



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Instituto de Economia

CE572 – Macroeconomia III – Prof. Dr. Francisco Mariano Laplane

Grupo 5: Carolina Luiza Pilz – RA 214388; Clara Mendonça Saliba – RA

214607; Marina Annoni Lange, RA 183896; Mateus Nunes Viana – RA 184101.

---

# O MODELO AK: CRESCIMENTO ENDÓGENO NO LONGO PRAZO

## 1. INTRODUÇÃO

O modelo AK proposto enquadra-se no grupo de crescimento endógeno. Os modelos de crescimento endógeno buscam explicar a taxa de crescimento como um resultado de equilíbrio endógeno do comportamento de agentes otimizadores racionais. Isto é, consideram-se os fatores responsáveis pelo crescimento como passíveis de explicação pelo modelo proposto. Desse modo, são refletidas características estruturais da economia como tecnologia e preferências, bem como a política macroeconômica. **Tais são definidas pelo fato de considerarem a decisão dos agentes (ou do governo) da economia sobre a acumulação (poupança) afetam diretamente a taxa de crescimento equilibrado da economia.**

Considerado o modelo mais simples do crescimento endógeno, o modelo AK deriva do modelo de Solow, com algumas novas considerações. Aqui, o produto será dependente do fator A (índice de produtividade) e K (estoque de capital), isto é,  $Y = AK$ . É importante ressaltar que não há uma substituição de fatores - uma vez que é uma função de mínimos -, sendo a quantidade de capital o fator limitante da função.

Portanto, esse trabalho consiste em uma análise sobre o modelo AK e sua aplicação no contexto atual. O relatório será composto por 4 itens centrais de discussão: apresentação do modelo, variáveis do modelo e a pandemia do COVID-19, utilidade e limitações do modelo e o estudo de caso para um país específico. Concluiremos com uma análise sobre as conclusões que podem ser tiradas do aprofundamento desse modelo em sua aplicação à contemporaneidade.

## 2. APRESENTAÇÃO DO MODELO

Considerado um dos modelos mais simples de crescimento endógeno, o modelo AK baseia-se em Aghion e Howitt, que consideram o modelo Harrod-Domar como precursor. Este último considera a taxa garantida ( $g_w$ ) uma razão entre  $s$  (propensão marginal a poupar) e  $v$  (capital produto efetivo), isto é,  $g_w = s/v$ . Essa relação ilustra que quanto maior a propensão marginal a poupar, maiores são as taxas de  $\Delta K/K$  e  $\Delta Y/Y$  compatíveis ao crescimento equilibrado. Nesse modelo, a acumulação de capital não é afetada por rendimentos decrescentes e explica inteiramente o crescimento do produto, ou seja, desconsidera o resíduo de Solow.

No modelo AK, por sua vez, o aumento de  $s$  tem efeito de crescimento porque as externalidades da acumulação de capital compensam os rendimentos marginais decrescentes do capital físico, de forma que, em última instância, o rendimento marginal do modelo é constante. As suposições desse modelo são a de que a poupança é constante exógena e o nível de tecnologia é fixo.

Esse é um caso específico em que as externalidades do aprendizado compensam exatamente os rendimentos decrescentes da acumulação de capital, o que é explicado pela ideia do *learning by doing*, ou seja, de que, à medida que cresce a acumulação de capital, os trabalhadores empregados também aumentam sua produtividade pelo aprendizado de melhor manuseio e operação dos equipamentos.

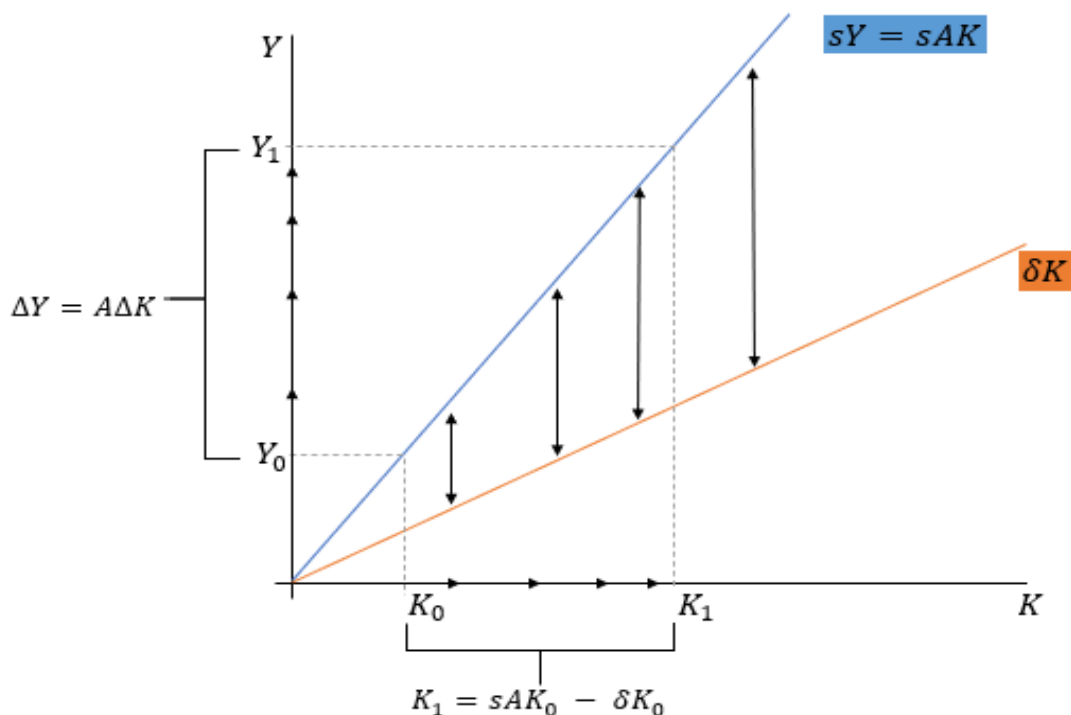
A função de produção, assim, possui retornos marginais constantes (e não decrescentes como em Solow), devido ao termo  $A$  e a suposição de **alfa igual a 1**. Com isso, é incorporada a ideia de que o próprio acúmulo de capital faz com que a produtividade aumente mesmo sem o avanço tecnológico, isto é,  $PMgK = A$ . Ademais, a única coisa capaz de reduzir o capital ao longo do tempo é a depreciação, medida pela taxa de depreciação  $\delta$ .

$$\begin{cases} Y = AK \\ \dot{K} = sY - \delta K \end{cases} \therefore \dot{K} = sAK - \delta K$$

A função de produção proposta por Solow é substituída pela função AK, na qual o único fator de produção é o capital. Logo, a primeira função será dada por  $\dot{K} = sY - (n + \delta)K$ , e por  $\dot{K} = sY - (n + \delta)K$  para o caso em que não há crescimento populacional ( **$n = 0$** ). Fazendo alterações algébricas temos que a taxa de crescimento do produto real da economia ( $g_y$ ) vai ser dado por:  $Y'/Y = sA - \delta$ . Vale sinalizar que  $s$  e  $A$  tem um impacto positivo e  $\delta$  negativo na taxa de crescimento do produto real. Aqui, como também em Solow, a taxa  $n$  de crescimento populacional tem um impacto negativo no crescimento do produto.

O crescimento do produto será igual ao crescimento do estoque de capital. Portanto, a taxa de investimento terá um efeito permanente no crescimento das economias, definindo tanto o nível quanto a taxa de crescimento. Para valores dados de  $n$ ,  $A$  e  $\delta$ , o crescimento do produto será tanto mais rápido quanto maior a proporção acumulada do produto,  $s$ . Isso porque, no modelo, o investimento é determinado pela poupança, de acordo com os princípios da economia ortodoxa, neoclássica. Dessa forma, a taxa  $s$  de poupança, juntamente com o produto do período, determina o investimento ( $sY$ ), que, subtraído da depreciação, determina o acúmulo de capital entre este período e o próximo. O produto no próximo período, por sua vez, dependerá do capital acumulado no período atual (pois  $Y = AK$ ), o que implica na determinação da taxa de crescimento do produto pela taxa de crescimento do capital,  $g_Y = g_K = sA - \delta$ .

Assim, ao contrário do que fora proposto originalmente por Solow, no modelo AK o crescimento não atinge um estado estacionário. Assume-se que, caso o investimento, visto pela variável *proxy*  $s$ , supere a depreciação corrente do capital, o estoque de capital tende a aumentar a taxas crescentes, e não constantes. O Gráfico I ilustra a situação: como os rendimentos do modelo são constantes - isto é, como  $Y$  se relaciona a  $K$  de forma linear - e a depreciação é, também, medida a uma taxa dada constante, a distância entre as retas  $sY = sAK$  e  $\delta K$  é crescente.



**Gráfico I** – Relação Capital-Produto e Acumulação de Capital de acordo com o modelo AK. Elaboração própria.

Dado que  $g_y = g_k = sA - \delta$ , o modelo AK separa três possíveis casos para a taxa de acumulação de capital nas economias e, portanto, para a taxa de crescimento do produto apresentada. A taxa de acumulação de capital será positiva quando  $sA > \delta$ , ou seja, quando  $A > \delta/s$ ; ela será nula, e a economia não apresentará crescimento, quando  $sA = \delta$ , ou  $A = \delta/s$ ; e, por último, a economia terá crescimento negativo, com perda líquida de capital, para valores de  $sA < \delta$ , ou  $A < \delta/s$ .

### 3. VARIÁVEIS DO MODELO E PANDEMIA

Como já discutido anteriormente, o modelo AK é um modelo neoclássico de crescimento, que enxerga os determinantes do crescimento econômico a partir da ótica da oferta. Em outras palavras, diz-se que os modelos da economia ortodoxa, tais quais o modelo em questão, entendem, com base na Lei de Say, que o que determina o produto de um país são as condições de oferta. Por isso, prioriza-se o entendimento das variáveis responsáveis pela determinação da oferta agregada, tais como a produtividade, o nível e a taxa de crescimento da acumulação de capital e a depreciação do capital existente.

A crise do coronavírus, sendo uma crise principalmente sanitária cujos efeitos são sentidos na economia, não afeta muitas das variáveis previstas no modelo. Uma abordagem pela ótica da demanda certamente seria capaz de melhor compreender as modificações econômicas causadas pela coronacrise. No entanto, ainda é possível considerar seus impactos a partir do modelo em questão, levando em conta que a exigência de isolamento social e a redução por ele imposta nos níveis de produção da economia.

$$\begin{cases} Y = AK (\times X), & 0 < X < 1 \\ \dot{K} = sY - \delta K \end{cases}$$

Partindo, então, das funções de produção e de acumulação de capital acima, o primeiro impacto da pandemia a ser abarcado pelo modelo é a redução, por um fator exógeno, da produção econômica. Acrescenta-se, assim, o coeficiente  $X$  ( $0 < X < 1$ ), que multiplica o capital e o termo  $A$ , simbolizando a alteração exógena do produto, forçosamente menor do que o produto potencial, por conta das restrições do isolamento social. A queda em  $Y$ , representada algebricamente por  $1-X$ , gera uma queda no produto que será acumulado pela economia, o que impacta negativamente o investimento. Assim, temos que o investimento na economia impactada pelo coronavírus será de  $XsY < sY$ .

A partir da queda no investimento provocada pela restrição de realização da função de produção, o acúmulo de capital será, também, prejudicado, uma vez dada a taxa de depreciação  $\delta$ . Isso porque o resultado da segunda equação do modelo ( $\dot{K} = sY - \delta K$ ) sofrerá uma redução

apenas no primeiro termo, ficando a segunda parcela constante. Com isso, tem-se um aumento menor do capital empregado e, de volta à primeira equação, uma redução do produto no período seguinte. O problema só é resolvido quando se normalizam as condições de operação da função de produção, a partir da retirada do coeficiente exógeno  $X$  - isto é, quando a situação sanitária é resolvida e as firmas podem voltar a operar integralmente, gerando um maior produto e, assim, retomando o crescimento.

Nota-se que o valor do coeficiente  $X$ , responsável, em última instância, pelas restrições de produção, depende do grau adotado de isolamento e interrupção da produção. Assim, em planos de retomada gradual das atividades, por exemplo, os valores de  $X$  seriam decrescentes ao longo do tempo, até que se atingisse o 0 e a economia voltasse a operar normalmente, com o crescimento sendo retomado. Ainda, em casos mais graves de disseminação, que exigem medidas maiores de isolamento, a produção seria mais prejudicada, podendo a economia se encontrar num nível de perda líquida de capital, com a depreciação superando a quantidade de renda disponível para o investimento. O gráfico abaixo ilustra as três situações: antes da pandemia, durante a pandemia, com os casos sob controle e o isolamento social moderado e, por último, em casos extremos de periculosidade, em que os países (ou suas regiões) entram em *lockdown*.

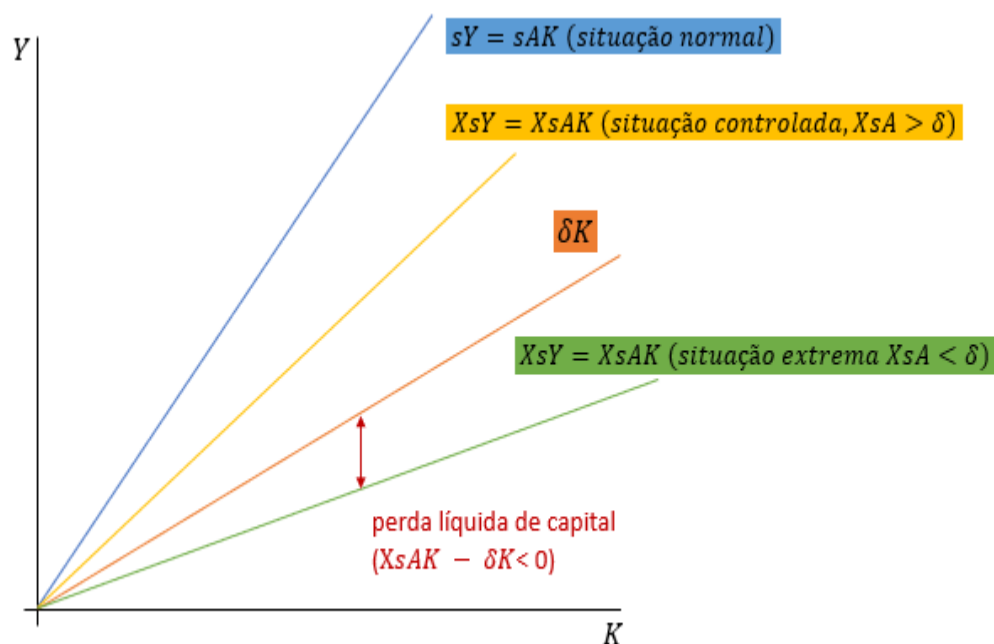


Gráfico II: Os Impactos da COVID-19 na Relação Capital Trabalho no Modelo AK. Elaboração própria.

#### 4. UTILIDADE E LIMITAÇÕES DO MODELO

A classe AK de modelos de crescimento endógeno tem sido alvo de pesadas críticas, principalmente devido ao seu pressuposto fundamental de ausência de rendimentos decrescentes para a entrada de capital. O modelo AK prevê um aumento permanente da taxa de crescimento na sequência de um aumento da razão investimento / PIB de uma economia - o que não é empiricamente constatado para a maioria das economias, especialmente quando consideradas aquelas com uma relação mais intensa entre capital e trabalho.

No entanto, não se pode desconsiderar que inclusão do crescimento técnico enquanto exógeno é um grande passo para além do modelo original de Solow, porque permite que se proponham ações no sentido de incentivar o crescimento, o que não ocorre quando ele é considerado um impulso de situações quando os indivíduos não internalizam as externalidades associadas ao crescimento do conhecimento, o nível do investimento ficará aquém do ótimo. Só o *social planner* percebe as externalidades do investimento privado e a produtividade marginal do K agregado. Justificam-se, portanto, subsídios ao investimento privado.

É especialmente interessante de se considerar para países com níveis baixos de capital, em que a acumulação capitalista está em fases mais iniciais, nas quais é mais fácil que se estabeleçam retornos constantes para o capital, embora não se possa descartar sua verificação em economias intensivas em capital, como é o caso da China, a ser tratado com mais detalhes no item 5.

As limitações do modelo, para além da questão dos rendimentos do capital, se apresentam quando considerada a questão da transferência de tecnologia entre os países. No modelo AK, não estão previstas adaptações tecnológicas ou problemas para a implementação de tecnologia, nem para sua transferência entre países. Assim, o desenvolvimento de novas tecnologias está condicionado apenas ao investimento, não sendo considerado quanto desse investimento vai para a pesquisa e o desenvolvimento de novas tecnologias e quanto apenas serve para repor, ou aumentar, a utilização das tecnologias, como Romer faz posteriormente, por exemplo.

Por último, a própria ótica escolhida para representar o modelo é um tanto quanto limitante, na medida em que se baseia amplamente na hipótese de que a oferta de determinado produto é suficiente para que se garanta sua demanda. Embora, em casos de prosperidade econômica, isso seja constatado com mais frequência, tal premissa se torna pouco palpável em

momentos de crise econômica. A crise do coronavírus é uma prova disso, na medida em que o próprio cenário de incerteza trazido pela pandemia tem um impacto absurdo na atividade econômica, com ou sem que se imponham restrições a ela - como prova o caso da Suécia, país que não adotou as medidas de isolamento social recomendadas pela OMS, mas, de qualquer forma, apresenta projeções de redução do PIB em 6,9% este ano, podendo experienciar, no pior cenário, uma queda de até 10%.

## 5. ESTUDO DE CASO PARA A CHINA

O modelo AK assume que o investimento sempre irá superar a depreciação, isto é, o acúmulo de capital ao longo do tempo acarreta num aumento do produto que sempre será positivo. Desse modo, a taxa de investimento terá um efeito permanente no crescimento das economias definindo o nível e o quanto ela cresce. A China é um país que ilustra essa relação de causa e consequência por apresentar taxas altas de poupança e logo de crescimento.

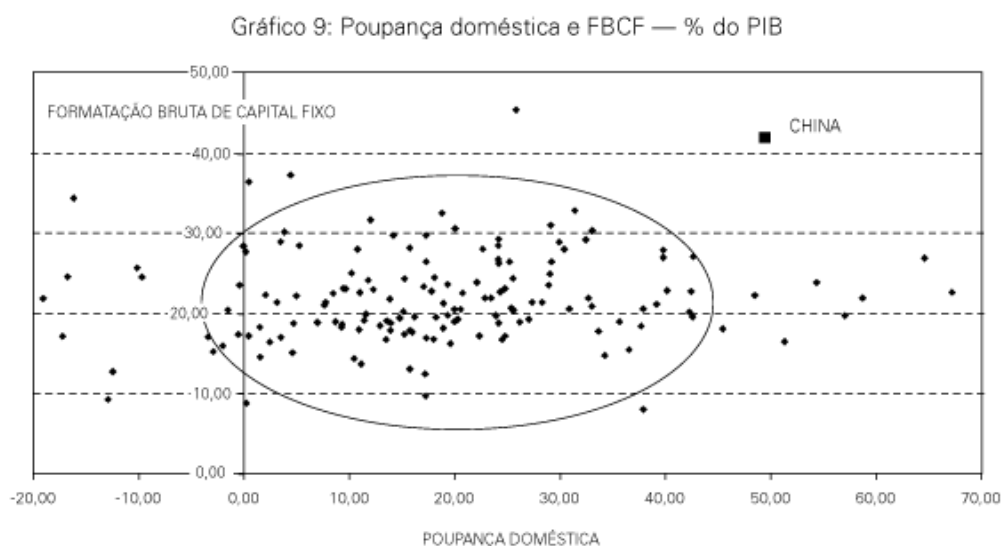


Gráfico III. Poupança doméstica e Formação Bruta de Capital Fixo - % do PIB. Extraído de Nonnemberg, 2010.

O gráfico acima sinaliza altos níveis de poupança doméstica (cerca de 50%) e uma **Formação Bruta de Capital Fixo** acima da média dos demais países do globo. Tais dados podem ser explicados pelo viés do modelo AK uma vez que países com uma taxa de investimento alta terão uma taxa de crescimento alta. Isto se dá pela existência do *learning by doing*, que é suficiente para explicar o crescimento do produto per capita ao longo do tempo dado que o

acúmulo de produto per capita acarreta nesse processo de “aprender fazendo” - como já discutido anteriormente.

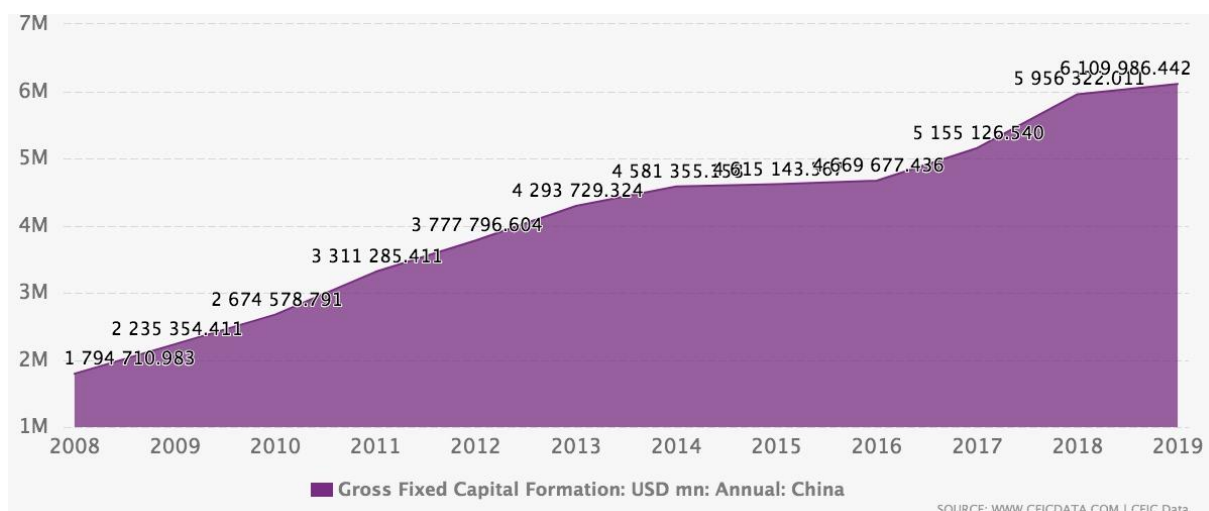


Gráfico IV: Formação Bruta de Capital Fixo Anual na China, em US\$. Extraído de <www.ceicdata.com>

Outro gráfico que pontua a situação particular da China é o de Formação Bruta de Capital Fixo ao longo dos anos. Com um **crescimento positivo**, podemos afirmar que os investimentos crescem em altas proporções. Tal consequência se torna causa direta do crescimento do produto que caracteriza a China por altas taxas de crescimento na última década. Com taxas crescentes, o país se assemelha ao modelo, dado que não é visível um estado estacionário da economia chinesa.

Também a ideia de que o coeficiente A apresente retornos constantes de escala, intimamente conectada com o fato de o modelo não possuir um estado estacionário, pode ser relacionada à economia chinesa, pois mesmo com as taxas exorbitantes de crescimento e formação bruta de capital fixo da última década, a China não dá sinais de apresentar menores retornos à inserção de mais capital na matriz produtiva.

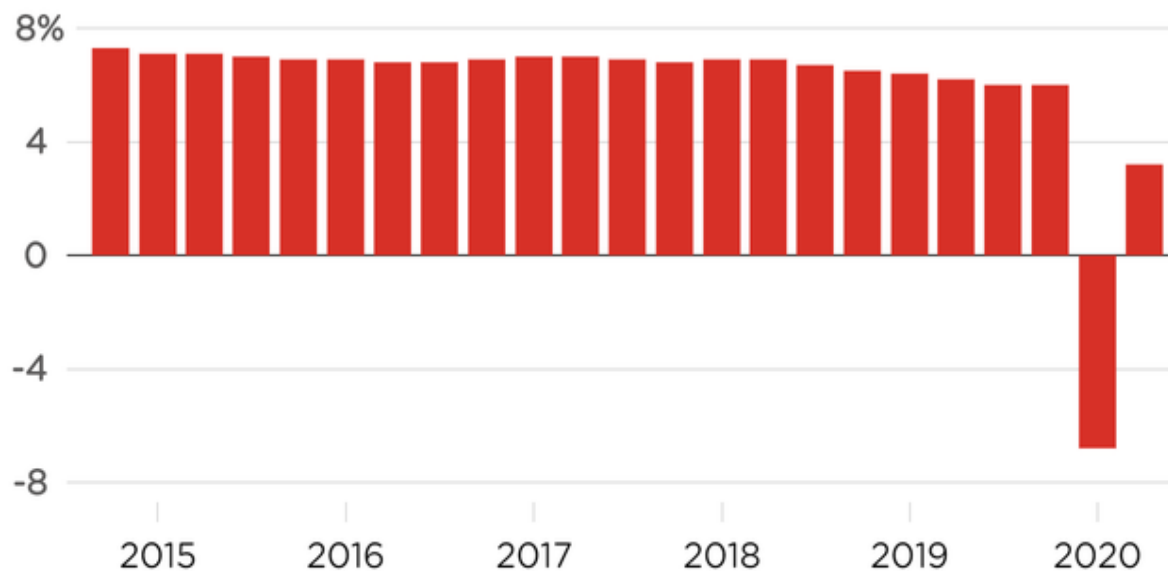
A respeito da pandemia do coronavírus, a China foi o epicentro da doença e um dos países mais atingidos. Os impactos da COVID-19 foram intensos: no primeiro trimestre de 2020, a China apresentou uma retração no crescimento pela primeira vez desde o fim da era maoísta, com queda de 6,8% no PIB, após a adoção de severas medidas de isolamento social e *lockdown* nos principais centros urbanos.

Mesmo assim, a alta taxa de poupança interna do país leva os especialistas à crença de uma rápida recuperação econômica. Já no segundo trimestre de 2020, a economia retomou seu crescimento, apresentando valores 3,2% do que em 2019. A própria composição do PIB chinês,



que depende mais da indústria (menos intensiva em capital humano comparativamente aos outros setores) e menos dos serviços favorece uma retomada mais rápida, pois é mais fácil que se mantenham as condições sanitárias exigidas nos grandes complexos industriais do que no comércio, por exemplo. De fato, a recuperação econômica parece ser puxada pelo setor industrial, que se elevou em 4,4% em comparação com o segundo trimestre de 2019.

### Crescimento trimestral do PIB da China



Fonte: National Bureau of Statistics / WSJ \*Crescimento vs mesmo período do ano anterior

NEXO

Gráfico V: Crescimento Trimestral do PIB da China. Extraído de Nexo Jornal, 16 de julho de 2020 (referência completa na seção de referências).

A própria composição do PIB chinês, que depende mais da indústria (menos intensiva em capital humano comparativamente aos outros setores) e menos dos serviços favorece uma retomada mais rápida, pois é mais fácil que se mantenham as condições sanitárias exigidas nos grandes complexos industriais do que no comércio, por exemplo. No entanto, é importante destacar que o consumo não acompanhou a retomada do crescimento industrial, com queda de 3,9% no varejo. Sendo o consumo doméstico o carro chefe do crescimento da China nos últimos anos, sua recuperação mais lenta pode ser um sinal de dificuldade para a manutenção das taxas altas de crescimento já tradicionais da economia chinesa em 2020.

## 6. CONCLUSÃO

Muitos autores questionam a originalidade do modelo AK, dado que vertentes heterodoxas já vinham há muito tempo questionando a existência de uma tendência natural à convergência entre as economias. No entanto, considerando a visão ortodoxa, o modelo AK é a base para os modelos de crescimento endógeno. Segundo Barro e Sala-i-Martin (1995, p.38), embora seja assumido que uma taxa de poupança constante e exógena, e seja levado em conta apenas um dado nível de tecnologia, o modelo mostra como é possível estudarmos uma situação com taxa de poupança constante num modelo de crescimento econômico endógeno.

Os defensores da teoria do crescimento endógeno argumentam que o pressuposto de retornos constantes (em vez de decrescentes) do capital é mais aceitável se  $K$  é interpretado de maneira mais ampla. Isto é, não apenas considerando a existência de um processo de *learning by doing*, mas também levando em conta a existência de capitais físicos e também humanos. Ademais, para Silva Filho e Carvalho (2001), outra ideia majoritária na literatura de crescimento endógeno é que o nível tecnológico pode avançar não apenas por obra do acaso, mas antes ser função das despesas com “Pesquisa & Desenvolvimento” - exógenas ao modelo AK - ou seja, através de uma forma deliberada de se incrementar o nível tecnológico. O progresso tecnológico, dessa forma, eliminaria os retornos decrescentes ao nível agregado, especialmente se considerando as melhorias técnicas como bens não rivais. Ainda de acordo com os autores, esta não-rivalidade é plausível de ocorrer com relação aos avanços no conhecimento, isto é, no aparecimento de novas ideias úteis.

A elaboração do modelo AK se coloca a partir da busca de justificção de determinadas políticas econômicas, uma vez que considera, com a endogeneização do progresso técnico, a importância do nível de poupança, este que, na ótica em questão, determina o investimento. Dessa forma, o modelo AK cumpre com seu objetivo central, ao mostrar como a eliminação dos retornos decrescentes de capital, através da introdução do conceito de *learning by doing*, pode conduzir, no longo prazo, ao crescimento econômico contínuo, além de instrumentalizar o impacto do investimento no crescimento. Como foi constatado durante o decorrer deste trabalho, especialmente na realização do estudo de caso (Seção 5).

## REFERÊNCIAS

AFP. COVID-19 provoca queda histórica da economia chinesa. ESTADO DE MINAS, 17 de abril de 2020. Disponível em: <[https://www.em.com.br/app/noticia/internacional/2020/04/17/interna\\_internacional,1139505/covid-19-provoca-queda-historica-da-economia-chinesa.shtml](https://www.em.com.br/app/noticia/internacional/2020/04/17/interna_internacional,1139505/covid-19-provoca-queda-historica-da-economia-chinesa.shtml)>. Acesso em: 12 de agosto de 2020.

AGHEVLI, B; BOUGHTON, J. Poupança nacional e a economia mundial. Finanças & Desenvolvimento, Junho 1990.

ARANHA, Carla. Surpresas da covid-19: mesmo sem quarentena, economia da Suécia despenca. Exame, 30 de abril de 2020. Disponível em: <<https://exame.com/economia/surpresas-da-covid-19-mesmo-sem-quarentena-economia-da-suecia-despenca/>>. Acesso em 11/08/2020.

BARBOSA, F. Macroeconomia. EPGE, FGV. Disponível em: <https://epge.fgv.br/we/MFEE/Macroeconomia/2010?action=AttachFile&do=get&target=Macroeconomia.pdf>. Acesso em: 10 de agosto de 2020.

China Variação da Poupança Bruta. Ceic Data. Disponível em <<https://www.ceicdata.com/pt/indicator/china/gross-savings-rate>>. Acesso em 10 de agosto de 2020.

FILHO, G; CARVALHO, E. A teoria do crescimento endógeno e o desenvolvimento endógeno regional: investigação das convergências em um cenário pós-cepalino. Documentos Técnico-Científicos, Revista Econômica do Nordeste, Fortaleza, v.32, n. Especial, novembro 2001. Disponível em: <[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/176625/mod\\_resource/content/2/teoria%20novo%20modelo.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/176625/mod_resource/content/2/teoria%20novo%20modelo.pdf)> Acesso em: 10 de agosto de 2020.

JONES, C. (2000). *Introdução à teoria do crescimento econômico*. Rio Janeiro: Campus.

NONNENBERG, Marcelo José Braga. China: estabilidade e crescimento econômico. Rev. Econ. Polit., São Paulo, v. 30, n. 2, p. 201-218, junho 2010. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0101-31572010000200002&lngn&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-31572010000200002&lngn&nrm=iso)>. Acesso em 10 de agosto de 2020.

PASSARELLI, P. Retomada da China é “farol imperfeito” e não indica tendência global. Valor Econômico, 13 de julho de 2020. Disponível em: <<https://valor.globo.com/brasil/noticia/2020/07/13/retomada-da-china-e-farol-imperfeito-e-nao-indica-tendencia-global.ghtml>>. Acesso em: 10 de agosto de 2020.

ROUBICEK, M. Por que a volta do crescimento na China gera desconfiança. Nexo Jornal, 16 de julho de 2020. Disponível em: <<https://www.nexojornal.com.br/expresso/2020/07/16/Por-que-a-volta-do-crescimento-na-China-gera-desconfian%C3%A7a>>. Acesso em: 11 de agosto de 2020.

VERMELHO. China será exceção e terá recuperação acelerada no pós-pandemia. Vermelho, 13 de julho de 2020. Disponível em: <<https://vermelho.org.br/2020/07/13/china-sera-excecao-e-tera-recuperacao-acelerada-no-pos-pandemia/>>. Acesso em: 10 de agosto de 2020.

SANTIRSO, J. China inicia uma nova “guerra popular” para recuperar a economia. EL PAÍS, 10 de agosto de 2020. Disponível em: <<https://brasil.elpais.com/economia/2020-08-10/china-inicia-uma-nova-guerra-popular-para-recuperar-a-economia.html>>. Acesso em: 11 de agosto de 2020.

SOUZA, N. Modelos Neoclássicos de Crescimento Econômico. Desenvolvimento Econômico, 5ª edição. São Paulo: Atlas, 2005.