

## CE 572 Macroeconomia III

### 1. Teoria neoclássica do “longo prazo”

#### 1.1. Crescimento com progresso técnico exógeno

### Roteiro de estudo 3 – Jones (2000)\*

\*Referência : JONES, C. (2000). *Introdução à teoria do crescimento econômico*. Rio Janeiro: Campus.

- O capítulo 2 do Jones também apresenta uma versão simplificada do modelo de Solow. As principais diferenças em relação ao Blanchard são:
  - O crescimento da população e o progresso tecnológico são introduzidos desde o início (não são excluídos, como no capítulo 11 do Blanchard)
  - A função de produção é especificada na forma Cobb-Douglas:
$$Y = F(K, L) = K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha} ; 0 < \alpha < 1$$
(Blanchard às vezes utiliza um caso particular,  $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$  )
- As taxas de crescimento da população e de progresso tecnológico são exógenas, ou seja o modelo não explica porque são mais altas ou mais baixas.
- O crescimento é explicado a partir da interação de duas funções: a de produção e a de acumulação de capital.

- **Função de produção:**

- a Cobb-Douglas garante economias de escala constantes e rendimentos decrescentes para os fatores.
- em concorrência perfeita (lembrar da micro neoclássica) os produtores devem identificar o nível máximo de produto que iguala receita marginal (preço) e custo marginal. O custo marginal do trabalho é o salário pago a cada unidade de trabalho ( $w$ ) e o custo marginal do capital é o “aluguel” de cada unidade de capital ( $r$ ). Tanto “ $w$ ” como “ $r$ ” são iguais ao rendimento (produto marginal) do respectivo fator.

$$Y = w \cdot L + r \cdot K$$

Ou seja, o valor do produto (renda) é igual ao valor agregado (renda) dos fatores.

- **Função de acumulação de capital:**

$$\Delta K / \Delta t = K_{t+1} - K_t = s Y - d K$$

- Os poupadores acumulam capital ou seja, investem (o “alugam” o capital aos produtores). Dessa forma, a parcela “s” poupada da renda (Y) converte-se em investimento bruto (s .Y). O investimento líquido ( $\Delta K / \Delta t$ ) é obtido deduzindo do investimento bruto a parcela depreciada do capital (d.K)

- **Produto e capital por trabalhador**

- A produtividade ou o produto por trabalhador ( $y = Y/L$ ) depende do volume de capital por trabalhador ( $k = K/L$ ). No caso da Cobb-Douglas especificada

$$y = k^\alpha ; \text{ como } \alpha < 1 ; y \text{ diminui quando } k \text{ aumenta}$$

(rendimentos decrescentes)

- Transformando em ln e derivando, vemos que a taxa de variação da produtividade ao longo do tempo ( $y' = \Delta y / \Delta t$ ) depende da taxa de variação do estoque de capital ao longo do tempo ( $k' = \Delta k / \Delta t$ )

$$y' / y = \alpha . k' / k$$

- Supõe-se que  $L$  aumenta a uma taxa positiva e constante “ $n$ ”
- A acumulação de capital por trabalhador é:

$$k' = \Delta k / \Delta t = s.y - (n + d) k$$

- quando  $s.Y > (n + d) k$ , o capital por trabalhador aumenta ( $k' > 0$ ).  
Considera-se que ocorre um “aprofundamento” do uso de capital (*capital deepening*).
- quando  $s.Y < (n + d) k$ , o capital por trabalhador diminui ( $k' < 0$ ) uma vez que não há investimento suficiente para compensar o crescimento da população e a depreciação.
- quando  $s.Y = (n + d) k$ , o capital por trabalhador não se altera, permanece constante ( $k' = 0$ ). Como a relação capital por trabalhador permanece inalterada, a economia experimenta crescimento em equilíbrio (*steady state*).

- No *steady state*, o capital acumulado per capita permanece constante mas o estoque de capital continua aumentando no mesmo ritmo que a população, por esse motivo considera-se que ocorre um “alargamento” do uso do capital (*capital widening*)
- No *steady state*, o produto (Y) também aumenta, mas como aumenta no mesmo ritmo que o capital acumulado (K), ou seja, na mesma velocidade que a população, a produtividade e o capital per capita são constantes.
- Em resumo: no *steady state* a economia cresce. A velocidade é determinada pelo crescimento da população (“n”), dadas a taxa de poupança/investimento “s”, a taxa de depreciação “d” e o parâmetro “ $\alpha$ ” da função de produção.
- Com uma taxa de poupança/investimento “s” mais elevada, a economia poderá atingir um nível mais elevado do capital e de produto per capita. A economia torna-se “mais rica” (aumenta a renda per capita). Entretanto a aceleração do crescimento é temporária, no longo prazo o ritmo converge novamente para “n”.

- O aumento da taxa de crescimento da população “ $n$ ”, tem o efeito contrário. Dada a taxa de investimento “ $s$ ” e na ausência de mudanças no “ $\alpha$ ” da função de produção, o capital e o produto per capita de equilíbrio diminuem. A economia fica mais pobre em função da queda da renda per capita. **Atenção: há um erro na tradução para o português na edição da Campus. Onde consta:**

“Já os países que têm alta taxa de poupança (investimento) tenderão a ser mais pobres, de acordo com o modelo de Solow.”

Deve constar:

“Já os países que têm alta taxa de crescimento da população tenderão a ser mais pobres, de acordo com o modelo de Solow.

- O aumento da taxa de poupança provoca o aumento da renda per capita porque aumenta o capital por trabalhador (aprofundamento do capital). O aumento da taxa de crescimento da população atua na direção contrária, o estoque de capital aumenta (alargamento do capital), mas não no ritmo necessário para manter o capital per capita constante.

- Em resumo, taxas de crescimento superiores à taxa de crescimento da população somente ocorrem quando o capital per capita é inferior ao do *steady state* ( $k < K^*$ ), quando aumenta “s” ou quando diminui “n”. Nesses casos ocorrerá um crescimento temporário, associado ao “aprofundamento de capital” até ser atingido novamente o crescimento em equilíbrio.
- No crescimento em equilíbrio a renda e o estoque de capital aumentam, mas a renda e o capital per capita permanecem constantes. Somente o **progresso tecnológico** poderá fazer com que a renda per capita e o capital per capita aumentem e que, portanto, a economia se torne “mais rica”.
- O estado da tecnologia é introduzido na função de produção como um novo fator “A”. O progresso técnico é a variação de “A”.



- Nova função de produção  $Y = F(K, AL) = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$ 
  - “A” é um novo fator de produção que multiplica a força de trabalho
  - A variação de “A” ao longo do tempo ( $A' = \Delta A / \Delta t$ ) é positiva e constante.
  - A taxa de variação  $A'/A = g$ , também é constante.

- Em termos per capita a função de produção é:

$$y = k^\alpha \cdot A^{1-\alpha}$$

- Transformando linearmente para estimar as taxas de variação:

$$y'/y = \alpha k'/k + (1 - \alpha) A'/A ;$$

- A taxa de variação da renda per capita depende da taxa de variação da acumulação de capital per capita e da taxa de progresso técnico. O parâmetro  $\alpha$  representa a contribuição relativa dos dois componentes.

- No crescimento em equilíbrio, a taxa de crescimento da renda per capita (produtividade) e a taxa de crescimento do capital per capita devem ser iguais para manter a relação capital por trabalhador e a produtividade do trabalho constantes.
- Definindo  $g_y$  e  $g_k$  como as taxas de crescimento da renda e do capital per capita no crescimento em equilíbrio (*steady state*), por definição:

$$g_y = g_k$$

- Quando incluído o progresso tecnológico, em equilíbrio,

$$g_y = g_k = g$$

- Dessa forma,  $g > 0$ ) permite que o produto e o capital per capita tenham taxas positivas de crescimento em equilíbrio. Em outras palavras, o progresso técnico gerar crescimento da produtividade e aprofundamento do capital, sem alterar o equilíbrio. Só o progresso técnico torna possível o crescimento contínuo em equilíbrio (*steady state*), com aumento da renda per capita.

- Nos itens 2.2.1. e 2.2.2. Jones desenvolve as funções de produção e de acumulação de capital e suas respectivas taxas de variação ao longo do tempo levando em conta o papel do progresso técnico como fator que multiplica a força de trabalho de forma contínua e que, dessa forma torna possível o aumento da acumulação e da produtividade em equilíbrio.
- O aumento da taxa de poupança “ $s$ ” ainda tem o mesmo efeito: faz a economia transitar para níveis de renda per capita e de capital mais elevados, aumentando temporariamente a taxa de crescimento. No longo prazo a taxa converge para a taxa de progresso tecnológico “ $g$ ” (Figuras 2.10 a 2.13).
- Aumentos de “ $n$ ”, afetam o nível da produtividade e do capital acumulado per capita, mas não alteram a taxa de crescimento em equilíbrio de longo prazo ( $g$ ).

- **Decomposição do crescimento:** no item 2.4 Jones apresenta os resultados da tentativa de isolar os fatores que contribuem para o crescimento (Solow, 1957). Parte da função de produção

$$Y = F(K, A, L) = B.(K^{\alpha} . L^{1-\alpha})$$

- Na nova função o estado da técnica “B” multiplica os dois fatores (e não mais somente o trabalho). O progresso tecnológico consiste em  $B' = \Delta B / \Delta t$  positivo e constante.
- A taxa de variação do produto per capita agora é:

$$y'/y = \alpha k'/k + (1 - \alpha) L'/L + B'/B$$

- o crescimento do produto é igual a uma média ponderada do crescimento do capital e do trabalho per capita, mais a taxa de crescimento de B (progresso tecnológico).
- $B'/B$  é conhecido como a taxa de crescimento da **produtividade total dos fatores**.
- As taxas de crescimento observadas são resultado do aprofundamento do capital, do crescimento da população e do progresso tecnológico (resíduo de Solow).