

# Poder Explicativo do Modelo de Solow num Contexto de Pandemia

Laura Fonseca - 178092  
lauralicelazari@gmail.com

Agosto de 2020

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Apresentação do Modelo</b>	<b>4</b>
2.1	Importância de Harrod . . . . .	4
2.2	Modelo de Solow . . . . .	5
2.2.1	Modelo de Solow sem Tecnologia . . . . .	6
2.2.2	Modelo de Solow com Tecnologia . . . . .	8
2.2.3	Resíduo de Solow . . . . .	9
2.2.4	Regra de Ouro . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Variáveis do Modelo e Pandemia</b>	<b>10</b>
3.1	Mudanças no Insumo Trabalho . . . . .	10
3.1.1	Mudança Repentina no Tamanho da Força de Trabalho . . . . .	11
3.1.2	Mudança na Taxa de Crescimento Populacional . . . . .	12
3.2	Mudanças na Acumulação de Capital . . . . .	13
3.2.1	Mudanças na Taxa de Poupança . . . . .	13
3.2.2	Mudanças no Investimento Requerido . . . . .	14
3.3	Mudanças nos Salários e no Retorno do Capital . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Utilidade e Limitações do Modelo</b>	<b>16</b>
4.1	Utilidade do Modelo . . . . .	16
4.2	Limitações do Modelo . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Estudo de Caso: Índia</b>	<b>17</b>
5.1	Mudança na Taxa de Crescimento Populacional, no Tamanho da Força de Trabalho e nos Salários . . . . .	17
5.2	Mudança na Taxa de Poupança . . . . .	18
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>19</b>

## Lista de Figuras

1	Impacto de uma mudança no tamanho da força de trabalho . . . . .	11
2	Impacto de uma mudança na taxa de crescimento populacional . . . . .	12
3	Impacto de uma mudança positiva na taxa de poupança . . . . .	14
4	Impacto de uma mudança positiva na taxa de crescimento populacional . . . . .	15
5	Nascimentos a cada 1000 pessoas na Índia - variação anual (%) . . . . .	17
6	Taxa de fatalidade e número de mortes por milhão de habitantes . . . . .	18

# 1 Introdução

Os governos tiveram que tomar decisões urgentes para conter a disseminação do coronavírus, haja vista suas consequências sanitárias e econômicas (CARILLO; JAPPELLI, 2020). Destarte, o principal impacto econômico da pandemia não se deve apenas aos custos diretos e indiretos com saúde, mas também custos atrelados a mudanças comportamentais relativas ao medo do contágio (DODO, 2020).

Assim sendo, é esperado que, diante desse cenário, haja mudanças no desempenho econômico de longo prazo dos países. Ainda que alguns movimentos possam ser transitórios, mudanças estruturais no que tange ao tamanho da força de trabalho, à taxa de crescimento populacional e à acumulação de capital, poderão impactar tanto o nível do estoque de capital quanto do produto de longo prazo.

Isto posto, este trabalho tem como objetivo avaliar o poder explicativo do modelo de Solow num contexto de pandemia. Para tanto, abarcará: uma seção voltada à apresentação do modelo (Seção 2), outra direcionada às variáveis do modelo atreladas à pandemia (Seção 3), uma seção que faz referência ao poder explicativo (utilidade) e as limitações do modelo (Seção 4), bem como uma seção com um breve estudo de caso para a Índia (Seção 5). Por fim, há a conclusão (Seção 6), com as principais considerações.

## 2 Apresentação do Modelo

### 2.1 Importância de Harrod

Em primeira instância, é válido destacar que o modelo de Solow surge em reação ao modelo de crescimento de Harrod (1939), sobretudo, no que concerne à instabilidade harrodiana. Diante disso, faz-se necessário elencar as principais hipóteses e conclusões de Roy Harrod, tendo em vista seu impacto na teoria do crescimento econômico.

Na medida em que Harrod era crítico ao caráter estático da Teoria Geral de Keynes, o seu objetivo principal foi estudar as condições dinâmicas de equilíbrio da economia. Para tanto, buscou verificar qual era a taxa de crescimento da renda capaz de propiciar a igualdade entre os planos de investimento e de poupança ao longo do tempo (THIRLWALL, 2005).

Tendo isso em vista, o modelo harrodiano parte do princípio da demanda efetiva, ou seja, da premissa que o **nível do investimento determina o produto (ou renda)**. Em consonância, baseia-se no caráter dual do investimento, no qual o investimento determina a renda via multiplicador<sup>1</sup>, ao passo que a renda determina o estoque de capital desejado, bem como o investimento (líquido) por meio do efeito acelerador<sup>2</sup>.

Conforme Harrod (1939), a decisão de investir tem por objetivo manter a relação capital-produto desejada pela firma. Nesse sentido, o investimento, quando efetivamente realizado, gera exatamente o acréscimo no estoque de capital adequado em relação à variação efetiva da renda. Como o investimento cria renda, na proporção determinada pela propensão a poupar, bem como nova capacidade produtiva, na proporção da relação capital-produto desejada, a taxa de crescimento do estoque de capital, de forma tautológica, conforme Serrano et al. (2019), é dada por:

$$g_{Kt+1} = \frac{I_t}{K_t} = \frac{S_t}{Y_t} \frac{Y_t^*}{K_t} \frac{Y_t}{Y_t^*} = \frac{s}{v} u_t \quad (1)$$

sendo **(s) a propensão a poupar**,  $(v)$  a relação capital-produto desejada,  $(u_t)$  o grau de capacidade utilizada e  $(Y^* = \frac{K}{v})$  o produto potencial.

Vale ressaltar que  $(s)$  é dada de forma exógena, ou seja, é determinada pelos hábitos de consumo e distribuição de renda<sup>3</sup>. Assim sendo, haja vista que os gastos crescem à medida que o investimento cresce, a taxa de crescimento do produto  $(g_t)$  é dada pela taxa de crescimento do investimento  $(g_{I_t})$ , assim como a taxa de crescimento do estoque de capital  $(g_{K_t})$ . Desse modo,  $g_{K_t} = g_{I_t} = \frac{s}{v} u_t$  e, portanto, a taxa de crescimento garantida<sup>4</sup> é dada por:

$$g_w = \frac{s}{v} \quad (2)$$

já que o grau de capacidade de utilização é igual ao desejado  $(u_t = 1)$ .

---

<sup>1</sup>O **investimento** que cria capacidade produtiva gera demanda agregada, através do multiplicador  $(\frac{1}{s})$ . Assim, como o consumo é induzido pela renda e o investimento é idêntico a poupança, o produto determinado pela demanda efetiva é:  $Y_t = \frac{I_t}{s}$ .

<sup>2</sup>O investimento (líquido) aumenta o estoque de capital. Assim, conforme o princípio do acelerador, os investidores alteram o estoque de capital de acordo com a renda esperada.

<sup>3</sup>O **consumo autônomo não é considerado no modelo**.

<sup>4</sup>Taxa de crescimento que mantém o equilíbrio entre capacidade produtiva e demanda.

Isto posto, ao crescer à taxa garantida as firmas estão satisfeitas com o resultado, já que produziram na quantidade desejada (HARROD, 1939) e, por isso, tenderão a manter os investimentos nesse patamar. Não obstante, o modelo de Harrod sugere que não há razão para acreditar que a trajetória de crescimento seja aquela dada pela taxa garantida, já que é necessário que os investidores de fato **esperem** que o crescimento seja igual a  $\frac{s}{v}$ , o que é improvável.

A julgar pela existência de três taxas: a taxa de crescimento efetiva ( $g$ ), aquela que de fato ocorre, a taxa de crescimento esperada ( $g_e$ ), que as firmas esperam que ocorra, bem como a taxa de crescimento garantida ( $g_w$ ), aquela que permite um equilíbrio dinâmico (THIRLWALL, 2005), se ( $g$ ) for maior (menor) que ( $g_e$ ), bem como se ( $g_e$ ) for maior (menor) que ( $g_w$ ), como a oferta reage de imediato à demanda, a relação capital-produto cai, em relação a desejada, se a empresa investiu de forma exagerada ( $g > g_e > g_w$ ) e aumenta se investiu pouco ( $g < g_e < g_w$ ). Do mesmo modo, o grau de utilização da capacidade produtiva aumenta (diminui) em relação ao desejado.

Assim sendo, como o **investimento é induzido**, já que o estoque de capital varia de acordo com a renda, qualquer taxa de crescimento que não a garantida leva à um desequilíbrio cumulativo (SERRANO et al., 2019): uma vez que a taxa de crescimento efetiva se desvia da taxa garantida, as decisões dos agentes farão com que a taxa efetiva se afaste, cada vez mais, da taxa garantida, ou seja, há uma tendência à instabilidade no crescimento econômico.

Vale destacar que, conforme Harrod (1939), além de não haver garantia da ocorrência da taxa garantida, não há mecanismos de mercado que garantam que a taxa de crescimento se iguale a taxa de crescimento da população ativa, já que a propensão a poupar ( $s$ ), a relação capital-produto desejada ( $v$ ) e a taxa de crescimento da população ativa ( $G_n$ ) são em princípio exógenas. Isto posto, constata-se a não garantia de pleno emprego no crescimento econômico.

## 2.2 Modelo de Solow

Robert Solow, em 1956, publicou o artigo “A Contribution to the Theory of Economic Growth”, o qual foi responsável por contribuições relevantes no que concerne a compreensão dos fatores que determinam a taxa de crescimento econômico. Tal artigo surgiu como uma resposta ao modelo de Roy Harrod.

Conforme Solow (1956), a principal conclusão do modelo de Harrod é que, mesmo no longo prazo, o crescimento econômico está no “fio da navalha”. Esse termo faz referência ao fato de que, no modelo de Harrod, só há equilíbrio se o crescimento ocorre numa determinada taxa (taxa garantida), sendo o crescimento instável quando dado a uma taxa distinta.

Diante disso, segundo Solow (1956), a concepção crítica de Harrod, no que concerne ao equilíbrio, resulta da comparação entre a taxa natural de crescimento e a taxa de crescimento garantida, sendo a primeira dependente da ausência de mudança tecnológica e aumento da força de trabalho, enquanto a segunda dependente dos hábitos de poupança e investimento das famílias e empresas.

Na visão de Solow (1956), essa oposição (entre a taxa natural e a garantida) resulta da suposição de que a produção ocorre sob condições de proporções fixas. Por esse motivo, como, no modelo de Harrod, não há a possibilidade de substituir o trabalho pelo capital no âmbito produtivo, o abandono dessa suposição, provavelmente, permitirá que o equilíbrio deixe de

ser instável (SOLOW, 1956).

Assim sendo, o modelo de Solow, conforme Solow (1956), trata-se de um modelo de crescimento de longo prazo que aceita todas as premissas de Harrod, exceto a de proporções fixas. Ao invés disso, supõe-se que há uma mercadoria única que é produzida por trabalho e capital sob as condições neoclássicas padrão, ou seja, sob as hipóteses: economia fechada e de um só bem, preços de fatores flexíveis, função de produção “neoclássica” (na qual é possível combinar capital e trabalho em várias proporções), taxa de crescimento populacional dada, bem como ritmo dado de progresso técnico.

Isto posto, nas próximas subseções, há a apresentação do modelo de Solow: primeiramente, na sua versão mais simples (sem tecnologia) e depois na sua versão mais complexa (com tecnologia). Por fim, há duas subseções: uma dedicada ao resíduo de Solow e outra à “regra de ouro”, conceitos importantes para a compreensão do modelo.

### 2.2.1 Modelo de Solow sem Tecnologia

Conforme Jones (2000), o modelo de Solow é construído a partir de duas equações principais: uma função de produção e uma equação de acumulação de capital. A função de produção é uma função Cobb-Douglas, que descreve como os insumos, capital (K) e trabalho (L), se combinam para gerar o produto (Y), sendo representada por:

$$Y = F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha} \quad (3)$$

com  $\alpha$  assumindo valores de 0 a 1.

Como pode ser notado, a função apresenta retornos constantes de escala, já que  $F(\alpha K, \alpha L) = \alpha Y$ . Ademais, o produto *per capita*, partindo das equivalências:  $y \equiv \frac{Y}{L}$  e  $k \equiv \frac{K}{L}$ , é dado por:

$$y = k^\alpha \quad (4)$$

Assim sendo, quanto maior a quantidade de capital por trabalhador maior o produto por trabalhador. No entanto, como  $0 < \alpha < 1$ , cada incremento de capital gera um acréscimo menor ao produto<sup>5</sup>, ou seja, há retornos decrescentes ao capital por trabalhador.

A segunda equação principal do modelo de Solow, trata da acumulação de capital:

$$\dot{K} = sY - dK \quad (5)$$

sendo ( $\dot{K}$ ) a variação no estoque de capital, ( $sY$ ) o montante do investimento bruto e ( $dK$ ) o montante da depreciação.

Isto posto, faz-se necessário destacar a existência de duas suposições: os agentes poupam uma fração constante da renda ( $s$ ) e a economia é fechada. Diante disso, a poupança é igual ao investimento e, conforme Equação (5), o investimento é utilizado somente na acumulação de capital.

Assim sendo, para chegar à acumulação de capital por trabalhador, é preciso utilizar de algumas manipulações algébricas. Por isso, partindo da Equação (5) e deixando-a em termos dos insumos, temos:

$$\dot{K} = sK^\alpha L^{1-\alpha} - dK \quad (6)$$

---

<sup>5</sup>Cada incremento de trabalhador também gera um acréscimo menor ao produto.

e, portanto:

$$\frac{\dot{K}}{K} = sk^{\alpha-1} - d \quad (7)$$

Tendo em vista que  $k \equiv \frac{K}{L}$  e, portanto,  $K = kL$ , ao aplicar o logaritmo e depois derivar, temos:

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{k}}{k} + \frac{\dot{L}}{L} \quad (8)$$

Assim, considerando as Equações (7) e (8), bem como assumindo que a taxa de participação da força de trabalho é constante e que a taxa de crescimento populacional é dada pelo parâmetro  $(n)$  (JONES, 2000), temos:

$$\frac{\dot{k}}{k} + n = sk^{\alpha-1} - d \quad (9)$$

$$\frac{\dot{k}}{k} = sk^{\alpha-1} - (d + n) \quad (10)$$

Em vista da Equação (10), tanto elevações na fração de estoque de capital depreciado quanto crescimento populacional tendem a reduzir o crescimento do capital *per capita*. Desse modo, enquanto a parcela  $(sk^{\alpha-1})$  é superior a  $(d + n)$ , há crescimento do capital *per capita*, ou seja, um aprofundamento do capital (JONES, 2000).

Como pode ser visto na Equação (10), a parcela  $(sk^{\alpha-1})$  é não linear, de modo que num determinado momento a parcela  $(d + n)$  a superará. Por esse motivo, dado um montante de capital por trabalhador inicial, ocorre um aprofundamento do capital até que  $k = k^* = sk^{\alpha-1} - (d + n) = 0$ , momento em que o montante de capital por trabalhador se torna constante (estado estacionário). Caso  $\dot{k}$  supere  $k^*$ , o montante de capital por trabalhador começa a cair, de modo que essa queda continua até  $k^*$ .

Diante disso, temos que no estado estacionário a quantidade de capital por trabalhador e o produto por trabalhador são dadas por:

$$k^* = \frac{s}{(n + d)^{\frac{1}{1-\alpha}}} \quad (11)$$

$$y^* = \frac{s}{(n + d)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} \quad (12)$$

Destarte, no que tange a variações nos parâmetros, quando há um aumento na taxa de poupança, o investimento por trabalhador supera o montante necessário para manter constante o capital por trabalhador, e, portanto, se reinicia um aprofundamento do capital, o qual, por sua vez, prossegue até que se chegue a um novo estado estacionário (JONES, 2000). Não obstante, no caso de um aumento na taxa de crescimento populacional, como o investimento por trabalhador não é mais suficiente para manter constante o capital por trabalhador, a razão capital-trabalho  $(k)$  se reduz até que se chegue a um novo estacionário, sendo este inferior ao anterior.

Isto posto, nota-se que o crescimento do produto, no estado estacionário, ocorre na mesma taxa que o crescimento populacional<sup>6</sup>. Ademais, conforme Equação (10), como  $\alpha < 1$ , há retornos decrescentes à acumulação de capital, de modo que o crescimento é mais rápido em estágios iniciais<sup>7</sup>. Assim sendo, com o passar do tempo, o crescimento se torna mais lento e ao chegar no estado estacionário ele cessa, havendo, no modelo de Solow, uma ideia de convergência.

### 2.2.2 Modelo de Solow com Tecnologia

O modelo de Solow com progresso tecnológico é semelhante ao modelo mais simples, porém com o acréscimo de uma variável de tecnologia ( $A$ ) à função de produção:

$$Y = F(K, AL) = K^\alpha (AL)^{1-\alpha} \quad (13)$$

sendo a tecnologia responsável por tornar a unidade de trabalho mais produtiva.

Segundo Jones (2000), quando  $A$  é incluída dessa forma (“Harrod-neutra”), à medida que  $A$  aumenta o progresso tecnológico aumenta, de modo que o insumo trabalho se torna mais produtivo quando o nível da tecnologia se eleva. Destarte, é imprescindível destacar que, no modelo de Solow, o progresso tecnológico é exógeno e, por conseguinte, supõe-se que  $A$  cresce a uma taxa **constante**:

$$\frac{\dot{A}}{A} = g \quad (14)$$

sendo ( $g$ ) a taxa de crescimento da tecnologia.

Isto posto, a função de produção agora é dada por:

$$\tilde{y} = \tilde{k}^\alpha \quad (15)$$

já que  $\tilde{k} \equiv \frac{K}{AL}$ .

Ademais, ao aplicar o logaritmo e derivar  $K = \tilde{k}AL$ , temos:

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} + \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{L}}{L} \quad (16)$$

Dessa forma, haja vista as Equações (7)<sup>8</sup> e (16), bem como a taxa de crescimento populacional ( $n$ ) e a taxa de crescimento dada de progresso técnico ( $g$ ), temos:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\tilde{k}^{\alpha-1} - (d + n + g) \quad (17)$$

Conforme Equação (17), se a economia apresenta uma razão capital-tecnologia,  $\tilde{k}$ , inferior ao estado estacionário, ocorre um aprofundamento do capital (JONES, 2000), já que  $s\tilde{k}^{\alpha-1}$  é

<sup>6</sup>Como  $y \equiv \frac{Y}{L}$  e, portanto,  $Y = yL$ , ao aplicar o logaritmo e derivar, temos:  $\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{y}}{y} + \frac{\dot{L}}{L}$ , tendo em vista que o crescimento do produto *per capita* é zero, o crescimento do produto é igual a taxa de crescimento da população  $n$ .

<sup>7</sup>À medida que ( $k$ ) aumenta, a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* ( $\frac{\dot{k}}{k}$ ) diminui, ou seja, o crescimento se desacelera ao longo da trajetória (JONES, 2000).

<sup>8</sup>A equação de acumulação de capital se mantém a mesma.



superior a  $(d + n + g)$ . Essa variação positiva se manterá até que  $s\tilde{k}^{\alpha-1} = (d + n + g) = \tilde{k}^*$ , estado estacionário, no qual a economia cresce em equilíbrio (JONES, 2000).

Assim, a razão capital-tecnologia, bem como a razão produto-tecnologia, no estado estacionário, correspondem a:

$$\tilde{k}^* = \frac{s}{(n + d + g)^{\frac{1}{1-\alpha}}} \quad (18)$$

$$\tilde{y}^* = \frac{s}{(n + d + g)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} \quad (19)$$

Destarte, faz-se necessário destacar que variações na taxa de investimento ( $s$ ) ou na taxa de crescimento populacional ( $n$ ) afetam o nível do capital e do produto *per capita* efetivo no longo prazo, mas não afetam a taxa de crescimento (JONES, 2000): se há um aumento na taxa de investimento ( $s$ ), por exemplo, ocorre um crescimento temporário e o nível do capital e do produto *per capita* efetivo aumentam, não obstante, quando se chega ao novo estado estacionário esse crescimento, advindo da nova taxa de investimento, cessa e a taxa de crescimento volta a corresponder a do progresso técnico ( $g$ ).

Diante disso, constata-se que, no modelo de Solow, mudanças na política podem modificar as taxas de crescimento, porém de forma temporária. Assim, variações na política não têm efeito no crescimento de longo prazo (JONES, 2000), podendo somente ter efeitos no nível. Por conseguinte, a única taxa que pode alterar a taxa de crescimento do produto *per capita* de longo prazo é a de progresso técnico.

### 2.2.3 Resíduo de Solow

De acordo com Blanchard (2004), Robert Solow buscou estimar o progresso tecnológico, mediante um método que se apoia na hipótese de que cada fator de produção é remunerado por seu produto marginal. À vista disso, os efeitos do progresso tecnológico podem ser medidos, através do cálculo do resíduo de Solow, que é definido como o excesso do crescimento efetivo do produto em relação ao crescimento referente ao crescimento do capital e ao crescimento do trabalho ou como a taxa de crescimento da produtividade total de fatores (BLANCHARD, 2004).

Assim sendo, pode-se pensar na seguinte função de produção:

$$Y = BK^{\alpha}L^{1-\alpha} \quad (20)$$

sendo  $B$  a produtividade total dos fatores (PTF).

Nesse sentido, pode-se considerar que  $\frac{\dot{B}}{B}$  é a taxa de crescimento da PTF ou o resíduo de Solow. Desse modo, ao tirar o logaritmo e derivar a função de produção expressa na Equação (20), temos:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{B}}{B} + \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1 - \alpha) \frac{\dot{L}}{L} \quad (21)$$

$$\frac{\dot{B}}{B} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \alpha \frac{\dot{K}}{K} - (1 - \alpha) \frac{\dot{L}}{L} \quad (22)$$

$$g_B = g_Y - \alpha g_K - (1 - \alpha)g_L \quad (23)$$

### 2.2.4 Regra de Ouro

Conforme visto, variações na taxa de poupança (investimento) afetam os níveis de capital *per capita* e de produto *per capita*, ainda que não exerçam influência sobre a taxa de crescimento de longo prazo. Assim sendo, surge o questionamento em relação a qual taxa de poupança seria mais benéfica a determinada economia, haja vista que, provavelmente, os agentes optam por poupar, no curto prazo, com o intuito de consumir no futuro.

Isto posto, é válido destacar que se a taxa de poupança é igual a 1, conforme Blanchard (2004), não existe consumo nem no curto nem no longo prazo e se é igual a 0 (desde sempre) não há bens de capital e, portanto, não há produto nem consumo. Destarte, é nítido que há uma taxa de poupança entre 0 e 1 que maximize o nível de consumo no *steady state*. Nesse sentido, quando há uma variação positiva na taxa de poupança (inferior à que maximiza o consumo), ocorre uma queda no consumo de curto prazo, mas um acréscimo no consumo futuro. Não obstante, quando o mesmo ocorre com uma taxa de poupança superior à que maximiza o consumo, o consumo não só cai no curto, mas no longo prazo também.

Isso ocorre, pois um aumento numa taxa de poupança acima de 0 e inferior à que maximiza o nível do consumo *per capita*<sup>9</sup> implica num nível de capital por trabalhador maior e, este, por sua vez, reflete num produto por trabalhador maior. Por conseguinte, ocorre um nível de consumo *per capita* superior no estado estacionário. De modo oposto, um aumento numa taxa de poupança superior à da “regra de ouro” leva a um nível de consumo por trabalhador menor, ainda que o capital e o produto *per capita* estejam aumentando. Neste caso, o aumento da depreciação decorrente do estoque de capital é maior que o aumento do produto (BLANCHARD, 2004).

Diante do exposto, questiona-se qual seria a taxa da regra de ouro (que maximiza o nível do consumo no estado estacionário). À vista disso, como o consumo por trabalhador, num modelo com progresso tecnológico, no estado estacionário, é dado por:

$$\tilde{c}^* = (1 - s) \frac{s}{(n + d + g)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} \quad (24)$$

ao tirar o logaritmo e derivar em relação à taxa de poupança, tem-se:

$$s = \alpha \quad (25)$$

sendo taxa de poupança da regra de ouro a participação do capital no produto ( $\alpha$ ).

## 3 Variáveis do Modelo e Pandemia

### 3.1 Mudanças no Insumo Trabalho

A pandemia da COVID-19 vem refletindo em variações relativas ao insumo trabalho, tanto no que tange ao tamanho da força de trabalho quanto, provavelmente, à taxa de crescimento

---

<sup>9</sup>Conhecida como taxa da regra de ouro.

populacional. Por esse motivo, segue análise referente ao insumo trabalho, tendo em vista o poder explicativo das variáveis do modelo de Solow no que concerne aos impactos do coronavírus.

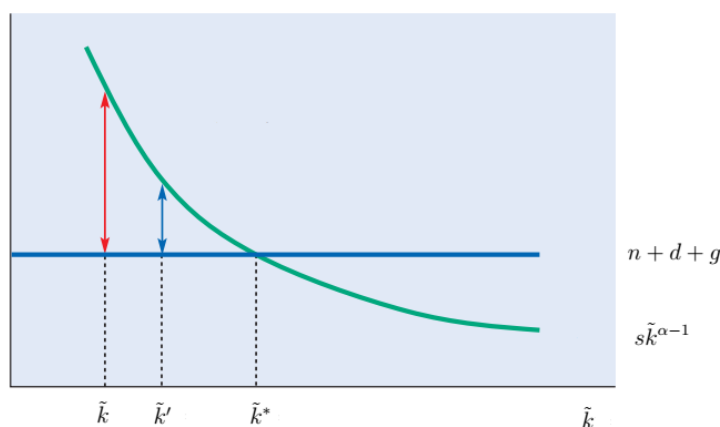
### 3.1.1 Mudança Repentina no Tamanho da Força de Trabalho

De acordo com Carillo e Jappelli (2020) a pandemia de 1918 (Gripe Espanhola) foi responsável pela morte de 1,2% da população italiana. Tendo isso em vista, Carillo e Jappelli (2020) buscaram analisar se as taxas de mortalidade das regiões da Itália influíram nos seus respectivos **desempenhos econômicos**. Com isso, constatou-se que em regiões com maiores taxas de mortalidade, devido à influenza, houve recessões mais severas entre 1919-1921. À vista disso, é evidente que o advento de uma pandemia tende a refletir em impactos no tamanho da força de trabalho e, conseqüentemente, no crescimento econômico.

Isto posto, é nítido que, na pandemia atual, as mortes se darão numa magnitude maior em países em que o Governo não for efetivo no que tange a transferência de renda e a legitimidade/eficiência da quarentena, bem como em países muito populosos ou com pouca infraestrutura na área da saúde. Destarte, as mortes atreladas à pandemia da COVID-19 farão com que o tamanho da força de trabalho diminua. Por conseguinte, como num primeiro momento não haverá uma mudança no estoque de capital fixo, a diminuição em  $L$  fará com que o capital por trabalhador efetivo  $\tilde{k}$  aumente (BARRO, 2007).

Assim, como pode ser visto na Figura 1, com um capital *per capita* efetivo maior ( $\tilde{k}'$ ) a taxa de crescimento de  $\tilde{k}$  se tornará menor, uma vez que há retornos decrescentes na acumulação de capital por trabalhador. Não obstante, o capital por trabalhador efetivo do estado estacionário ( $\tilde{k}^*$ ) permanecerá o mesmo, assim como o produto por trabalhador efetivo ( $\tilde{y}^*$ ), ainda que haja menos força de trabalho e um produto menor<sup>10</sup>.

Figura 1: Impacto de uma mudança no tamanho da força de trabalho



Fonte: Adaptado de Barro (2007)

<sup>10</sup>Conforme Equação 3, os retornos de escala da função de produção do modelo de Solow são constantes. Portanto, uma queda na força de trabalho (insumo trabalho) implica numa queda, de mesma proporção, no produto.

### 3.1.2 Mudança na Taxa de Crescimento Populacional

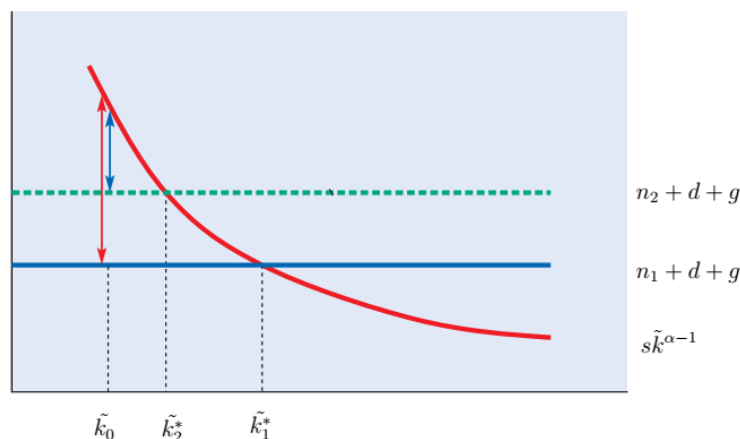
Conforme Stone (2020), a COVID-19, provavelmente, reduzirá a taxa de natalidade no curto prazo. No entanto, após a pandemia, a tendência é que a fertilidade aumente, praticamente, em todos países, com exceção da China<sup>11</sup>. A alta da taxa de crescimento populacional dependerá, sobretudo, do número de mortes e da ação dos governos: nos países com mais mortes, a população tentaria recompor a perda de familiares, ao passo que políticas de transferência de renda, bem como de seguro-desemprego gerariam mais estabilidade financeira (STONE, 2020).

A Gripe Espanhola, em 1918, fez com que os nascimentos, na Suécia, Noruega, Taiwan, Japão, Índia e Estados Unidos reduzissem logo após a pandemia, porém os nascimentos aumentaram nos 5 anos subsequentes (CARILLO; JAPPELLI, 2020). Não obstante, segundo Carillo e Jappelli (2020), os impactos no crescimento populacional de longo prazo foram distintos: na Suécia e Noruega, devido ao fim de muitos casamentos, houve um grande declínio nos nascimentos, enquanto, na Índia, houve um crescimento nos nascimentos, atrelado a maiores quantias de terra agrícola para cada família<sup>12</sup>.

Diante disso, pode-se pensar que o crescimento populacional se dará de forma distinta em cada país, dependendo, assim, das políticas aplicadas, bem como do comportamento das pessoas. De acordo com Berger (2020), as tendências atuais sugerem que, em termos gerais, as taxas de natalidade devam continuar em queda na maioria dos países de renda alta, ao passo que em países pobres e de renda média os nascimentos devam aumentar.

Assim sendo, se persistentes, essas variações da taxa de natalidade teriam impactos no longo prazo. Conforme Jones (2000), a taxa de participação da força de trabalho é constante no modelo de Solow, e, portanto, a taxa de crescimento populacional, bem como a taxa de crescimento da força de trabalho  $\frac{\dot{L}}{L}$  são dadas pelo parâmetro  $n$ .

Figura 2: Impacto de uma mudança na taxa de crescimento populacional



Fonte: Adaptado de Barro (2007)

Isto posto, conforme Figura 2, países que tiverem um aumento na taxa de crescimento

<sup>11</sup> A China apresenta uma política anti-natalista.

<sup>12</sup> Como houve muitas mortes, a quantidade de terra agrícola por família aumentou.

populacional apresentarão um investimento requerido<sup>13</sup> maior, ou seja, é como se o país saísse de  $(n_1 + d + g)$  e fosse para  $(n_2 + d + g)$ . De maneira oposta, países que tiverem um decréscimo na taxa de crescimento populacional terão um investimento requerido menor, ou seja, é como se o país saísse de  $(n_2 + d + g)$  e fosse para  $(n_1 + d + g)$ .

Assim sendo, países com taxas de crescimento populacional maiores chegarão a um novo  $\tilde{k}$ , no estado estacionário ( $\tilde{k}_2^*$ ), que é menor, enquanto países com taxas de crescimento populacional menores chegarão a um novo  $\tilde{k}$ , no estado estacionário ( $\tilde{k}_1^*$ ), que é maior. Vale ressaltar que a Figura 2 é uma representação, haja vista que cada país apresenta suas particularidades no que tange aos parâmetros:  $n$ ,  $g$ ,  $d$  e aos níveis de  $\tilde{k}$ .

Diante disso, países com  $\tilde{k}^*$  maiores apresentarão níveis maiores de produto *per capita* efetivo no estado estacionário ( $\tilde{y}^*$ ), ao passo que países com  $\tilde{k}^*$  menores terão níveis de produto *per capita* efetivo no estado estacionário ( $\tilde{y}^*$ ) menores, ou seja, mudanças na taxa de crescimento populacional, advindas da pandemia, podem ter efeitos de longo prazo no nível do capital e do produto por trabalhador efetivo.

## 3.2 Mudanças na Acumulação de Capital

Diferente de cenários de guerras, a pandemia parece não trazer consigo uma queda repentina do estoque de capital dos países. Não obstante, como a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* efetivo ( $\frac{\dot{k}}{k}$ ) depende da taxa de poupança ( $s$ ) e dos parâmetros do investimento requerido ( $n + d + g$ ), provavelmente, ocorrerão mudanças na acumulação de capital dos países. Diante disso, segue análise referente a mudanças na taxa de poupança e dos parâmetros do investimento requerido.

### 3.2.1 Mudanças na Taxa de Poupança

Na atualidade, a pandemia gera muita incerteza e medo nas pessoas e, por conseguinte, é esperado que os consumidores estejam evitando gastar como antes. Destarte, a tendência é que famílias, de países com políticas assistencialistas ou detentoras de maior estabilidade financeira, **estejam poupando uma parcela maior de suas rendas**. Isto posto, é nítido que caso esse comportamento se mantenha, ou seja, caso haja uma mudança estrutural nos hábitos dos consumidores, haverá mudanças no nível do produto *per capita* efetivo de longo prazo.

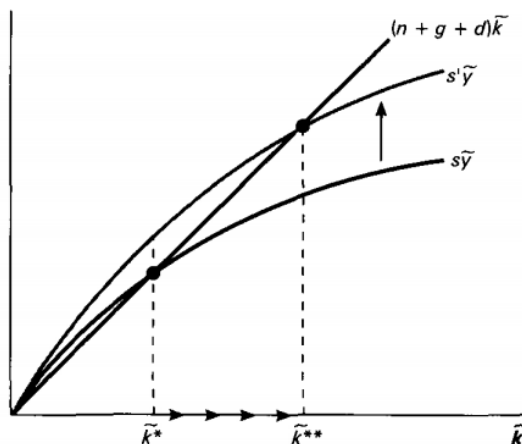
Por outro lado, segundo Arndt e Lewis (2000), as famílias afetadas pelo HIV, na África do Sul, em 2000, reduziram suas taxas de poupança. Como resultado, dada a magnitude da doença, o impacto da redução sobre a poupança total foi pequeno. Não obstante, no cenário atual de pandemia, o impacto do vírus pode contribuir para a queda da poupança de famílias que não tenham estabilidade financeira, seja ela derivada de transferência de renda ou de rendimentos próprios. Caso esse cenário persista, poderá haver uma queda da taxa de poupança.

Ainda que o modelo de Solow não agregue mudanças nos hábitos de consumo dos indivíduos, conforme Figura 3, caso ocorra um aumento da taxa de poupança ( $s$ ), o investimento aumentará de  $s\tilde{y}$  para  $s'\tilde{y}$ . Diante disso, haverá um aprofundamento do capital, já que o novo investimento ( $s'\tilde{y}$ ) será superior ao investimento requerido ( $(n + d + g)\tilde{k}$ ). Assim sendo, haverá

<sup>13</sup>O investimento requerido se trata da quantia de investimento necessária para manter o capital por trabalhador efetivo ( $\tilde{k}$ ) constante, ou seja,  $(n + d + g)\tilde{k}$ .

uma taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* efetivo maior, o que, por sua vez, fará com que haja um aumento do nível do  $\tilde{k}$  no estado estacionário e, por conseguinte do  $\tilde{y}$ . No caso de uma queda persistente da taxa de poupança, ocorrerá o inverso. Vale destacar que mudanças na taxa poupança afetam somente o nível das variáveis e não taxa de crescimento de longo prazo, sendo seu efeito, no crescimento, transitório.

Figura 3: Impacto de uma mudança positiva na taxa de poupança



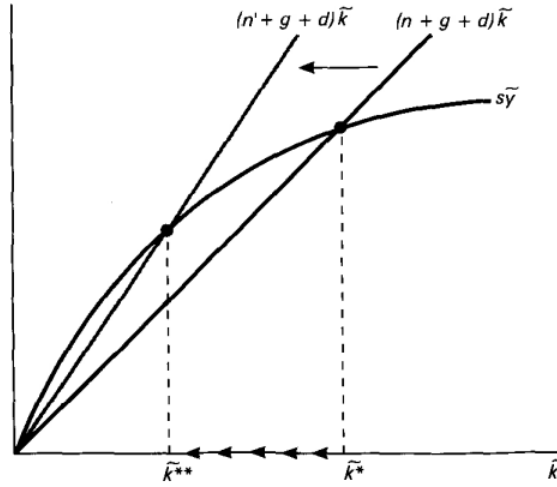
Fonte: Jones (2000)

### 3.2.2 Mudanças no Investimento Requerido

Diante do cenário atual, torna-se difícil pensar em mudanças que afetem o longo prazo, no âmbito da taxa de depreciação e do progresso tecnológico. Ainda que os esforços em pesquisa e desenvolvimento tenham se voltado para a área da saúde, o crescimento do progresso tecnológico é muito incerto. Diante disso, a única mudança, mais evidente, que pode impactar o investimento requerido é a da taxa de crescimento populacional ( $n$ ). Assim sendo, conforme visto na Figura 2, países que apresentarem um aumento definitivo da taxa de crescimento populacional, ou seja, um *boom* de bebês, apresentarão um nível de capital por trabalhador efetivo menor: o investimento requerido se tornará maior que o investimento e, portanto, ocorrerá um decréscimo de  $\tilde{k}$  até que se chegue a um novo estado estacionário.

Como pode ser visto na Figura 4, um aumento de  $n$  faz com que a inclinação da reta (do investimento requerido) aumente e, por isso, ela intercepta a curva de investimento  $s\tilde{y}$  em um ponto abaixo do que seria anteriormente. Destarte, o novo nível de  $\tilde{k}$ , bem como de  $\tilde{y}$ , no *steady state*, serão menores. De modo oposto, no caso de países com decréscimo na taxa de crescimento populacional, o investimento requerido será menor, a reta que o corresponde terá menor inclinação e interceptará o investimento em um ponto no qual o capital por trabalhador efetivo é maior e, portanto, ocorrerá um nível de produto *per capita* efetivo maior no estado estacionário.

Figura 4: Impacto de uma mudança positiva na taxa de crescimento populacional



Fonte: Adaptado de Jones (2000)

### 3.3 Mudanças nos Salários e no Retorno do Capital

Conforme Carillo e Jappelli (2020), após pandemias, a força de trabalho encolhe e, por conseguinte, a razão capital-trabalho aumenta. Diante disso, a escassez de mão-de-obra gera um aumento da taxa salarial e uma redução do retorno do capital. Os investimentos caem e a economia apresenta um crescimento negativo da renda per capita. Não obstante, no médio e longo prazo, a razão capital-trabalho retorna ao seu nível, os salários caem e a economia converge de volta ao estado estacionário inicial.

Tal afirmação está em consonância com o modelo de Solow, levando em consideração que num primeiro momento, após a pandemia, o tamanho da força de trabalho terá diminuído e, portanto, os salários aumentarão. Tal constatação pode ser compreendida, levando em consideração que as firmas maximizam lucro da seguinte forma:

$$\Pi = K^\alpha (AL)^{1-\alpha} - rK - wL \quad (26)$$

sendo  $r$  o retorno do capital e  $w$  os salários.

Ao derivar a função expressa na Equação 26 em relação ao insumo trabalho, encontramos que os salários são dados por:

$$w = (1 - \alpha) \tilde{k}^\alpha A \quad (27)$$

Ao passo que ao derivar a função expressa na Equação 26 em relação ao insumo capital, encontramos que o retorno do capital ou a taxa de juros é dada por:

$$r = \alpha \tilde{k}^{\alpha-1} \quad (28)$$

Assim sendo, com uma queda no tamanho da força de trabalho ( $L$ ), o capital por trabalhador efetivo ( $\tilde{k}$ ) aumenta, fazendo com que os salários aumentem e o retorno do capital

diminua, já que  $\alpha$  é menor que 1. Diante disso, os investimentos caem e no longo prazo a razão capital-trabalho volta ao seu nível, convergindo assim para o estado estacionário.

## 4 Utilidade e Limitações do Modelo

### 4.1 Utilidade do Modelo

O modelo de Solow, por ser voltado à compreensão do crescimento econômico a longo prazo, através do lado da oferta, é útil para compreender as mudanças nos insumos advindas da pandemia, sobretudo, no que tange ao tamanho da força de trabalho, às mudanças nos salários e no retorno do capital e à acumulação de capital. Ainda que apresente variáveis exógenas como a taxa de crescimento populacional e a taxa de crescimento do progresso técnico e não explique as variações na taxa de poupança (comportamentais), ao pensar nas possíveis mudanças dessas taxas (estruturais), torna-se passível compreender seus impactos no nível do estoque de capital e do produto de longo prazo.

### 4.2 Limitações do Modelo

Em primeira instância, é fato que países, sem políticas de transferência de renda e de expansão de seguro-desemprego, quarentenas eficientes e acesso a sistemas de saúde amplos, terão impactos negativos na renda *per capita*. Diante disso, poderá haver um decréscimo na taxa de poupança, advindo dessa perda de rendimentos, ainda que no curto prazo. Não obstante, o modelo de Solow apresenta limitações no que tange a distribuição de renda. Numa economia há vários perfis de pessoas, cuja poupança combinada é um reflexo da distribuição de renda. No entanto, o modelo não consegue captar essas particularidades, uma vez que o mesmo tangencia mais a esfera da oferta produtiva do que os determinantes da demanda e da taxa de poupança.

Conforme Carillo e Jappelli (2020), é provável que pandemias gerem consequências de longo prazo no que concerne ao capital humano, refletindo na queda da produtividade do trabalho. No entanto, tais impactos não podem ser captados pelo modelo de Solow, já que o modelo não agrega o capital humano e, por conseguinte, não capta seus possíveis impactos no cenário de pandemia.

A ausência de emprego influi na saúde, na educação e na taxa de poupança dos indivíduos, sendo nítido seu grau de relevância na composição de um modelo que vise explicar a realidade. No entanto, o desemprego não é contemplado no modelo de Solow, o que faz com que seus impactos não sejam captados ao analisar o contexto atual.

Ademais, por ser um modelo que trata da oferta no longo prazo, o modelo de Solow carece de ferramentas que expliquem as crises e instabilidades inerentes ao sistema capitalista, sobretudo, no que concerne aos choques de demanda. Destarte, em virtude do crescimento ser dado através de uma variável exógena (taxa de crescimento do progresso tecnológico), resta pouco espaço para as políticas econômicas, estando estas somente atreladas à definição do nível do produto e do estoque de capital.



## 5 Estudo de Caso: Índia

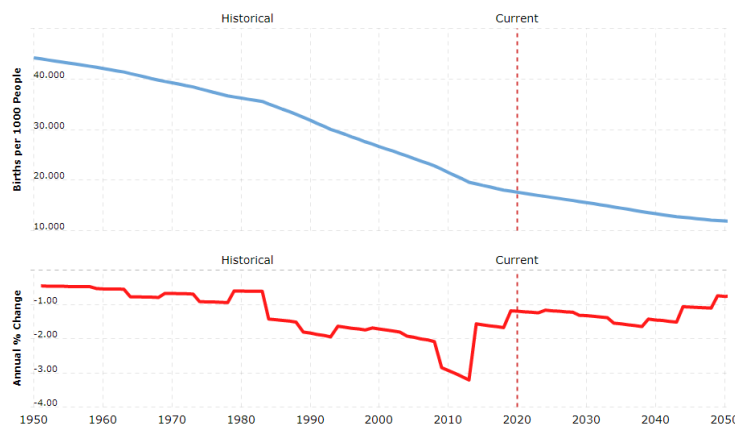
### 5.1 Mudança na Taxa de Crescimento Populacional, no Tamanho da Força de Trabalho e nos Salários

No âmbito demográfico, projeta-se que a Índia se tornará a nação mais populosa do mundo, com quase 1,5 bilhão de pessoas. No entanto, o crescimento populacional está se estabilizando na maioria das áreas devido à crescente riqueza e avanços na educação das mulheres e no planejamento familiar (CHANDRASHEKHAR, 2019). Tal comportamento pode ser visto através da Figura 5.

No cenário atual, pandêmico, conforme Berger (2020), a Índia implementou um dos *shut-downs* mais rígidos do mundo, o que implicou na perda de acesso a anticoncepcionais, abortos e outros serviços de planejamento familiar por parte de milhões de mulheres. Assim sendo, até maio, cerca de 1,85 milhão de mulheres provavelmente não conseguiram ter acesso a abortos. Portanto, é possível que haja um *boom* de bebês após a pandemia, ainda que antes da COVID-19, na Índia, havia uma tendência de queda do crescimento populacional.

Isto posto, tendo em vista as implicações do modelo de Solow, caso a alta na natalidade se torne uma mudança estrutural, a taxa de crescimento populacional aumentará, fazendo com que o investimento requerido aumente e, por conseguinte, que o nível do capital por trabalhador efetivo de estado estacionário diminua (movimento expresso na Figura 4). Por outro lado, se esse movimento for temporário e o crescimento populacional continuar em queda, o investimento requerido diminuirá e haverá um aprofundamento do capital até que se chegue a um novo nível de capital por trabalhador efetivo de estado estacionário, sendo este superior.

Figura 5: Nascimentos a cada 1000 pessoas na Índia - variação anual (%)



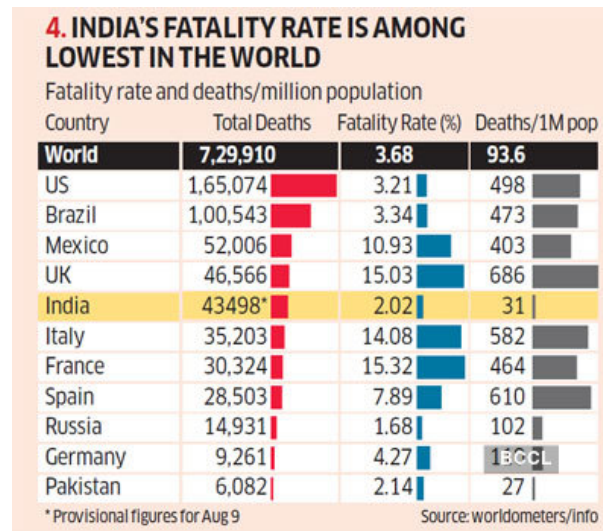
Fonte: Chandrashekhhar (2019)

Quanto a mudanças no tamanho da força de trabalho, apesar da Índia ser um país populoso, sua taxa de fatalidade, na pandemia, é uma das menores do mundo, bem como seu número de mortes por milhão de habitantes<sup>14</sup> (como pode ser visto na Figura 6). Assim

<sup>14</sup>Os baixos índices de mortalidade são resultantes de políticas de *lockdown* rígidas.

sendo, ainda que os números de mortos, em valores absolutos, sejam altos, em relação ao total da população, seus efeitos não aparentam ser abrangentes a ponto de ser considerada uma mudança repentina no tamanho da força de trabalho. Desse modo, os impactos nos salários tendem a ser mais irrisórios. Diferente do esperado para países com altas taxas de fatalidade, na Índia, se mantido o controle atual, o impacto no tamanho da força de trabalho será dado ao longo de um período e será mais ameno, não implicando em um aumento repentino do capital por trabalhador efetivo como o representado na Figura 1.

Figura 6: Taxa de fatalidade e número de mortes por milhão de habitantes



Fonte: Worldometers(2020)

## 5.2 Mudança na Taxa de Poupança

Diante da pandemia, na Índia, conforme Panchal (2020), pode-se supor que a taxa de poupança das famílias aumentará conforme as pessoas optem por economizar mais. Não obstante, a desaceleração do consumo está associada a uma desaceleração da renda, com perda de empregos ou cortes de salários. Assim sendo, caso mantido esse cenário, a poupança das famílias permanecerá baixa.

As famílias da Índia são responsáveis pela maior parcela (mais de 50%) da poupança geral (que inclui empresas e público). No entanto, a taxa de poupança do setor doméstico caiu para 17,2%, no período entre 2017 e 2018, em relação ao período entre 2011 e 2012 (23,6%) (PANCHAL, 2020). Conforme Nayak (2020), na atualidade, está ocorrendo uma desaceleração da economia indiana, a qual se deve, em parte, à queda na taxa de poupança.

À vista disso, considerando os impactos de longo prazo, pode-se pensar que essa queda contínua da taxa de poupança das famílias terá um impacto negativo nos investimentos e, portanto, no capital *per capita* efetivo. Através do modelo de Solow, torna-se nítido que uma queda da taxa de poupança gerará um nível de produto por trabalhador efetivo menor no estado estacionário( $\tilde{y}^*$ ), conforme Figura 3.

## 6 Conclusão

O modelo de Solow, trata-se de um modelo de crescimento de longo prazo que assume hipóteses de economia fechada e de um só bem, preços de fatores flexíveis, função de produção “neoclássica”, taxa de crescimento populacional dada, bem como ritmo dado de progresso técnico. Na sua versão mais simples (sem tecnologia), o crescimento do produto, no estado estacionário, ocorre na mesma taxa que o crescimento populacional, ao passo que, na sua versão mais complexa (com tecnologia), o crescimento do produto, no *steady state*, é dado pela soma das taxas de crescimento populacional e de crescimento da tecnologia. Isto posto, o crescimento é mais rápido em estágios iniciais, tornando-se mais lento, com o passar do tempo, até que ele cessa, no estado estacionário.

As mudanças na política podem alterar as taxas de crescimento, porém de forma temporária, não tendo efeito no crescimento de longo prazo (JONES, 2000), somente nos níveis de estoque de capital e produto. Por conseguinte, no modelo de Solow com tecnologia, a única taxa que pode alterar a taxa de crescimento do produto *per capita* de longo prazo é a de progresso técnico.

Diante do exposto, tornou-se nítido que o modelo de Solow consegue auxiliar na compreensão da determinação do crescimento de longo prazo, sobretudo, no que concerne à oferta produtiva. Assim sendo, ao assumir possíveis mudanças no tamanho da força de trabalho, no crescimento populacional e na taxa de poupança, atreladas à COVID-19, o modelo permite analisar a trajetória de crescimento econômico de um país, a exemplo do breve estudo de caso realizado. Não obstante, é fato que o modelo apresenta limitações no que tange a mudanças na demanda, assim como carece de variáveis que captem a importância do capital humano, da presença de desemprego, da distribuição de renda e das instabilidades econômicas.

## Referências

- ARNDT, C.; LEWIS, J. D. The macro implications of HIV/AIDS in South Africa: a preliminary assessment. *South African Journal of Economics*, Wiley Online Library, v. 68, n. 5, p. 380–392, 2000.
- BARRO, R. *Macroeconomics: A modern approach*. [S.l.]: Cengage Learning, 2007.
- BERGER, M. Coronavirus baby boom or bust? How the pandemic is affecting birthrates worldwide. *The Washington Post*. Disponível em: <https://www.washingtonpost.com/world/2020/07/15/coronavirus-baby-boom-or-bust-how-pandemic-is-affecting-birthrates-worldwide>, 2020.
- BLANCHARD, O. *Macroeconomia. Tradução de Mônica Rosemberg*. [S.l.]: São Paulo: Prentice Hall, 2004.
- CARILLO, M.; JAPPELLI, T. Pandemics and Local Economic Growth: Evidence from the Great Influenza in Italy. CEPR Discussion Paper No. DP14849, 2020.
- CHANDRASHEKHAR, V. Why India is making progress in slowing its population growth. *Yale School of the Environment*. Disponível em: <https://e360.yale.edu/features/why-india-is-making-progress-in-slowing-its-population-growth>, 2019.
- DODO, A. The Cost of COVID-19 in Manufacturing Companies in Togo. 2020.
- HARROD, R. F. An Essay in Dynamic Theory. *The Economic Journal*, JSTOR, v. 49, n. 193, p. 14–33, 1939.
- JONES, C. *Introdução à Teoria do Crescimento Econômico*. [S.l.]: Campus, 2000. ISBN 9788535205442.
- NAYAK, G. India's savings rate plunges to 15 year low. *The Economic Times*. Disponível em : <https://economictimes.indiatimes.com/markets/stocks/news/indias-savings-rate-plunges-to-15-year-low/articleshow/74200784.cms>, 2020.
- PANCHAL, S. Will the savings rate continue to fall in 2020? *Forbes India*. Disponível em: <https://www.forbesindia.com/article/leaderboard/will-the-savings-rate-continue-to-fall-in-2020/56897/1>, 2020.
- SERRANO, F.; FREITAS, F.; BHERING, G. The Trouble with Harrod: the fundamental instability of the warranted rate in the light of the Sraffian Supermultiplier. *Metroeconomica*, Wiley Online Library, v. 70, n. 2, p. 263–287, 2019.
- SOLOW, R. M. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, v. 70, n. 1, p. 65–94, 1956.
- STONE, L. Will the coronavirus spike births? *Institute for Family Studies*. Disponível em: <https://ifstudies.org/blog/will-the-coronavirus-spike-births>, 2020.
- THIRLWALL, A. P. *A Natureza do Crescimento Econômico: um referencial alternativo para compreender o desempenho das nações*. [S.l.]: Ipea, 2005.