Economic Growth". Por esse trabalho e pelas subseqüentes contribuições à nossa compreensão do crescimento econômico, Solow foi contemplado com o Prêmio Nobel de Economia em 1987. No presente capítulo, desenvolveremos o modelo proposto por Solow e exploraremos sua capacidade de explicar os fatos consagrados a respeito do crescimento e do desenvolvimento apresentados no Capítulo 1. Como veremos, esse modelo oferece uma importante base para o entendimento do motivo pelo qual muitos países são vigorosamente ricos enquanto outros são empobrecidos.

Seguindo o conselho de Solow na citação acima, levantaremos várias hipóteses que parecerão heróicas. Contudo, esperamos que essas hipóteses simplificadoras não distorçam em demasia, para os nossos propósitos, o quadro do mundo que criaremos. Por exemplo, o mundo que consideraremos neste capítulo será formado por países que produzem e consomem um único bem homogêneo (*produto*). Em termos conceituais, bem como para testar o modelo usando dados empíricos, é conveniente pensar nesse produto como unidades do Produto Interno Bruto, ou PIB, de um país. Uma implicação dessa hipótese simplificadora é que não há comércio internacional no modelo porque há apenas um bem: dou-lhe um autógrafo de Joe DiMaggio, de 1941, em troca de ... seu autógrafo de Joe DiMaggio? Outra hipótese do modelo é que a tecnologia é exógena – isto é, a tecnologia disponível para as empresas nesse mundo simples não é afetada pelas ações das empresas, incluindo pesquisa e desenvolvimento (P&D). Mais adiante, relaxaremos essas hipóteses, mas por enquanto, e para Solow, elas funcionam. A economia tem feito muitos progressos criando um mundo muito simples e, então, observando como ele funciona e deixa de funcionar.

Antes de apresentar o modelo de Solow, vale a pena voltar atrás para considerar o que é um modelo e para que ele serve. Na teoria econômica moderna, um modelo é uma representação matemática de algum aspecto da economia. É mais fácil pensar nos modelos como economias de brinquedo povoadas por robôs. Sabemos exatamente como os robôs se comportam, maximizando a sua própria utilidade. Também especificamos as restrições a que os robôs se sujeitam ao buscar maximizar sua utilidade. Por exemplo, os robôs que povoam nossa economia podem querer consumir a maior quantidade possível de produto, mas estão limitados pela quantidade de produto que geram com as tecnologias disponíveis. Os melhores modelos são, com freqüência, muito simples, mas transmitem grandes percepções acerca do funcionamento do mundo. Pense no caso da oferta e da demanda, na microeconomia. Essa ferramenta básica tem uma eficácia notável na previsão da resposta dos preços e quantidades de itens tão diversos quanto cuidados com a saúde, computadores e armas nucleares às mudanças do ambiente econômico.

Com esse entendimento de como e por que os economistas desenvolvem modelos, faremos uma pausa para destacar algumas das principais hipóteses que utilizaremos até os capítulos finais do livro. Em vez de escrever as funções de utilidade a serem maximizadas pelos robôs de nossa economia, sintetizaremos os resultados da maximização de utilidade com regras elementares a que os robôs obedecerão. Por exemplo, um problema comum na economia está na decisão que as pessoas têm de tomar entre quanto consumir hoje e quanto poupar para consumir no futuro. Ou a decisão de por quanto tempo freqüentar a escola para acumular qualificações e quanto tempo permanecer no mercado de trabalho. Em vez de formular esses problemas explicitamente, vamos supor que as pessoas poupem uma fração constante de sua renda e gastem parte constante do seu tempo acumulando qualificações. São simplificações extremamente úteis; sem elas seria muito difícil resolver os modelos sem recorrer a técnicas matemáticas avançadas. Para grande parte das finalidades, essas são hipóteses adequadas a uma primeira aproximação do entendimento do crescimento econômico. Contudo, fique tranqüilo, a partir do Capítulo 7 essas hipóteses serão relaxadas.

2.1 MODELO BÁSICO DE SOLOW

O modelo de Solow é construído em torno de duas equações, uma função de produção e uma equação de acumulação de capital. A função de produção descreve como insumos como escavadeiras mecânicas, semicondutores, engenheiros e operários se combinam para gerar produto. Para simplificar o modelo, agruparemos esses insumos em duas categorias: capital, K, e trabalho, L, e chamaremos o produto de Y. A *função de produção* será a Cobb-Douglas e será dada por

$$Y = F(K,L) = K^{\alpha}L^{1-\alpha}, \tag{2.1}$$

onde α é qualquer número entre 0 e 1.[1] Observe que essa função de produção apresenta retornos constantes à escala: se todos os insumos forem duplicados, o produto dobrará.[2]

As empresas nessa economia pagam aos trabalhadores um salário, w, a cada unidade de trabalho, e um aluguel, r, a cada unidade de capital em um período. Imaginaremos que há um grande número de empresas, de modo que vigora a concorrência perfeita e as empresas são tomadoras de preço.[3] Normalizando o preço do produto em nossa economia para a unidade, as empresas maximizadoras de lucro resolvem o seguinte problema:

$$\max_{K,L} F(K,L) - rK - wL.$$

De acordo com as condições de primeira ordem para esse problema, as empresas irão contratar mão-de-obra até que o produto marginal da mão-de-obra seja igual ao salário e arrendar capital até que o produto marginal seja igual ao preço do aluguel:

$$w = \frac{\partial F}{\partial L} = (1-\alpha)\frac{Y}{L},$$

$$r = \frac{\partial F}{\partial K} = \alpha\frac{Y}{K}.$$

---

[1] Charles Cobb e Paul Douglas (1928) propuseram essa forma funcional em sua análise da indústria de transformação dos EUA. É interessante notar que eles argumentaram que essa função de produção, com um valor de ¼ para α, se ajustava muito bem aos dados sem considerar progresso tecnológico

[2] Recorde que, se $F(\alpha K, \alpha L) = \alpha Y$ para qualquer $a > 1$, então dizemos que a função de produção apresenta retornos constantes à escala. Se $F(\alpha K, \alpha L) > \alpha Y$, então a função de produção registrará *retornos crescentes à escala*, e se o sentido da desigualdade for invertido, os *retornos à escala serão decrescentes.*

[3] Na microeconomia, como se recorda, aprendemos que, com retornos constantes à escala, o número de empresas é indeterminado, isto é, não é fixado pelo modelo.

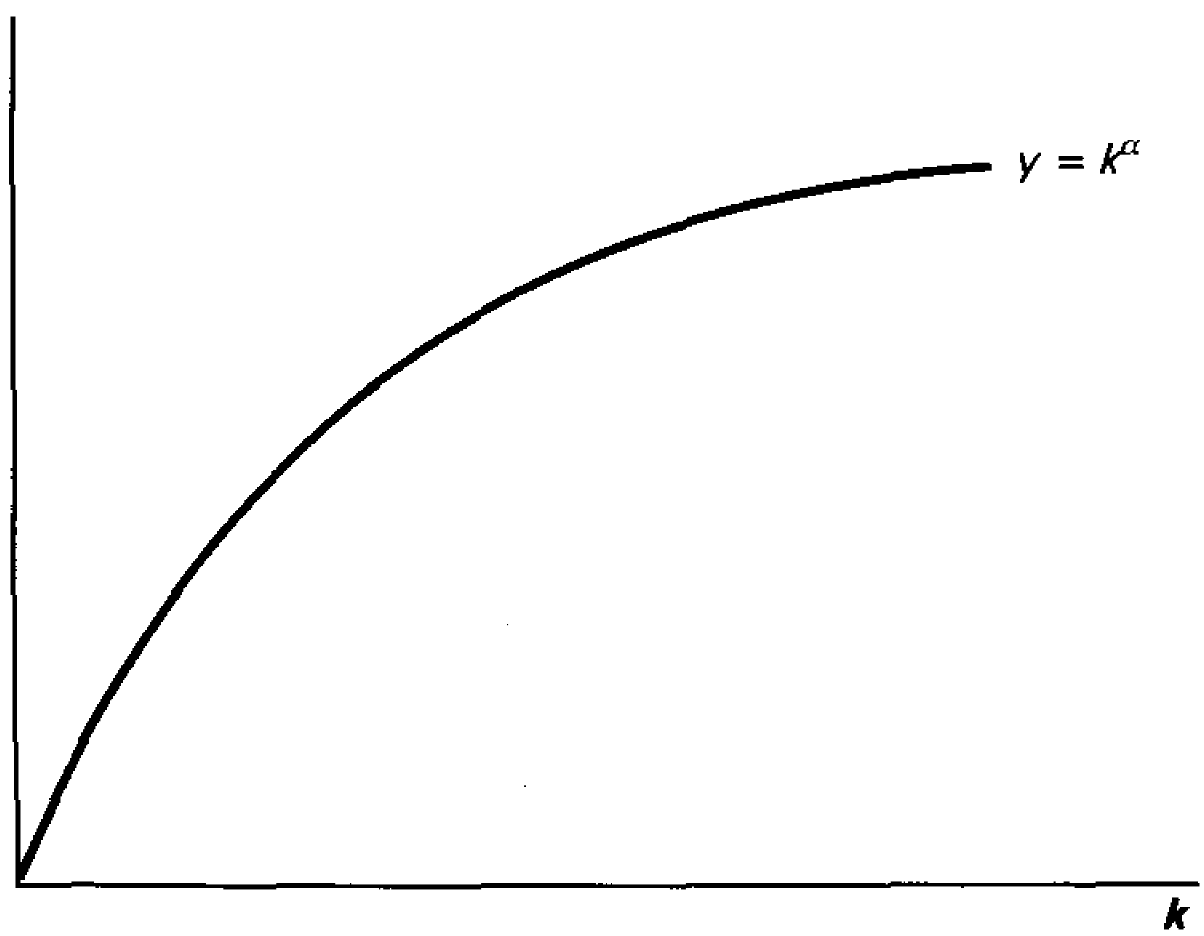
Observe que $wL + rK = Y$. Isto é, os pagamentos aos insumos ("pagamentos aos fatores") exaurem totalmente o valor do produto gerado, de modo que não podem ser auferidos lucros econômicos. Esse importante resultado é uma propriedade geral de funções de produção com retornos à escala constante.

Lembre-se que no Capítulo 1 foi mencionado que os fatos consagrados que estamos interessados em explicar envolvem o produto por trabalhador ou o produto *per capita*. Com isso em mente, podemos reescrever a função de produção da equação (2.1) em termos de produto por trabalhador, $y \equiv Y/L$, e de capital por trabalhador, $k \equiv K/L$:

$$y = k^{\alpha}. \tag{2.2}$$

Essa função de produção está representada graficamente na Figura 2.1. Com mais capital por trabalhador, as empresas geram mais produto por trabalhador. Contudo, há retornos decrescentes ao capital por trabalhador; a cada unidade adicional de capital que damos a um trabalhador, o produto gerado por esse trabalhador cresce menos e menos.

FIGURA 2.1 FUNÇÃO DE PRODUÇÃO COBB-DOUGLAS.



A segunda equação fundamental do modelo de Solow é uma equação que descreve como o capital se acumula. Ela é dada por

$$\dot{K} = sY - dK. \tag{2.3}$$

Esse tipo de equação será usado ao longo deste livro e é muito importante, de modo que nos deteremos por alguns instantes para explicar cuidadosamente o que ela nos diz. De acordo com esta equação, a variação no estoque de capital, $\dot{K}$, é igual ao montante do investimento bruto, sY, menos o montante da depreciação que ocorre durante o processo produtivo, dK. Explanaremos esses três termos com mais pormenores.

O termo do lado esquerdo da equação (2.3) é a versão contínua no tempo de $K_{t+1} - K_t$, isto é, a variação no estoque de capital por "período". Usamos a notação de "ponto"[4] para indicar a derivada com relação ao tempo.:

$$\dot{K} \equiv \frac{dK}{dt}.$$

O segundo termo da equação (2.3) representa o investimento bruto. De acordo com Solow, supomos que os trabalhadores/consumidores poupam uma fração constante, s, de sua renda combinada de salários e aluguéis, $Y = wL + rK$. A economia é fechada, de modo que a poupança é igual ao investimento, e a única utilização do investimento nessa economia é a acumulação de capital. Os consumidores, então, alugam esse capital para as empresas, que o utilizam na produção, como foi dito anteriormente.

O terceiro termo da equação (2.3) reflete a depreciação do estoque de capital que ocorre durante a produção. A forma funcional padrão aqui empregada implica que uma fração constante, d, do estoque de capital se deprecia a cada período (qualquer que seja a quantidade produzida). Por exemplo, freqüentemente admitimos que $d = 0{,}05$, de modo que 5% das máquinas e instalações da economia do nosso modelo se desgastam a cada ano.

Para estudar a evolução do produto *per capita* dessa economia, reescrevemos a equação da acumulação de capital em termos de capital *per capita*. Então, a função de produção da equação (2.2) nos dirá a quantidade de produto *per capita* gerado por qualquer estoque de capital *per capita* existente na economia. Isto é feito mais facilmente por meio de um simples macete matemático que é usado muitas vezes no estudo do crescimento. O macete matemático é "tirar os logaritmos e então derivar" (ver Apêndice A para maiores explicações). A seguir, mostramos dois exemplos de como isso é feito.

Exemplo 1:

$$k \equiv K/L \Rightarrow \log k = \log K - \log L$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}.$$

[4] O Apêndice A explica o significado dessa notação em mais detalhes.

Exemplo 2:

$$y = k^{\alpha} \Rightarrow \log y = \alpha \log k$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k}.$$

Aplicando o Exemplo 1 à equação (2.3) podemos reescrever a equação da acumulação de capital em termos de capital por trabalhador. Antes de prosseguir, porém, vejamos a taxa de crescimento da força de trabalho, $\dot{L}/L$. Uma hipótese importante que manteremos ao longo da maior parte do livro é que a taxa de participação da força de trabalho é constante e que a taxa de crescimento populacional é dada pelo parâmetro n.[5] Isto implica que a taxa de crescimento da força de trabalho, $\dot{L}/L$, também é dada por n. Se $n = 0{,}01$, então a população e a força de trabalho estão crescendo 1% ao ano. Esse crescimento exponencial pode ser expresso na relação

$$L(t) = L_0 e^{nt}.$$

Tirando os logaritmos e derivando, qual é o resultado?

Agora estamos prontos para combinar o Exemplo 1 e a equação (2.3):

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{sY/L}{K/L} - n - d$$

$$= \frac{sy}{k} - n - d.$$

Isso resulta na equação de acumulação de capital em termos por trabalhador:

$$\dot{k} = sy - (n + d)k.$$

Esta equação diz que a variação no capital por trabalhador é determinada, a cada período, por três termos. Dois deles são análogos aos da equação de acumulação de capital original. O investimento por trabalhador, sy, au-

---

[5] Muitas vezes é conveniente, ao descrever o modelo, supor que a taxa de participação da força de trabalho é a unidade, isto é, que todos os componentes da população são também trabalhadores.

menta k, enquanto a depreciação por trabalhador, dk, reduz k. O termo novo nessa equação é uma redução em k devida ao crescimento populacional, o termo nk. A cada período aparecem nL novos trabalhadores que não existiam no período anterior. Se não houver novos investimentos nem depreciação, o capital *por trabalhador* se reduzirá devido ao aumento na força de trabalho. O montante da redução será exatamente nk, como se pode ver fazendo $\dot{K}$ igual a zero no Exemplo 1.

2.1.1 O diagrama de Solow

Já derivamos as duas equações fundamentais do modelo de Solow em termos de produto por trabalhador e de capital por trabalhador. Essas equações são

$$y = k^{\alpha} \tag{2.4}$$

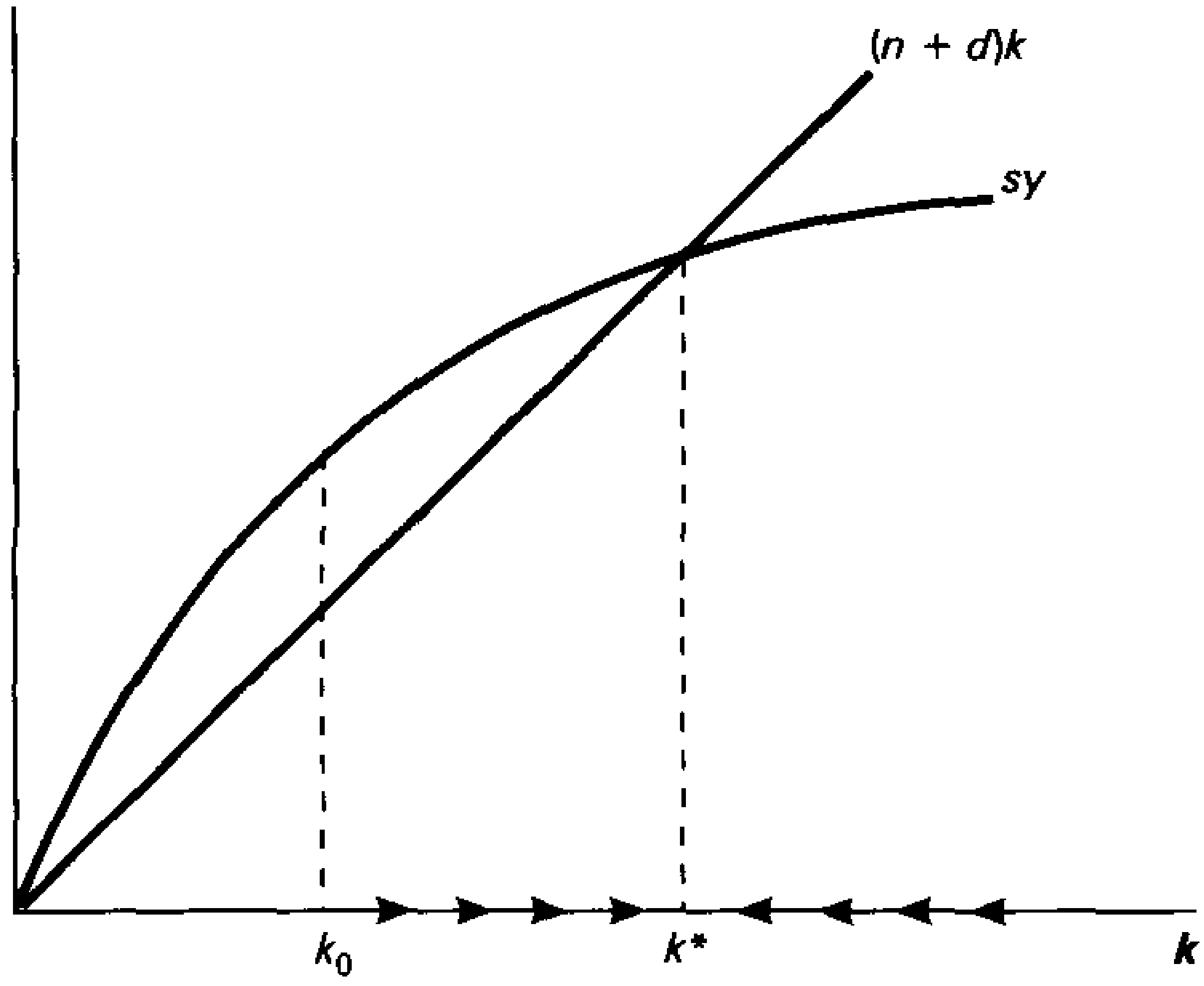
e

$$\dot{k} = sy - (n + d)k. \tag{2.5}$$

Agora estamos prontos para fazer importantes perguntas ao nosso modelo. Por exemplo, uma economia começa com um dado estoque de capital por trabalhador, k_0, e taxa de crescimento populacional, taxa de depreciação e taxa de investimento dadas. Como evolui ao longo do tempo, nessa economia, o produto por trabalhador – isto é, quanto cresce a economia? E o que acontece, no longo prazo, com o produto por trabalhador quando estamos comparando duas economias com diferentes taxas de investimento?

Essas questões são analisadas mais facilmente quando observamos um diagrama de Solow, mostrado na Figura 2.2. O gráfico de Solow consiste em duas curvas, plotadas como funções da razão capital/trabalho, k. A primeira curva é o montante de investimento *per capita*, $sy = sk^{\alpha}$. Esta curva tem a mesma forma da função de produção apresentada na Figura 2.1, mas é reduzida pelo fator s. A segunda curva é a linha constante $(n + d)k$, que representa o novo investimento *per capita* necessário para manter constante o montante de capital por trabalhador – tanto a depreciação quanto o crescimento da força de trabalho tendem a reduzir o montante de capital *per capita* da economia. Quando essa mudança é positiva e a economia está aumentando seu capital por trabalhador, dizemos que está ocorrendo um *aprofundamento do capital*. Quando a mudança é zero mas o estoque de capital real, K, está crescendo (em decorrência do crescimento populacional), dizemos que ocorre apenas um *alargamento de capital*.

FIGURA 2.2 O DIAGRAMA BÁSICO DE SOLOW.

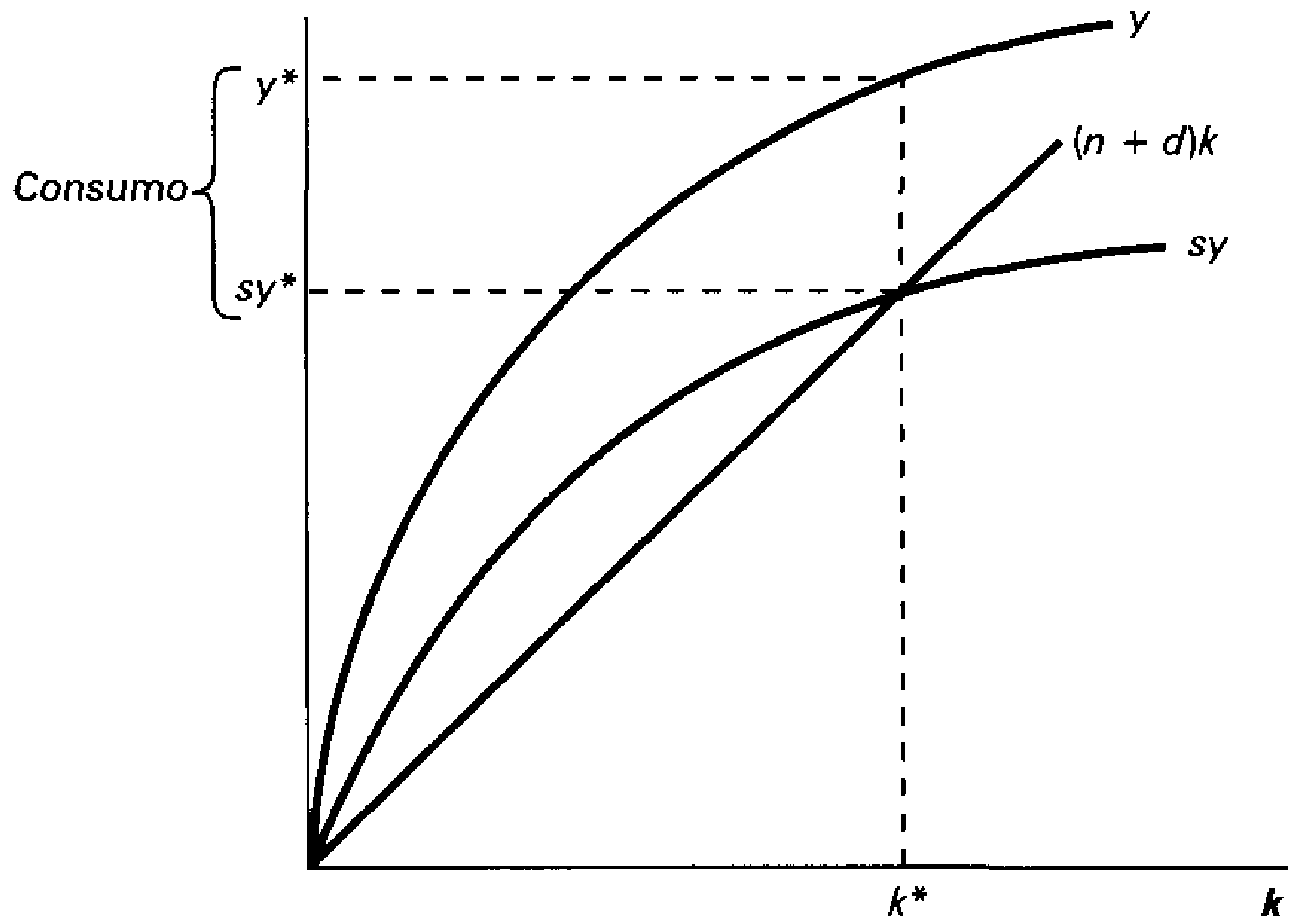


Para considerar um exemplo específico, imagine uma economia que tenha, hoje, um montante de capital igual a k_0, como mostra a Figura 2.2. O que acontece ao longo do tempo? Em k_0, o montante de investimento por trabalhador é superior ao necessário para se manter constante o capital por trabalhador, de modo que se verifica um aprofundamento do capital – isto é, k aumenta ao longo do tempo. Esse aprofundamento do capital continuará até que $k = k^*$, ponto em que $sy = (n + d)k$, de modo que $\dot{k} = 0$. Nesse ponto, o montante de capital por trabalhador permanece constante, e chamamos tal ponto de *estado estacionário*.

O que ocorreria se, no momento inicial, o estoque de capital por trabalhador fosse maior que k^*? Em pontos à direita de k^*, na Figura 2.2, o montante de investimento suprido pela economia é menor que o necessário para manter constante a razão capital-trabalho inicial. O termo $\dot{k}$ é negativo, e, portanto, o montante de capital por trabalhador começa a cair. Essa queda prossegue até que o capital por trabalhador se reduza a k^*.

Observe que o gráfico de Solow determina o valor do capital por trabalhador no estado estacionário. A função de produção da equação (2.4) determina então o valor do produto por trabalhador no estado estacionário, y^*, como função de k^*. Às vezes é conveniente incluir a função de produção no próprio gráfico de Solow para determinar esse ponto claramente. Isto é feito na Figura 2.3. Observe que o consumo por trabalhador no estado estacionário é dado, então, pela diferença entre o produto por trabalhador no estado estacionário, y^*, e o investimento por trabalhador no estado estacionário, sy^*.

FIGURA 2.3 DIAGRAMA DE SOLOW E A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO.



2.1.2 Estática comparativa

A estática comparativa é usada para examinar a resposta do modelo a mudanças nos valores de seus vários parâmetros. Nesta seção, veremos o que acontece com a renda *per capita* em uma economia que se encontra inicialmente no estado estacionário e passa então por um "choque". Os choques que consideraremos aqui são um aumento na taxa de investimento, s, e um aumento na taxa de crescimento populacional, n.

Um aumento na taxa de investimento Imagine uma economia que atingiu o estado estacionário para o valor do produto por trabalhador. Suponha agora que os consumidores dessa economia decidam aumentar a taxa de investimento, permanentemente, de s para um valor s'. O que acontece nesse caso com k e y?

Encontramos a resposta na Figura 2.4. O aumento na taxa de investimento desloca para cima a curva sy, que vai para $s'y$. Dado o valor corrente do estoque de capital, k^*, o investimento por trabalhador é agora superior ao montante necessário para manter constante o capital por trabalhador, e, portanto, se reinicia um aprofundamento do capital. Esse aprofundamento prossegue até o ponto em que $s'y = (n + d)k$ e o estoque de capital por trabalhador aumenta para k^{**}. De acordo com a função de produção, sabemos que esse nível mais elevado de capital por trabalhador estará associado a um maior produto *per capita*; a economia se tornou mais rica do que era antes.

Um aumento na taxa de crescimento populacional Vejamos agora outro exercício. Imagine que a economia alcançou seu estado estacionário, mas em decorrência de um aumento da imigração – por exemplo, a taxa de crescimento populacional aumenta de n para n'. O que ocorre com k e y nessa economia?

A Figura 2.5 apresenta graficamente a resposta. A curva $(n + d)k$ se desloca para a esquerda e se torna mais ascendente, passando para a nova curva $(n' + d)k$. Dado o montante corrente do estoque de capital, k^*, e o aumento da

FIGURA 2.4 UM AUMENTO NA TAXA DE INVESTIMENTO.

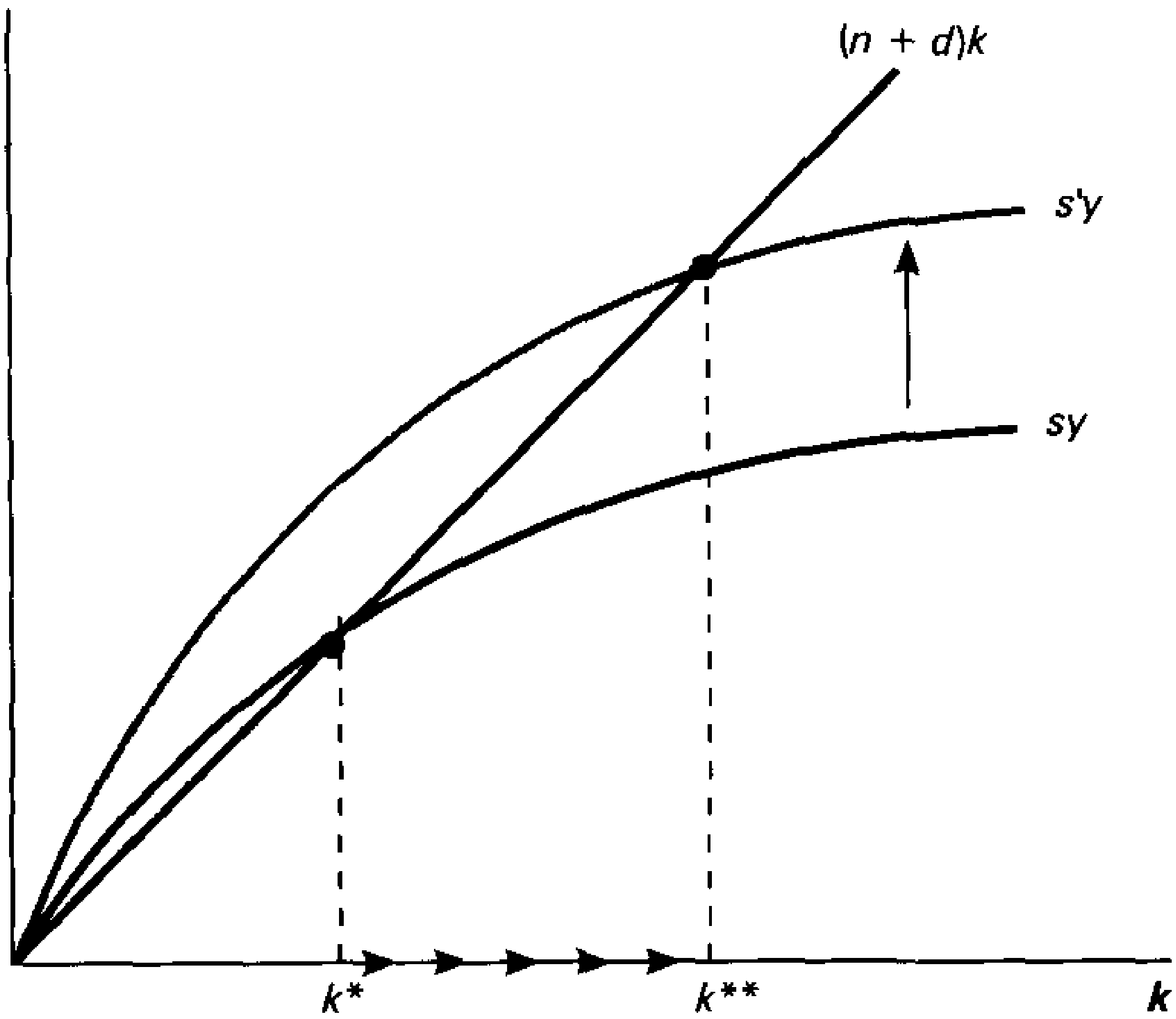
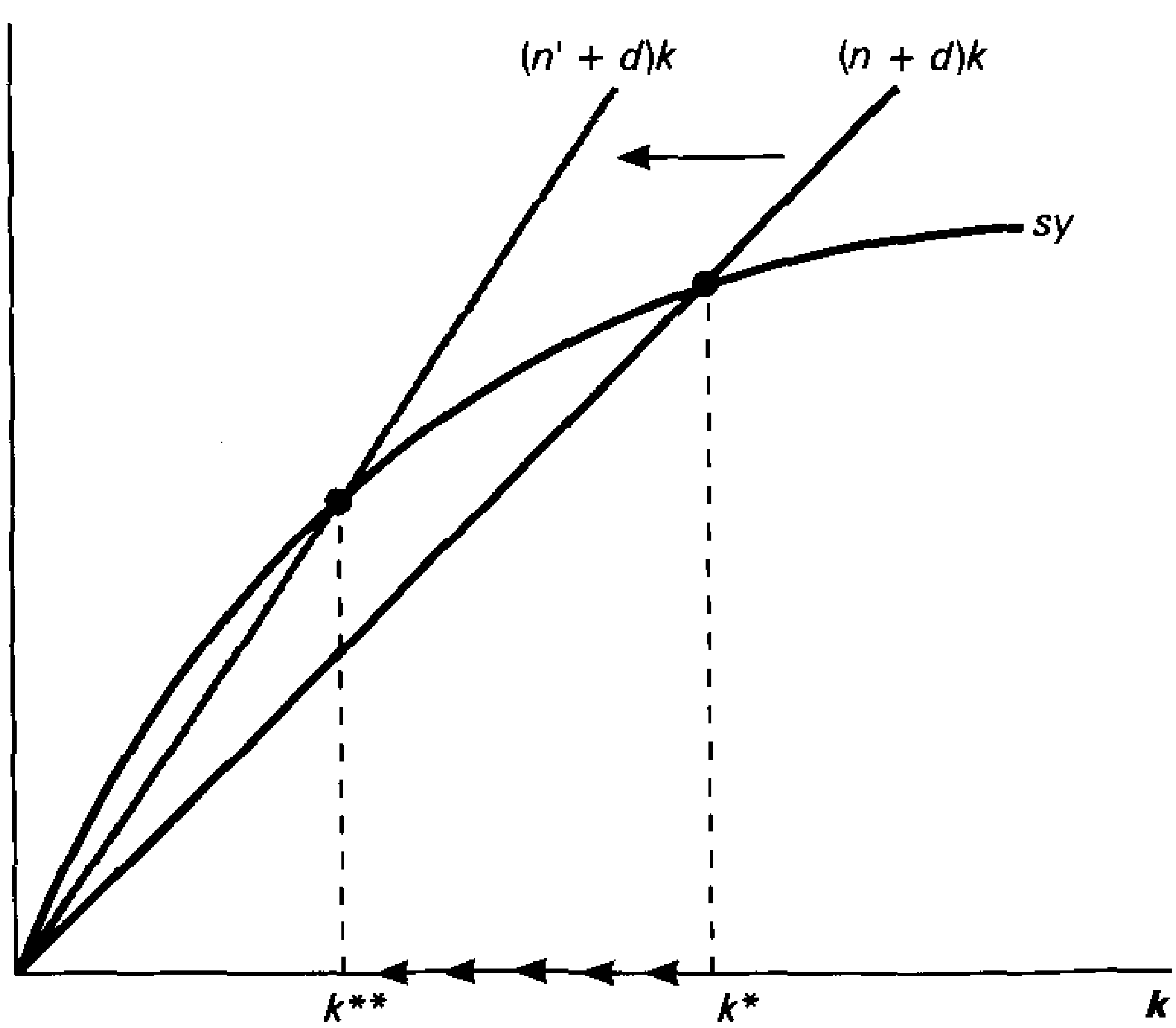


FIGURA 2.5 UM AUMENTO NO CRESCIMENTO POPULACIONAL.



população, o investimento por trabalhador já não é mais suficiente para manter constante a razão capital-trabalho. Portanto, a razão capital-trabalho se reduz. A queda prossegue até o ponto em que $sy = (n' + d)k$, indicado por k^{**} na Figura 2.5. Nesse ponto, a economia tem menos capital por trabalhador do que no início e está, portanto, mais pobre; o produto *per capita* cai após o aumento no crescimento populacional do exemplo. Por quê?

2.1.3 Propriedades do estado estacionário

Por definição, a quantidade de capital por trabalhador, no estado estacionário, é determinada pela condição $\dot{k} = 0$. As equações (2.4) e (2.5) nos permitem utilizar essa condição para obter as quantidades de capital por trabalhador e produto por trabalhador no estado estacionário. Substituindo (2.4) em (2.5),

$$\dot{k} = sk^{\alpha} - (n + d)k,$$

e tornando essa equação igual a zero obtemos

$$k^* = \left(\frac{s}{n + d}\right)^{1/(1-\alpha)}.$$

Substituindo isso na função de produção, chegamos ao produto por trabalhador no estado estacionário, y^*:

$$y^* = \left(\frac{s}{n + d}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Esta equação revela a resposta dada pelo modelo de Solow à pergunta "Por que somos tão ricos e eles tão pobres?". Países que têm altas razões poupança/investimento tenderão a ser mais ricos, *ceteris paribus*.[6] Esses países acumulam mais capital por trabalhador, e países com mais capital por trabalhador têm um maior produto por trabalhador. Já os países que têm alta taxa de poupança (investimento) tenderão a ser mais pobres, de acordo com o modelo de Solow. Em tais economias, é necessária uma fração maior das poupanças apenas para manter constante a razão capital-produto face ao aumento da população. Essa exigência de alargamento do capital dificulta o aprofundamento do capital e essas economias tendem a acumular menos capital por trabalhador.

Essas previsões do modelo de Solow se sustentam empiricamente? As Figuras 2.6 e 2.7 plotam o PIB por trabalhador e o investimento bruto como pro-

---

[6] Expressão latina cujo significado é "tudo o mais mantendo-se constante".

FIGURA 2.6 PIB POR TRABALHADOR *VERSUS* TAXAS DE INVESTIMENTO.

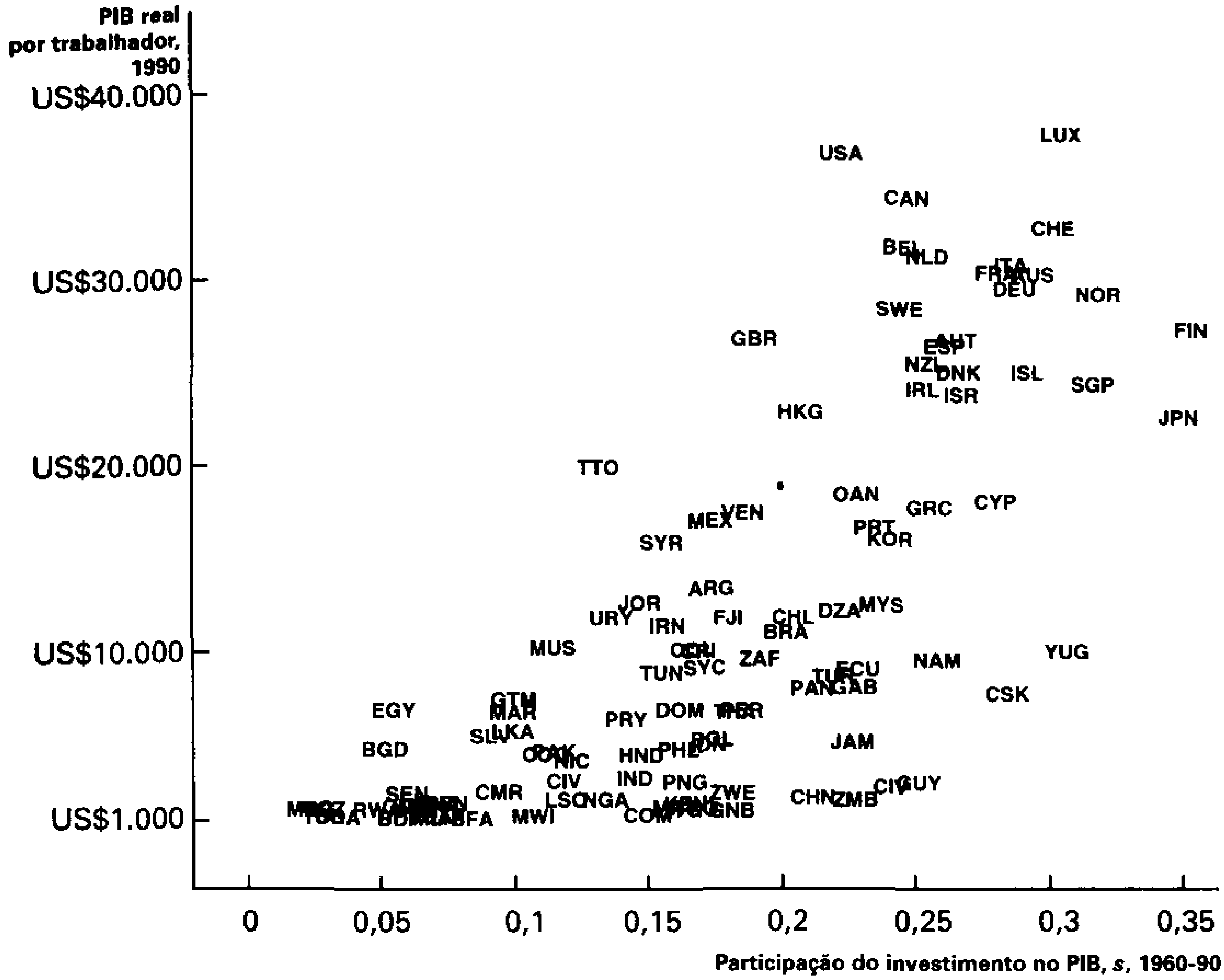
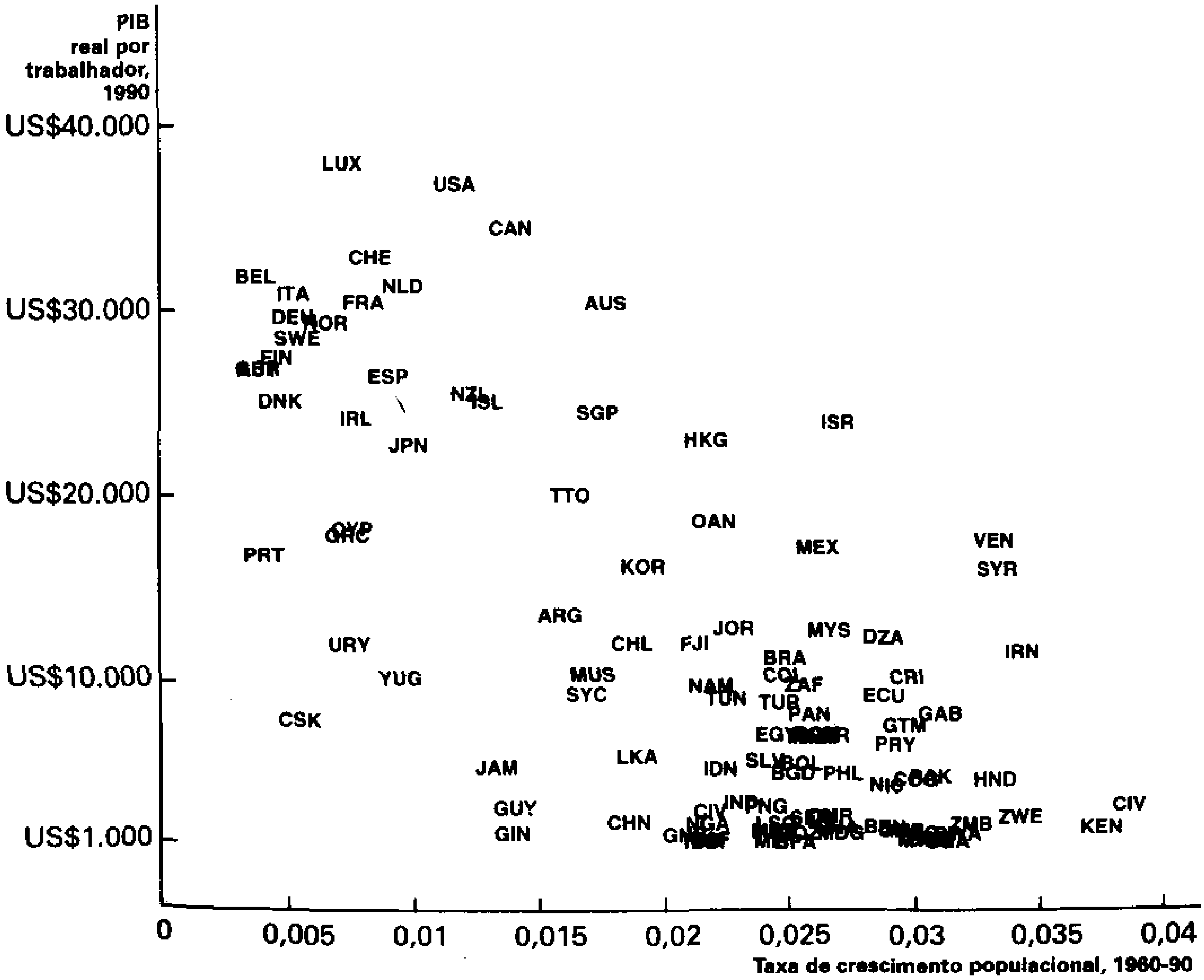


FIGURA 2.7 PIB POR TRABALHADOR *VERSUS* TAXAS DE CRESCIMENTO POPULACIONAL.



porção do PIB e o PIB por trabalhador e as taxas de crescimento populacional, respectivamente. Em geral, as previsões do modelo de Solow são sustentadas por dados empíricos. Países com altas taxas de investimento tendem a ser, em média, mais ricos que os países que registram taxas de investimento menores, e os países com altas taxas de crescimento populacional são mais pobres, em média. Portanto, as previsões gerais do modelo de Solow parecem ser confirmadas pelos dados empíricos.

2.1.4 Crescimento econômico no modelo simples

O que acontece com o crescimento econômico no estado estacionário dessa versão simples do modelo de Solow? A resposta é *não* há crescimento *per capita* nessa versão do modelo. O produto por trabalhador (e, portanto, *per capita*, pois supomos que a taxa de participação da força de trabalho é uma constante) é constante no estado estacionário. Naturalmente, o próprio produto, Y, cresce, mas o faz à mesma taxa do crescimento populacional.[7]

Essa versão do modelo se ajusta a vários dos fatos estilizados apresentados no Capítulo 1. Ela gera diferenças na renda *per capita* de diferentes países. Gera uma razão capital-produto constante (porque tanto k quanto y são constantes, implicando que K/Y seja constante). Gera uma taxa de juros constante, o produto marginal do capital. Contudo, não consegue prever um fato estilizado extremamente importante: que as economias registram um crescimento sustentado da renda *per capita*. Nesse modelo, as economias crescem durante um período, mas não sempre. Por exemplo, uma economia que no início apresenta um estoque de capital por trabalhador inferior ao montante exigido pelo estado estacionário experimentará crescimento de k e y ao longo de uma *trajetória de transição* até chegar ao estado estacionário. Com o tempo, contudo, o crescimento se torna mais lento à medida que a economia se aproxima do estado estacionário e, finalmente, o crescimento cessa por completo.

Para ver que o crescimento se desacelera ao longo da trajetória, observe duas coisas. Primeiro, partindo da equação de acumulação de capital,

$$\frac{\dot{k}}{k} = sk^{\alpha-1} - (n+d). \tag{2.6}$$

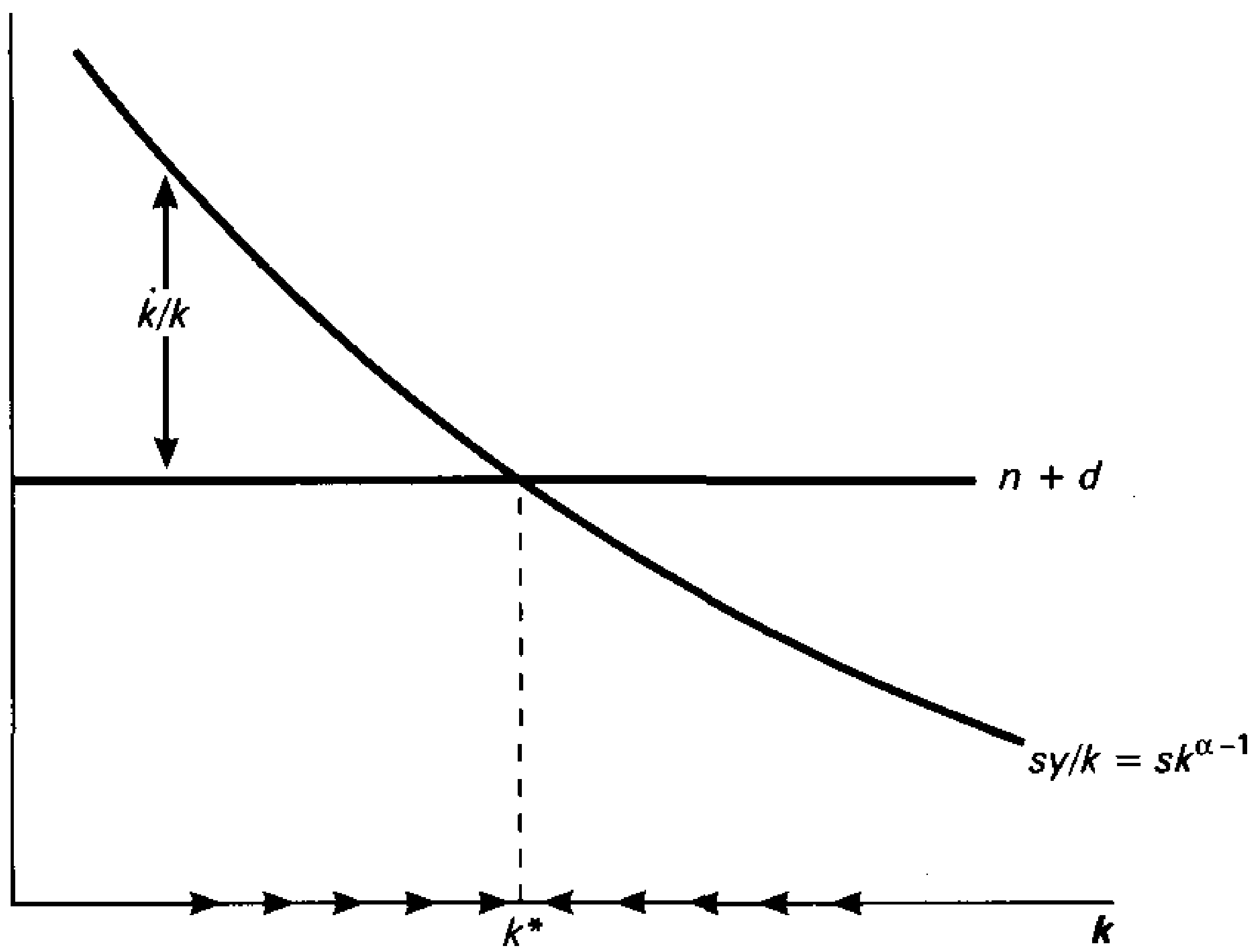
Como α é menor que um, à medida que k aumenta, a taxa de crescimento de k declina gradualmente. Segundo, o Exemplo 2 mostra que a taxa de crescimento de y é proporcional à taxa de crescimento de k, de modo que o mesmo ocorre com o produto por trabalhador.

---

[7] Isto pode ser visto facilmente usando-se o macete do "tire o logaritmo e então derive" a $y \equiv Y/L$.

A dinâmica da transição implícita na equação (2.6) está representada na Figura 2.8.[8] O primeiro termo do lado direito da equação é $sk^{\alpha-1}$, que é igual a sy/k. Quanto mais elevado o nível do capital por trabalhador, tanto menor o produto médio do capital, y/k, em decorrência dos retornos decrescentes à acumulação de capital (α é menor que um). Portanto, a declividade da curva é decrescente. O segundo termo do lado direito da equação (2.6) é $n + d$, que não depende de k, e por isso é representado por uma linha horizontal. A diferença entre as duas linhas na Figura 2.8 é a taxa de crescimento do estoque de capital ou $\dot{k}/k$. Assim, a figura indica claramente que, quanto mais a economia se encontra abaixo do valor de k no estado estacionário, tanto mais rápido será o crescimento da economia. E quanto mais acima a economia se encontrar do valor de k no estado estacionário, tanto mais rapidamente k declinará.

FIGURA 2.8 DINÂMICA DA TRANSIÇÃO.



2.2 TECNOLOGIA E O MODELO DE SOLOW

Para gerar crescimento sustentado na renda *per capita* nesse modelo, temos que seguir Solow e introduzir o progresso tecnológico no modelo. Isto é feito acrescentando-se uma variável de tecnologia, A, à função de produção:

$$Y = F(K, AL) = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha}. \tag{2.7}$$

[8] Esta versão alternativa do gráfico de Solow torna muito mais transparentes as implicações do modelo de Solow para o crescimento. Xavier Sala-i-Martin (1990) destaca esse ponto.

Incluída desse modo, diz-se que a variável tecnológica A é "aumentadora de trabalho" ou "Harrod-neutra".[9] O progresso tecnológico ocorre quando A aumenta ao longo do tempo – uma unidade de trabalho, por exemplo, é mais produtiva quando o nível da tecnologia é mais elevado.

Uma hipótese importante do modelo de Solow é que o progresso tecnológico é *exógeno*: usando uma comparação comum, a tecnologia é como "maná que cai do céu", no sentido em que surge na economia automaticamente, sem levar em consideração outros acontecimentos que estejam afetando a economia. Em vez de modelar cuidadosamente a origem da tecnologia, reconhecemos, por enquanto, que há progresso tecnológico e supomos que A esteja crescendo a uma taxa constante:

$$\frac{\dot{A}}{A} = g \Leftrightarrow A = A_0 e^{gt},$$

onde g é um parâmetro que representa a taxa de crescimento da tecnologia. Obviamente, essa hipótese é irrealista, e a explicação de como relaxá-la é um dos maiores feitos da "nova" teoria do crescimento que iremos explorar em outros capítulos.

A equação da acumulação de capital no modelo de Solow com tecnologia é a mesma que vimos anteriormente. Reescrevendo-a de maneira um pouco diferente, obtemos

$$\frac{\dot{K}}{K} = s\frac{Y}{K} - d. \tag{2.8}$$

Para ver as implicações para o crescimento do modelo com tecnologia, primeiro reescrevemos a função de produção em termos de produto por trabalhador:

$$y = k^{\alpha} A^{1-\alpha}.$$

Então tiramos os logaritmos e derivamos:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \alpha\frac{\dot{k}}{k} + (1-\alpha)\frac{\dot{A}}{A}. \tag{2.9}$$

---

[9] As outras possibilidades são $F(AK, L)$, que é conhecida como "aumentadora de capital" ou "Solow-neutra", e $AF(K, L)$, que é conhecida como tecnologia "Hicks-neutra". Dada a forma da função adotada aqui, a Cobb-Douglas, essa distinção é menos importante.

Finalmente, observe que, da equação (2.8), da acumulação de capital, sabemos que a taxa de crescimento de K será constante se, e apenas se, Y/K for constante. Mais ainda, se Y/K for constante, y/k também será constante e, mais importante, y e k estarão crescendo à mesma taxa. Uma situação em que capital, produto, consumo e população crescem a taxas constantes é denominada *trajetória de crescimento equilibrado*. Em parte devido ao seu atrativo empírico, essa é uma situação que freqüentemente desejamos analisar em nossos modelos. Por exemplo, de acordo com o Fato 5 do Capítulo 1, essa situação descreve a economia dos EUA.

Usemos a notação g_x para representar a taxa de crescimento de uma variável x ao longo de uma trajetória de crescimento equilibrado. Então, ao longo dessa trajetória, $g_y = g_k$, de acordo com a argumentação anterior. Substituindo essa relação na equação (2.9) e recordando que $\dot{A}/A = g$, obtemos,

$$g_y = g_k = g. \tag{2.10}$$

Isto é, no modelo de Solow, ao longo da trajetória de crescimento equilibrado, o produto por trabalhador e o capital por trabalhador crescem, ambos, à taxa do progresso tecnológico exógeno, g. Observe que no modelo da Seção 2.1 não havia progresso tecnológico e, portanto, não havia crescimento de longo prazo no produto por trabalhador ou no capital por trabalhador; $g_y = g_k = g = 0$. O modelo com tecnologia revela que o *progresso tecnológico é a fonte do crescimento* per capita *sustentado*. Neste capítulo, esse resultado é pouco mais do que uma hipótese; em capítulos subseqüentes, voltaremos a esse tema com muito mais detalhes e chegaremos à mesma conclusão.

2.2.1 O gráfico de Solow com tecnologia

A análise do modelo de Solow com progresso tecnológico é muito semelhante àquela apresentada na Seção 2.1: montamos uma equação e a analisamos mediante o gráfico de Solow para encontrar o estado estacionário. A única diferença importante é que a variável k deixa de ser constante no longo prazo, de modo que temos que escrever nossa equação diferencial em termos de outra variável. A nova variável estacionária será $\tilde{k} \equiv K/AL$. Observe que isto é semelhante a k/A e é, obviamente, constante ao longo da trajetória de crescimento equilibrado porque $g_k = g_A = g$. A variável $\tilde{k}$, portanto, representa a razão entre o capital por trabalhador e a tecnologia. Vamos nos referir a isso como razão "capital-tecnologia" (lembrando que o numerador é o capital por trabalhador em lugar do montante total de capital).

Reescrevendo a função de produção em termos de $\tilde{k}$, obtemos

$$\tilde{y} = \tilde{k}^{\alpha}, \tag{2.11}$$

onde $\tilde{y} \equiv Y/AL = y/A$. De acordo com a terminologia anterior, chamaremos $\tilde{y}$ de "razão produto-tecnologia".[10]

Reescrevemos a equação da acumulação de capital em termos de $\tilde{k}$ seguindo exatamente o método aplicado na Seção 2.1. Observe, primeiramente, que

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{L}}{L}.$$

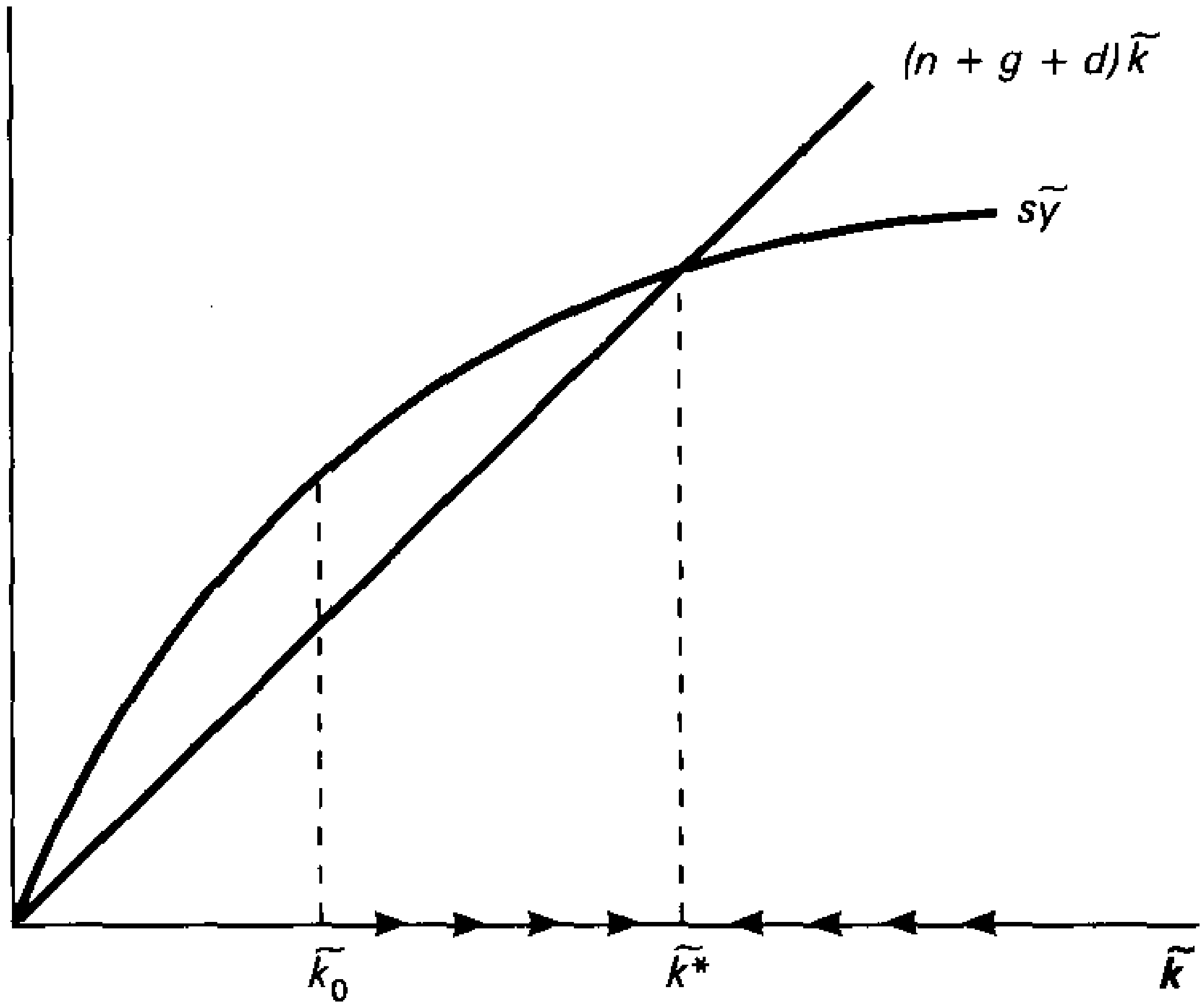
Combinando isso com a equação de acumulação de capital, verificamos que

$$\dot{\tilde{k}} = s\tilde{y} - (n + g + d)\tilde{k}. \qquad (2.12)$$

A semelhança entre as equações (2.11) e (2.12) com suas contrapartidas na Seção 2.1 é óbvia.

O gráfico de Solow com progresso tecnológico é apresentado na Figura 2.9. A análise do gráfico é muito semelhante àquela feita quando não havia progresso tecnológico, mas a interpretação é um pouco diferente. Se a economia parte de uma razão capital-tecnologia que está abaixo do necessário ao estado estacionário, digamos um ponto como $\tilde{k}_0$, a razão aumentará gradual-

FIGURA 2.9 GRÁFICO DE SOLOW COM PROGRESSO TECNOLÓGICO.



[10] As variáveis $\tilde{y}$ e $\tilde{k}$ são às vezes chamadas de "produto por unidade efetiva de trabalho" e "capital por unidade efetiva de trabalho". Essas denominações decorrem do fato de que o progresso tecnológico é "aumentador de trabalho. AL é então o montante "efetivo" de trabalho empregado na produção.

mente ao longo do tempo. Por quê? Porque o montante de investimento que está sendo feito é superior ao necessário para manter constante a razão capital-tecnologia. Isto será verdadeiro até que $s\tilde{y} = (n + g + d)\tilde{k}$ no ponto $\tilde{k}^*$, onde a economia entra no estado estacionário e cresce ao longo de uma trajetória de crescimento equilibrado.

2.2.2 A solução para o estado estacionário

No estado estacionário, a razão produto-tecnologia é determinada pela função de produção e pela condição $\dot{\tilde{k}} = 0$. Resolvendo para $\tilde{k}^*$, verificamos que

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{s}{n + g + d}\right)^{1/(1-\alpha)}.$$

Substituindo na função de produção obtemos

$$\tilde{y}^* = \left(\frac{s}{n + g + d}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}.$$

Para ver quais são as implicações para o produto por trabalhador, reescreveremos a equação como

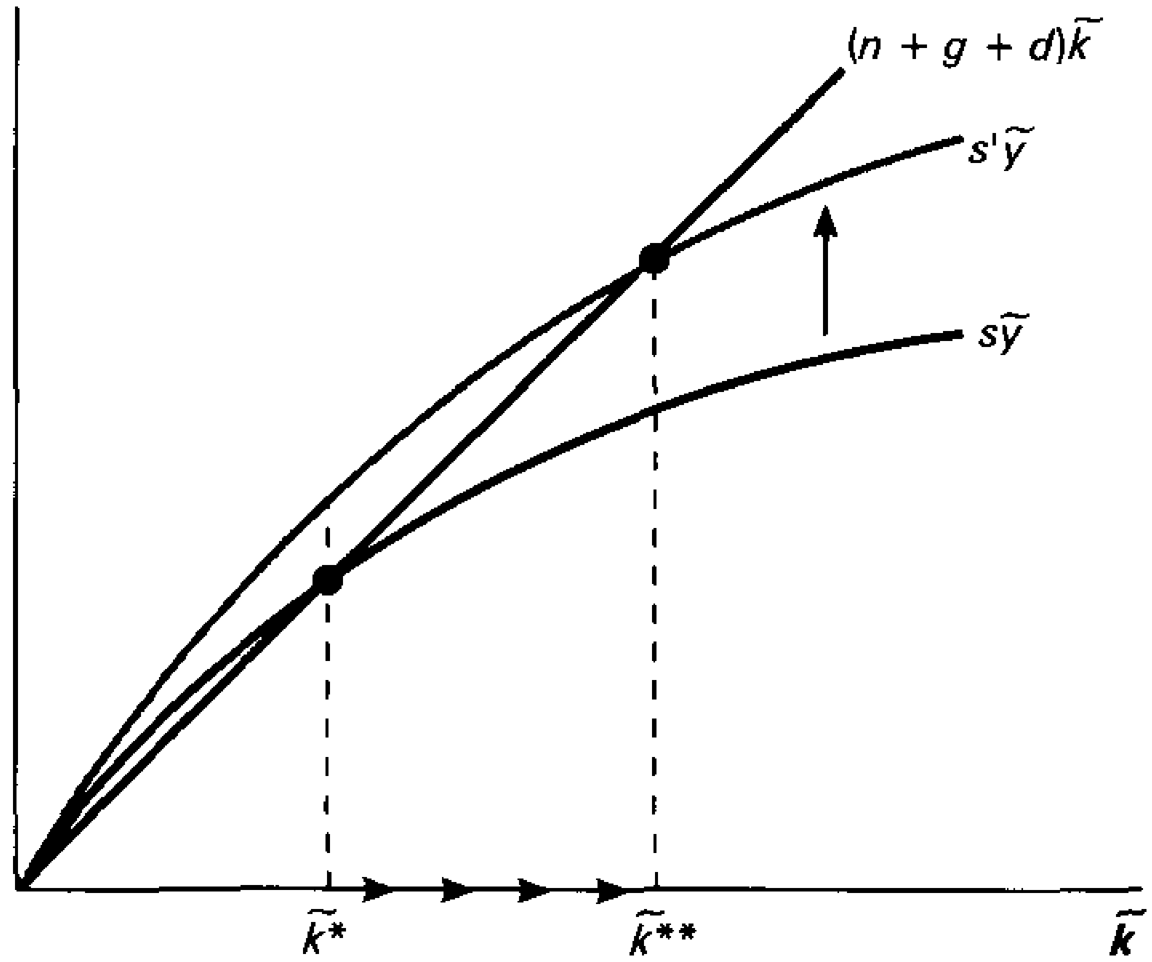
$$y^*(t) = A(t)\left(\frac{s}{n + g + d}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}, \tag{2.13}$$

onde observamos explicitamente que y e A são dependentes do tempo. Da equação (2.13) concluímos que o produto por trabalhador ao longo da trajetória de crescimento equilibrado é determinado pela tecnologia, pela taxa de investimento e pela taxa de crescimento populacional. Para o caso especial de $g = 0$ e $A_0 = 1$ – isto é, em que não há progresso tecnológico –, esse resultado é idêntico àquele obtido na Seção 2.1.

Um resultado interessante aparece na equação (2.13) que será discutida em mais pormenores no Exercício 2, ao fim do capítulo. É que as variações na taxa de investimento ou na taxa de crescimento populacional afetam o nível de produto por trabalhador no longo prazo, mas não afetam a *taxa de crescimento* de longo prazo do produto por trabalhador. Para ver isso mais claramente, vamos recorrer a um exemplo simples.

Imagine uma economia que inicialmente se encontre no estado estacionário com uma taxa de investimento de s e que a aumenta permanentemente para s' (em decorrência, por exemplo, de um subsídio permanente ao investimento). O gráfico de Solow para essa mudança na política econômica é apresentado na Figura 2.10, e os resultados são bastante semelhantes aos do caso em que não há progresso tecnológico. À razão capital-tecnologia inicial, $\tilde{k}^*$, o investimento supera o montante necessário para manter a razão capital-tecnologia constante, de modo que $\tilde{k}$ começa a crescer.

FIGURA 2.10 GRÁFICO DE SOLOW COM PROGRESSO TECNOLÓGICO.



Para visualizar os efeitos sobre o crescimento, reescreva a equação (2.12) como

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\frac{\tilde{y}}{\tilde{k}} - (n+g+d),$$

e observe que $\tilde{y}/\tilde{k}$ é igual $\tilde{k}^{\alpha-1}$. A Figura 2.11 ilustra a dinâmica da transição implícita na equação. Como mostra o gráfico, o aumento na taxa de investimento para s' aumenta a taxa de crescimento temporariamente enquanto a economia transita para o novo estado estacionário, $\tilde{k}^{**}$. Uma vez que g é constante, o crescimento mais rápido de $\tilde{k}$ ao longo da trajetória de transição implica que o produto por trabalhador aumenta mais velozmente do que a tecnologia: $\dot{y}/y > g$. O comportamento da taxa de crescimento do produto por trabalhador ao longo do tempo aparece na Figura 2.12.

A Figura 2.13 acumula os efeitos sobre o crescimento para mostrar o que acontece ao nível (em logaritmo) do produto por trabalhador ao longo do tempo. Antes da mudança na política econômica, o produto por trabalhador está crescendo à taxa constante g, de modo que o logaritmo do produto por trabalhador aumenta linearmente. No momento da mudança na política, t^*, o produto por trabalhador começa a crescer mais rápido. Esse crescimento mais veloz continua temporariamente até que a razão produto-tecnologia atinja seu novo estado estacionário. Nesse ponto, o crescimento retorna a seu nível de longo prazo, g.

FIGURA 2.11 UM AUMENTO NA TAXA DE INVESTIMENTO: DINÂMICA DA TRANSIÇÃO.

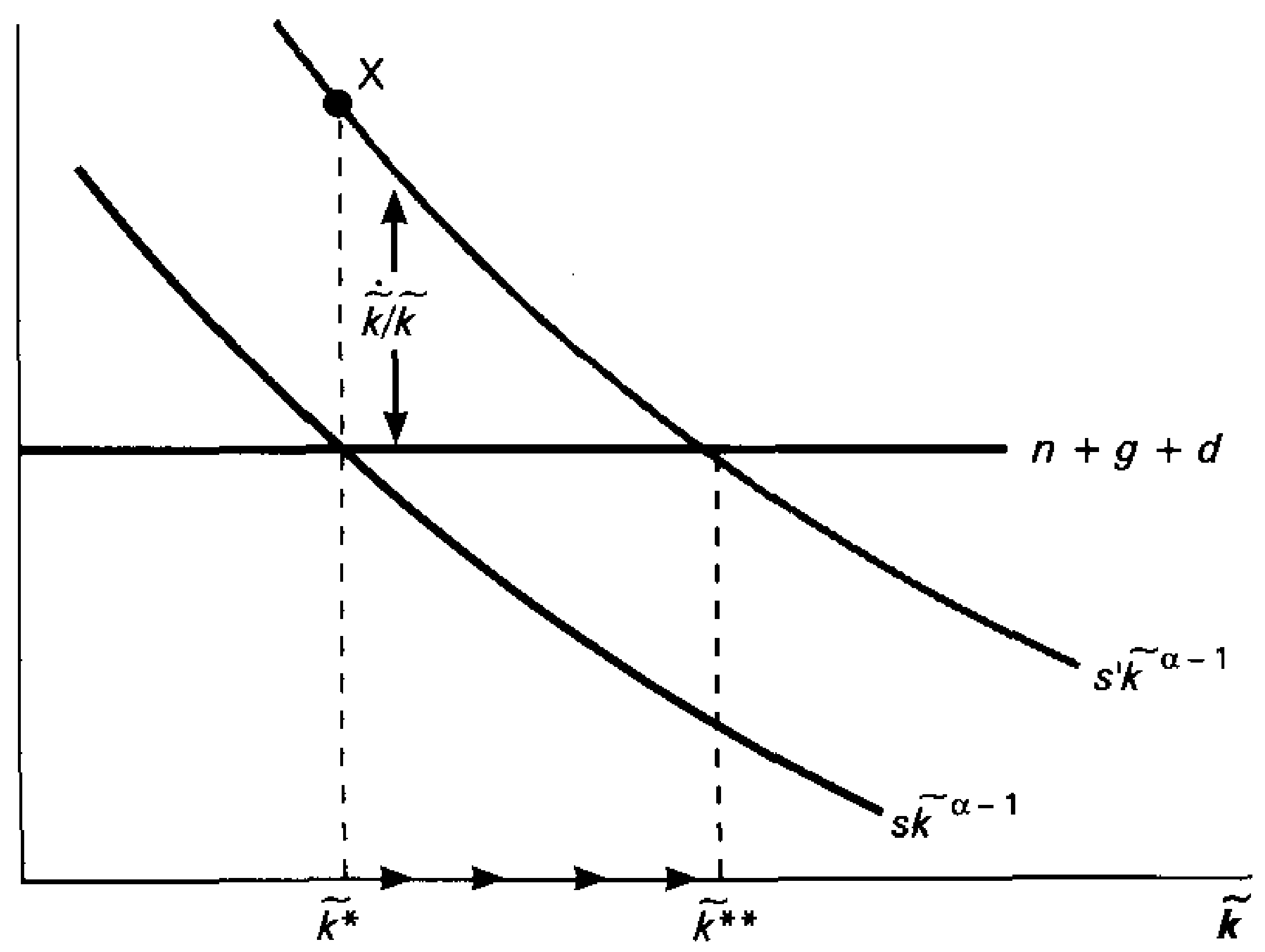
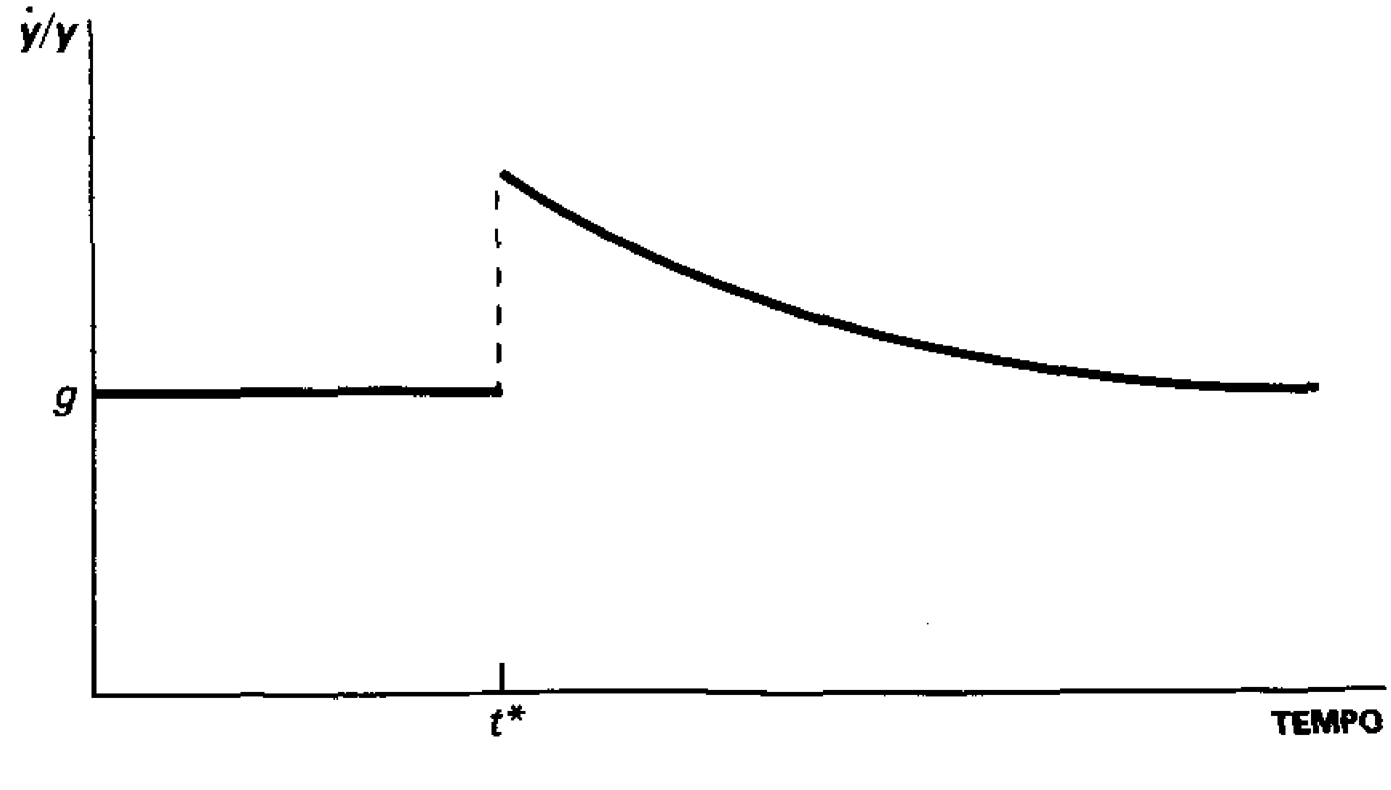
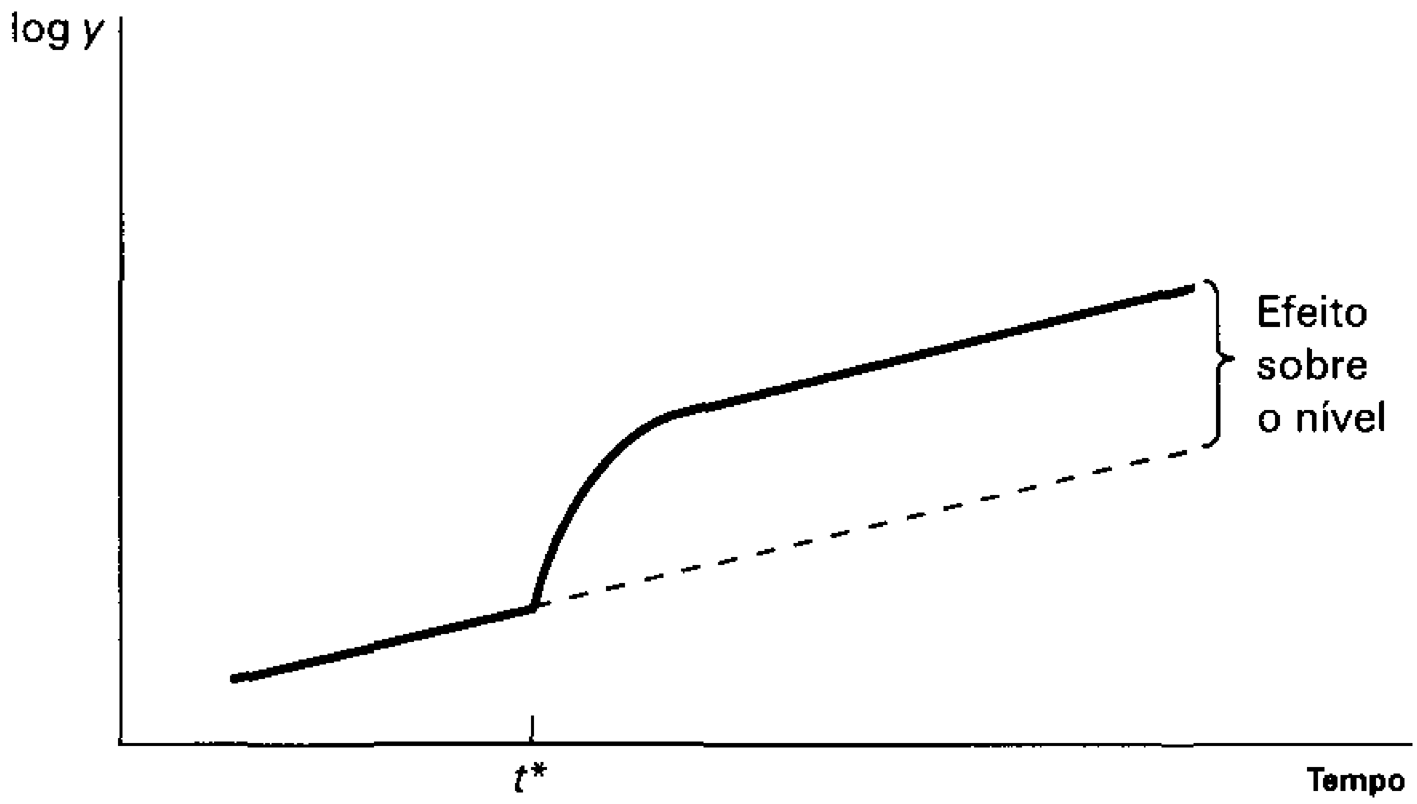


FIGURA 2.12 EFEITO DE UM AUMENTO NA TAXA DE INVESTIMENTO SOBRE O CRESCIMENTO.



Este exercício ilustra dois pontos importantes. Primeiro, no modelo de Solow, as mudanças na política aumentam as taxas de crescimento, mas apenas temporariamente, ao longo da trajetória de transição rumo ao novo estado estacionário. Isto é, as mudanças de política não têm *efeito de crescimento* no longo prazo. Segundo, as mudanças na política podem ter *efeitos sobre o nível*. Isto é, uma mudança de política permanente pode aumentar (ou diminuir) permanentemente o nível do produto *per capita*.

FIGURA 2.13 EFEITO DE UM AUMENTO NA TAXA DE INVESTIMENTO SOBRE Y.



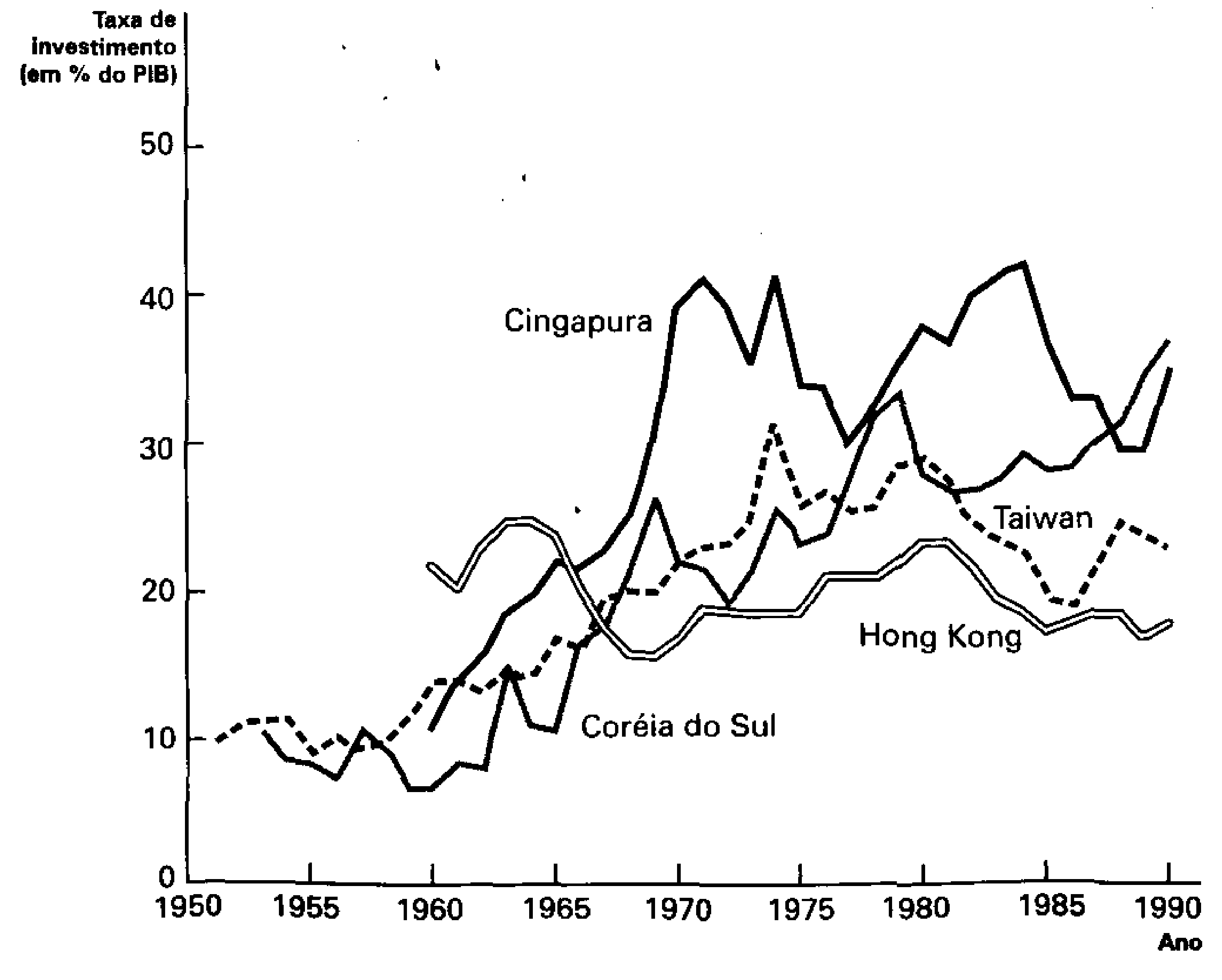
2.3 AVALIAÇÃO DO MODELO DE SOLOW

Como o modelo de Solow responde às questões-chave do crescimento e do desenvolvimento? Primeiro, o modelo de Solow recorre às diferenças nas taxas de investimento e nas taxas de crescimento populacional e (talvez) das diferenças exógenas na tecnologia para explicar diferenças nas rendas *per capita*. Por que somos tão ricos e eles tão pobres? De acordo com o modelo de Solow, é porque investimos mais e temos menores taxas de crescimento populacional, o que nos permite acumular mais capital por trabalhador e, assim, aumentar a produtividade da mão-de-obra. No próximo capítulo, trataremos dessa hipótese com mais atenção e veremos se ela é firmemente respaldada por dados de vários países de todo o mundo.

Segundo, por que as economias registram, no modelo de Solow, crescimento sustentado? A resposta está no progresso tecnológico. Como vimos anteriormente, sem progresso tecnológico o crescimento *per capita* acabará na medida em que começarem a manifestar-se os retornos decrescentes ao capital. Contudo, o progresso tecnológico pode compensar a tendência declinante do produto marginal do capital e, no longo prazo, os países crescem à taxa do progresso tecnológico.

Como, então, o modelo de Solow explica as diferenças nas taxas de crescimento entre países? À primeira vista, pode parecer que o modelo de Solow não consegue explicá-las, exceto recorrendo a diferenças (não-modeladas) de progresso tecnológico. Todavia, é possível encontrar uma explicação mais sutil recorrendo à dinâmica da transição. Vimos vários exemplos de como a dinâmica da transição pode permitir aos países crescerem a taxas diferentes daquelas de longo prazo. Por exemplo, uma economia com uma razão capital-tecnologia inferior ao nível de longo prazo crescerá rapidamente até alcançar o nível de seu estado estacionário. Isso pode ajudar a explicar por que países como Japão e Alemanha, que viram seus estoques de capital serem destruídos pela Segunda Guerra Mundial, cresceram mais rapidamente que os Estados Unidos nos últimos cinqüenta anos. Ou poderia explicar por que uma economia que aumenta sua taxa de investimento crescerá rapidamente enquanto faz a transição para uma razão produto-tecnologia mais elevada. Essa explicação pode funcionar bem para países como Coréia do Sul, Cingapura e Taiwan. Suas taxas de investimento aumentaram significativamente a partir de 1950, como mostra a Figura 2.14. Contudo, a explicação pode não funcionar tão bem para uma economia como a de Hong Kong. Esse tipo de raciocínio levanta uma questão interessante: os países podem crescer permanentemente a taxas diferentes? Esta questão será vista em mais profundidade em outros capítulos.

FIGURA 2.14 TAXAS DE INVESTIMENTO DE ALGUNS DOS PAÍSES DE INDUSTRIALIZAÇÃO RECENTE.



2.4 DECOMPOSIÇÃO DO CRESCIMENTO E REDUÇÃO DA PRODUTIVIDADE

Vimos no modelo de Solow que o crescimento sustentado ocorre apenas na presença do progresso tecnológico. Sem isso, a acumulação de capital entra na fase dos rendimentos decrescentes. Contudo, com o progresso tecnológico, as melhoras na tecnologia compensam continuamente os efeitos dos retornos decrescentes sobre a acumulação de capital. Em conseqüência, a produtividade do trabalho aumenta tanto diretamente, devido às melhorias tecnológicas, quanto indiretamente, devido à acumulação de capital adicional que essas melhorias tornam possível.

Em 1957, Solow publicou outro artigo, "Technical Change and the Aggregate Production Function", no qual apresenta um simples exercício de decomposição do crescimento do produto em aumento do capital, aumento da mão-de-obra e aumento da mudança tecnológica. Essa "decomposição do crescimento" se inicia postulando uma função de produção como

$$Y = BK^{\alpha}L^{1-\alpha},$$

onde B é um termo de produtividade Hicks-neutro.[11] Tirando os logaritmos e derivando essa função de produção, obtém-se a fórmula-chave da decomposição do crescimento:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha\frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L} + \frac{\dot{B}}{B}. \qquad (2.14)$$

Esta equação diz que o crescimento do produto é igual a uma média ponderada do crescimento do capital e do trabalho mais a taxa de crescimento de B. Esse termo final, $\dot{B}/B$, é conhecido como *crescimento da produtividade total dos fatores* ou *crescimento da produtividade multifatorial*. Solow, bem como economistas como Edward Denison e Dale Jorgenson, que seguiram a abordagem de Solow, utilizaram essa equação para entender as causas do crescimento do produto.

Utilizando dados relativos a produto, capital e trabalho e escolhendo um valor de $\alpha = 1/3$ para representar a participação do capital na renda dos fatores, o Quadro 2.1 apresenta um cálculo simples de decomposição do crescimento. A última linha do quadro revela que o crescimento do PIB nos EUA, de 1960 a 1990, foi, em média, de 3,1% ao ano. Pouco menos de um ponto percentual desse crescimento foi devido à acumulação de capital, 1,2% decorreu da expansão da força de trabalho e o restante 1,1% permanece inexplicado

---

[11] Na verdade, essa decomposição do crescimento pode ser feita com uma função de produção muito mais geral como $B(t)F(K,L)$, e os resultados serão parecidos.

pelo crescimento dos insumos da função de produção. Dada a maneira como o cálculo é feito, os economistas denominam esse 1,1% de "resíduo" ou mesmo de "medida da nossa ignorância". Uma interpretação desse termo do crescimento da produtividade total dos fatores (PTF) é que ele representa a mudança tecnológica; observe que, em termos da função de produção da equação (2.7), $B = A^{1-\alpha}$. Essa interpretação será aprofundada em capítulos posteriores.

QUADRO 2.1 DECOMPOSIÇÃO DO CRESCIMENTO DOS ESTADOS UNIDOS

	Taxa de crescimento do PIB	Contribuições à taxa de crescimento do: Capital	Trabalho	PTF	Taxa de crescimento do PIB por trabalhador
1960–70	4,0	0,8	1,2	1,9	2,2
1970–80	2,7	0,9	1,5	0,2	0,4
1980–90	2,6	0,8	0,7	1,0	1,5
1960–90	3,1	0,9	1,2	1,1	1,4

Fonte: Penn World Tables Mark 5.6 atualizada por Summers e Heston (1991) e cálculos do autor.
Nota: O quadro registra a taxa de crescimento médio anual do PIB e as contribuições dadas pela produtividade do capital, do trabalho e do total de fatores, de acordo com a equação (2.14). Usou-se nos cálculos o valor de $\alpha = 1/3$. A última coluna apresenta, para fins de comparação, a taxa de crescimento do PIB por trabalhador.

O Quadro 2.1 também mostra como o crescimento do PIB e de seus componentes mudou ao longo do tempo nos EUA. Um dos importantes fatos consagrados que o quadro apresenta é que a diminuição do ritmo de crescimento da produtividade ocorreu nos anos 1970. A última coluna mostra que o crescimento no PIB por trabalhador (ou produtividade da mão-de-obra) sofreu uma redução drástica nos anos 1970 – para 0,4% ao ano, após o rápido crescimento de 2,2% ao ano na década de 1960. Durante os anos 1980 verificou-se uma recuperação parcial para 1,5%. Qual foi a origem dessa redução do crescimento? O crescimento do estoque de capital foi relativamente constante nos trinta anos considerados, aumentando até um pouco nos anos 1970. A força de trabalho cresceu ligeiramente mais rápido na década de 1970, tendendo a reduzir o PIB por trabalhador, mas o principal culpado da redução no ritmo de crescimento da produtividade foi um substancial declínio na taxa de crescimento da PTF. Por alguma razão, o "resíduo" foi muito menor nos anos 1970 do que nos anos 1960 e não voltou para o patamar anterior nos anos 1980: o grosso da redução no ritmo de crescimento da produtividade pode ser atribuído à "medida da nossa ignorância". Redução semelhante no crescimento da produtividade ocorreu nos demais países avançados mais ou menos no mesmo período.

Várias explicações foram dadas para a redução no ritmo de crescimento da produtividade. Por exemplo, o substancial aumento nos preços da energia em 1973 e 1979. Um problema dessa explicação é que, em termos reais, os preços da energia eram inferiores, em fins dos anos 1980, ao que tinham sido antes dos choques do petróleo. Outra explicação pode envolver a mudança na composição da força de trabalho ou o deslocamento setorial na economia da indústria de transformação (onde a produtividade da mão-de-obra tende a ser mais alta) para os serviços (onde a produtividade da mão-de-obra é freqüentemente baixa). Essa explicação é apoiada por evidências recentes de que nos anos 1980 o crescimento da produtividade ocorreu na indústria de transformação. É possível que uma redução no ritmo das despesas com pesquisa e desenvolvimento (P&D) em fins dos anos 1970 tenha também contribuído para a menor produtividade. Ou talvez o que deva ser explicado não são os anos 1970 e 1980, mas os anos 1950 e 1960: nesse período o crescimento pode ter sido artificial e temporariamente alto nos anos que se seguiram à Segunda Guerra Mundial, porque o setor privado passou a empregar tecnologias criadas para a guerra. Finalmente, e talvez com alguma ironia, vários economistas apontam para a revolução da tecnologia da informação associada ao uso difundido dos computadores. De acordo com essa hipótese, o crescimento se tornou temporariamente mais lento enquanto a economia se adaptava aos métodos de produção de alta tecnologia e um *boom* de produtividade aponta no horizonte.[12] Contudo, o cuidadoso estudo da redução no ritmo de crescimento da produtividade não conseguiu apresentar uma explicação exata.[13]

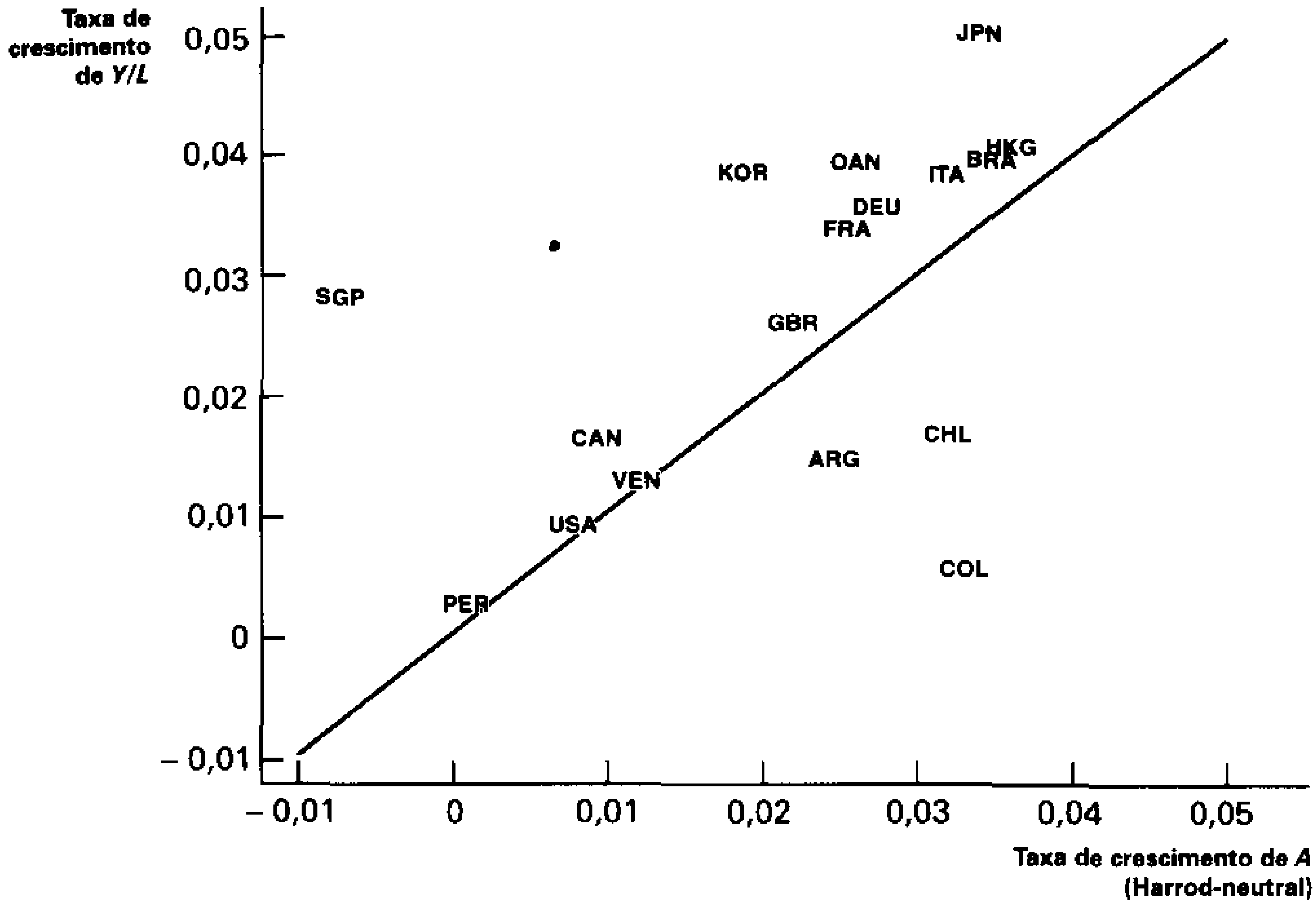
A decomposição do crescimento também foi empregada para analisar o crescimento econômico em outros países. Uma das aplicações mais interessantes é o estudo dos países de industrialização recente, Coréia do Sul, Hong Kong, Cingapura e Taiwan. No Capítulo 1 vimos que as taxas de crescimento médio anual de tais países foram superiores a 5% no período de 1960 a 1990 Alwyn Young (1995) mostra que grande parte desse crescimento é o resultado da acumulação de fatores: aumentos no investimento de capital físico e de escolaridade, aumentos na participação da força de trabalho, e a transição da agricultura para a indústria. A Figura 2.15 corrobora os resultados de Young. O eixo vertical mede o crescimento do produto por trabalhador, e o eixo horizontal, o crescimento da produtividade total de fatores Harrod-neutra (isto é, aumentadora de trabalho). Ou seja, em vez de focalizar o crescimento de B, onde $B = A^{1-\alpha}$, focalizamos o crescimento de A. Essa mudança nas variáveis é às vezes conveniente porque ao longo da trajetória de crescimento equilibrado do estado estacionário $g_y = g_A$. Os países que crescem ao longo de uma trajetória de crescimento equilibrado, então, deveriam se situar na linha de 45 graus, no gráfico.

---

[12] Ver Paul David (1990) e Jeremy Greenwood e Mehmet Yorukoglu (1997).

[13] O *Journal of Economic Perspectives* do outono de 1988 publica diversos artigos que discutem explicações potenciais para essa diminuição no ritmo de crescimento da produtividade.

FIGURA 2.15 DECOMPOSIÇÃO DO CRESCIMENTO.



Fonte: Cálculos do autor a partir dos dados apresentados no Quadro 10.8 de Barro e Sala-i-Martin (1995).
Nota: Os períodos para os quais foram calculadas as taxas de crescimento variam segundo os países: 1960-90 para os países da OCDE, 1940-80 para os da América Latina e 1966-90 para os do Leste Asiático.

Duas características da Figura 2.15 se destacam. Primeiro, embora as taxas de crescimento do produto por trabalhador no Leste Asiático sejam de fato notáveis, as taxas de crescimento da PTF não são tão significativas. Vários outros países como Itália, Brasil e Chile também registraram um crescimento rápido da PTF. O crescimento da produtividade total de fatores, embora em geral mais elevado do que o dos EUA, não foi excepcional nos países do Leste Asiático. Segundo, os países do Leste Asiático se encontram bem acima da linha de 45 graus. Isso indica que o crescimento do produto por trabalhador é bem maior do que o crescimento da PTF sugeriria. Cingapura é um caso extremo, com um crescimento ligeiramente *negativo* da PTF. O rápido crescimento do produto por trabalhador pode ser inteiramente atribuído ao crescimento do capital e da escolaridade. De modo mais geral, uma fonte crucial para o rápido crescimento desses países é a sua acumulação de fatores. Portanto, conclui Young, o modelo de Solow (e sua extensão, no Capítulo 3) pode explicar boa parte do rápido crescimento das economias do Leste Asiático.

EXERCÍCIOS

1. *Um aumento na força de trabalho.* Choques na economia, como guerras, fomes, ou a unificação de duas economias, provocam às vezes um grande movimento, em um único período, de trabalhadores cruzando fronteiras. Quais os efeitos de curto e de longo prazos de um aumento permanente do estoque de mão-de-obra ocorrido em um único período? Analise no contexto do modelo de Solow com $g = 0$ e $n > 0$.

2. *Uma redução na taxa de investimento.* Imagine que o congresso dos EUA aprove uma lei que desestimule a poupança e o investimento, como a eliminação da isenção tributária para investimentos ocorrida em 1990. Como resultado, suponha que a taxa de investimento caia permanentemente de s' para s''. Analise essa mudança de política no modelo de Solow com progresso técnico, supondo que a economia se encontre inicialmente no estado estacionário. Represente graficamente a evolução do (logaritmo natural do) produto por trabalhador ao longo do tempo, com e sem a mudança na política. Faça um gráfico semelhante para a taxa de crescimento do produto por trabalhador. A mudança da política reduz permanentemente o *nível* ou a *taxa de crescimento* do produto por trabalhador?

3. *Imposto de renda.* Imagine que o Congresso dos EUA decida lançar um imposto de renda sobre a renda do trabalho e do capital. Em vez de receber $wL + rK = Y$, os consumidores receberão $(1 - \tau)wL + (1 - \tau)rK = (1 - \tau)Y$. Partindo do estado estacionário, mostre as conseqüências desse imposto para o produto por trabalhador no curto e no longo prazos.

4. *O maná cai mais rápido.* Suponha que haja um aumento permanente na taxa de progresso tecnológico de modo que g suba para g'. Represente graficamente a taxa de crescimento do produto por trabalhador ao longo do tempo. Assegure-se de dar atenção especial à dinâmica da transição.

5. *Podemos poupar demais?* O consumo é igual ao produto menos o investimento: $c = (1 - s)y$. No contexto do modelo de Solow sem progresso tecnológico, qual é a taxa de poupança que maximiza o consumo por trabalhador no estado estacionário? Mostre esse ponto em um gráfico de Solow. Certifique-se de traçar, no gráfico, a função de produção e de mostrar o consumo e a poupança e uma linha indicativa do produto marginal do capital por trabalhador. Podemos poupar demais?

6. *Solow (1956)* versus *Solow (1957).* No modelo de Solow, com $g = 0$, considere uma melhoria ocorrida em um único período no nível de tecnologia, A. Especificamente, suponha que o log A aumente de uma unidade. (Observe que isso significa que o nível tecnológico quase dobra: para sermos exatos, aumentou de um fator 2,7, que é o valor aproximado de e.)

(a) A partir da equação (2.13), de quanto aumentará o produto por trabalhador no longo prazo?

(b) A partir da equação (2.14), decomponha o crescimento apresentado neste exercício. Quanto do aumento no produto por trabalhador decorre de uma mudança no capital por trabalhador e quanto é devido à mudança na produtividade total dos fatores?

(c) Em que sentido o resultado da decomposição do crescimento feita no item (b) cria um quadro enganador desse experimento?