

1) Em primeira instância, o modelo de Solow busca analisar o crescimento econômico a partir de uma função de produção agregada. Nessa função, o produto agregado está atrelado ao estoque de capital agregado, ao emprego agregado, bem como ao estado da tecnologia.

Conforme modelo, o aumento do produto por trabalhador advém do aumento do capital por trabalhador, do aumento do capital humano por trabalhador e/ou do avanço tecnológico, de modo que o crescimento é proveniente da acumulação de capital e do progresso tecnológico.

Isto posto, é válido destacar que o modelo assume interações entre produto e capital: o volume de capital determina o montante de produto, já que o produto é uma função crescente do capital; o montante do produto, por sua vez, determina o montante de poupança, pois a poupança é proporcional a renda e, por fim, a poupança determina o montante de capital acumulado, haja vista que há uma identidade entre poupança e investimento, e o modelo assume que o investimento advém de uma poupança prévia.

Em vista dessas interações, faz-se necessário ressaltar que a mudança no estoque de capital advém do investimento e da depreciação do capital. Por isso, enquanto o investimento supera a depreciação, o capital aumenta e, por conseguinte, o produto aumenta. Em contraposição, quando a depreciação supera o investimento, o capital diminui e o produto diminui.

Com isso, conforme modelo, a acumulação de capital, de forma isolada, não é capaz de sustentar o crescimento, uma vez que os rendimentos do capital são decrescentes e, por conseguinte, dada a taxa de poupança, é impossível aumentar cada vez mais o volume de capital por trabalhador (para manter constante o aumento do produto por trabalhador), já que seria necessário poupar cada vez mais. Diante disso, a economia, no longo prazo, tenderia a voltar ao estado em que o investimento é igual a depreciação (estado estacionário) no qual a mudança de capital é nula.

Nesse sentido, o modelo prevê que, quanto menor a renda per capita inicial (e, portanto, quanto mais longe de um *steady state* com produto por trabalhador maior), mais rapidamente a economia deverá crescer.

Vale ressaltar que mesmo que a taxa de poupança não tenha efeito sobre a taxa de crescimento do produto no longo prazo, ela influi no nível de produto, pois uma taxa maior implica num investimento maior e, consequentemente, num produto maior a longo prazo. Por fim, devido aos motivos supracitados, o crescimento sustentado seria fruto do progresso tecnológico sustentado.

2) Conforme modelo de Solow, o crescimento é derivado da acumulação de capital e do progresso tecnológico. Assim, as mudanças em termos de capital estão relacionadas ao investimento e a depreciação do capital já existente, de modo que dada uma taxa de poupança, a mudança no estoque de capital é positiva quando o investimento supera a depreciação, e, de modo oposto, a mudança no estoque de capital é negativa, quando a depreciação supera o investimento.

Diante disso, como o investimento cresce a taxas decrescentes e a depreciação aumenta proporcionalmente ao capital, quando a depreciação se iguala ao investimento chega-se ao ponto de equilíbrio de longo prazo (estado estacionário). Isso ocorre, pois a partir desse ponto começa a haver diminuição de capital e, por conseguinte, de produto, o que tende a levar, novamente, ao ponto de equilíbrio supracitado. Nesse ponto, o estoque de capital e o

produto permanecerão constantes até que haja uma mudança na taxa de poupança que, por sua vez, levará a um novo crescimento até que se chegue a outro ponto de equilíbrio. Em síntese, há uma convergência para o estado estacionário no longo prazo.

3) Entre as principais hipóteses, destaca-se a de retorno constantes de escala, ou seja, quando os dois insumos (capital e trabalho) variam numa dada proporção o produto também varia na mesma proporção. Ademais, quando apenas um dos insumos aumenta ocorrem rendimentos cada vez menores, ou seja, o produto cresce, mas cada vez menos. O modelo assume que o crescimento advém da acumulação de capital e do progresso tecnológico. Porém, como a acumulação, de forma isolada, não consegue sustentar o crescimento, o progresso tecnológico sustentado seria o responsável pelo crescimento sustentado. Nesse sentido, o crescimento é dado por uma variável exógena e não endógena, já que no longo prazo o crescimento não depende da taxa de poupança nem da taxa de gastos com educação, mas sim do progresso tecnológico (exógeno), que surge na economia automaticamente, sem levar em consideração outros acontecimentos que estejam afetando a economia.

Além disso, o modelo tem como hipóteses, num primeiro momento, que o tamanho da população, a taxa de atividade e a taxa de desemprego são constantes, o que implica que o emprego também é constante. Com isso, o produto por trabalhador, o produto per capita e o produto movem-se proporcionalmente.

4) No modelo de Solow, há um limite para o crescimento dada uma taxa de poupança e a ausência de progresso tecnológico, pois ao supor que não há crescimento populacional, assume-se que o produto depende somente do volume de capital. Este, por sua vez, depende do fluxo de investimentos e da depreciação do capital existente. Como o investimento é uma função do capital por trabalhador, ele cresce a taxas decrescentes à medida que o capital aumenta, e a depreciação aumenta proporcionalmente ao capital. Tendo isso em vista, há um momento em que a depreciação supera o investimento e, por conseguinte, o capital e o produto por trabalhador diminuem até chegar a um ponto de equilíbrio. Sendo assim, a longo prazo não é possível manter um crescimento sustentado por meio da taxa de poupança e, subsequentemente, do investimento.

Conforme modelo de Solow, no longo prazo, a taxa de poupança não teria nenhum efeito sobre a taxa de crescimento do produto. Isso ocorre, porque seria necessário que o capital aumentasse mais rapidamente que o produto, ou seja, seria necessário poupar cada vez mais, havendo, portanto, um limite, já que não é possível poupar todo produto e acumular capital.

Diante disso, é válido destacar que a taxa de poupança determina o nível de produto a longo prazo, pois um aumento na taxa de poupança levará a um maior crescimento do produto, porém isso ocorrerá até que se chegue a um ponto de equilíbrio (o estado estacionário). Num dado momento inicial o investimento é superior à depreciação e o crescimento do capital e do produto é positivo. No entanto, quando o investimento se iguala a depreciação do capital existente, o crescimento termina. Sendo assim possível haver crescimento, mas não se trata de um crescimento sustentado.

5) Como o nível de produção está no estado estacionário, ocorre a seguinte igualdade:

$$sf(k^*) = \delta k^*$$

$$sk^{\frac{1}{2}} = \delta k^*$$

$$0,2k^{\frac{1}{2}} = 0,05k^*$$

Logo, o nível de produção é

$$k^{\frac{1}{2}} = \frac{0,2}{0,05}$$

$$y^* = k^{\frac{1}{2}} = 4$$



6) Tendo em vista que o salário real é igual ao rendimento marginal, e a função de produção é $Y = K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$, temos:

Rendimento marginal do trabalho: $\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{1}{2} \frac{K^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}}$

Como está em um estado de crescimento em equilíbrio, temos:

$$s \frac{Y}{L} = (n + \delta) \frac{K}{L}$$

$$s \frac{K^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}} = (n + \delta) \frac{K}{L}$$

$$\frac{K^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}} = \frac{s}{n + \delta}$$

$$\frac{K^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}} = \frac{0,2}{0,05 + 0,05}$$

$$\frac{K^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}} = \frac{0,2}{0,1}$$

$$\frac{K^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}} = 2$$

Assim, o salário real é:

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{1}{2} \frac{K^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \frac{2}{1} = 1$$



7) No *steady state* com crescimento populacional, a relação capital por trabalhador é constante. Desse modo, o investimento é suficiente para repor a depreciação do capital existente, bem como prover o capital necessário aos novos trabalhadores, ou seja, o estoque de capital cresce ao mesmo ritmo que a população.

Em vista disso, com uma taxa de crescimento populacional mais elevada, o *steady state* é atingido em um nível de **capital por trabalhador mais baixo e, portanto, em um produto por trabalhador mais baixo**. Isso ocorre, pois dada a taxa de poupança, o crescimento do número de trabalhadores implica na impossibilidade de chegar à relação capital por trabalhador

anterior. Vale ressaltar, porém, que a renda crescerá a uma taxa maior do que antes, já que se mantém a relação produto por trabalhador constante e a população cresce mais rapidamente, ou seja, o produto crescerá a mesma taxa que o crescimento populacional.



8) As teorias de crescimento endógeno assumem que as decisões dos agentes econômicos (ou do governo) sobre a acumulação afetam diretamente a taxa de crescimento equilibrado da economia, por exemplo, a taxa de investimento em capital ou a acumulação de **capital humano**. Desse modo, seria possível um crescimento contínuo mesmo sem progresso tecnológico, ou seja, um crescimento derivado de fatores endógenos da economia, haja vista que nesses modelos a acumulação não possui **rendimentos marginais decrescentes, e sim constantes**. Portanto, um maior esforço de acumulação terá o efeito permanente de gerar uma maior taxa de crescimento equilibrado.



De modo oposto, no modelo de Solow fatores como taxa de poupança e gasto com educação não são capazes de manter um crescimento sustentado. Sendo este possível somente através do progresso tecnológico que é algo exógeno ao modelo e cresce a uma dada taxa constante.

9) No modelo de Solow, o progresso tecnológico (exógeno), surge na economia automaticamente, sem levar em consideração outros acontecimentos que estejam afetando a economia. Assume-se, portanto, que há um progresso tecnológico e supõe-se que este cresce a uma taxa constante, bem como é responsável pelo crescimento. O que foi visto como uma hipótese irrealista posteriormente, já que há um vínculo entre progresso tecnológico e acumulação de capital (físico e humano), tendo em vista as externalidades positivas da acumulação e do conhecimento.



Além disso, conforme modelos de crescimento endógeno é possível haver crescimento sustentado a partir da acumulação, quando os rendimentos marginais dos insumos não são decrescentes. No caso dos modelos do tipo “AK” os rendimentos marginais são constantes para o capital, enquanto para os modelos do tipo de Lucas os rendimentos marginais são constantes para o conhecimento.

10) Considerando n a taxa de crescimento do número de trabalhadores, a a taxa de progresso tecnológico e δ a taxa de depreciação, temos:

$$s \frac{Y}{NA} = (n + \delta + a) \frac{K}{NA}$$

$$s \frac{K^{\frac{1}{2}}}{(NA)^{\frac{1}{2}}} = (n + \delta + a) \frac{K}{NA}$$

$$\frac{K^{\frac{1}{2}}}{(NA)^{\frac{1}{2}}} = \frac{s}{n + \delta + a}$$

$$\frac{K^{\frac{1}{2}}}{(NA)^{\frac{1}{2}}} = \frac{0,2}{0,025 + 0,05 + 0,025}$$

$$\frac{K^{\frac{1}{2}}}{(NA)^{\frac{1}{2}}} = \frac{0,2}{0,1}$$
$$\frac{K^{\frac{1}{2}}}{(NA)^{\frac{1}{2}}} = 2$$

Elevando os dois lados por 2, temos:

$$\frac{K^*}{NA} = 4$$

