Отчет по лабораторной работе №2

Задача о погоне - вариант 67

Герра Гарсия Паола Валентина

Содержание

# 1 Цель работы

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

# 2 Задание

1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в n раз.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

# 3 Выполнение лабораторной работы

Принимаем за - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров , а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (для второго случая ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: - в первом случае, во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

,при

,при

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость . Поскольку, радиальная скорость равна , то тангенциальную скорость находим из уравнения . Следовательно, .

Тогда получаем

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

с начальными условиями

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

## 3.1 Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19.1 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5.2 раза больше скорости браконьерской лодки

## 3.2 Код программы (Julia)

using DifferentialEquations  
using Plots  
  
n = 5.2  
s = 19.1  
fi = 3/4\*pi  
  
function f(r, p, t)  
 dr = r/sqrt(n^2-1)  
 return dr  
end  
  
function f2(t)  
 xt = tan(fi+pi)\*t  
 return xt  
end  
  
r0 = s/(n+1)  
  
theta0 = collect(LinRange(0, 2\*pi, 10000))  
prob = ODEProblem(f, r0, (0, 2\*pi))  
sol = solve(prob, saveat=theta0)  
  
t = collect(LinRange(0.000000001, 8, 1000))  
r1=[]  
tetha1=[]  
for i in t  
 push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))  
 push!(tetha1, atan(f2(i)/i))  
end  
  
plot(sol, proj=:polar, label="катер")  
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label="лодка")  
  
savefig("01lj.png")  
  
r0 = s/(n-1)  
  
theta0 = collect(LinRange(0, 2\*pi, 10000))  
prob = ODEProblem(f, r0, (0, 2\*pi))  
sol = solve(prob, saveat=theta0)  
t = collect(LinRange(0.000000001, 15, 1000))  
r1=[]  
tetha1=[]  
for i in t  
 push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))  
 push!(tetha1, atan(f2(i)/i))  
end  
  
plot(sol, proj=:polar, label="катер")  
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label="лодка")  
  
savefig("02lj.png")

## 3.3 Код программы (Scilab)

n = 5.2  
k = 19.1  
fi = 3\*%pi/4  
  
function dr=f(tetha, r)  
 dr = r/sqrt(n\*n-1)  
endfunction  
  
r0 = k/(n+1)  
tetha0 = 0  
tetha = 0:0.01:2\*%pi  
r = ode(r0, tetha0, tetha, f)  
  
function xt=f2(t)  
 xt=cos(fi)\*t  
endfunction  
t=0:1:800  
plot2d(t, f2(t), style = color('red'))  
polarplot(tetha, r, style = color('green'))  
  
  
r0 = k/(n-1)  
r = ode(r0, tetha0, tetha, f)  
figure()  
plot2d(t, f2(t), style = color('red'))  
polarplot(tetha, r, style = color('green'))

## 3.4 Решение

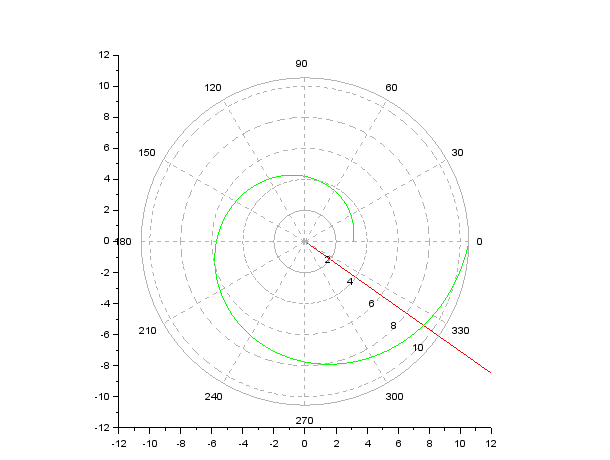


Figure 1: траектории для случая 1 (Scilab)

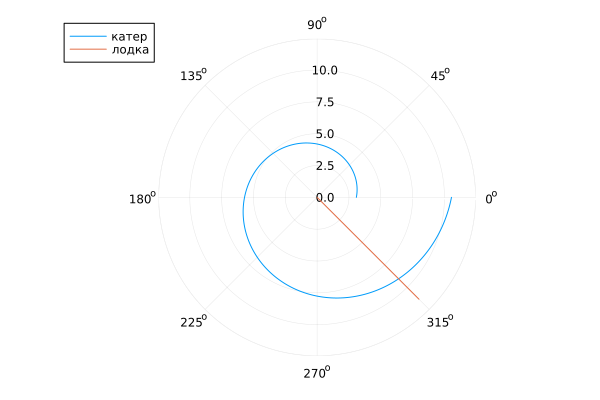


Figure 2: траектории для случая 1 (Julia)

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

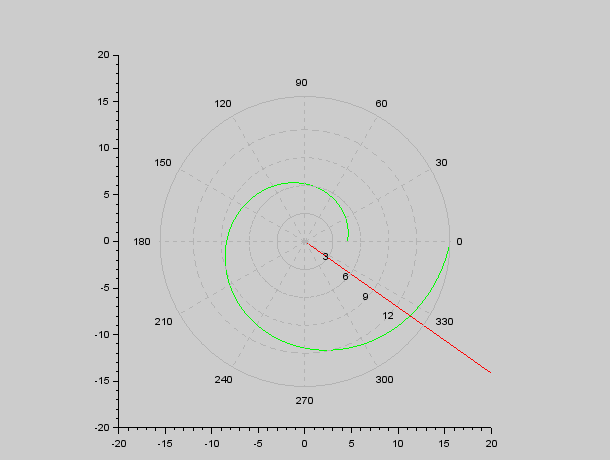


Figure 3: траектории для случая 2 (Scilab)

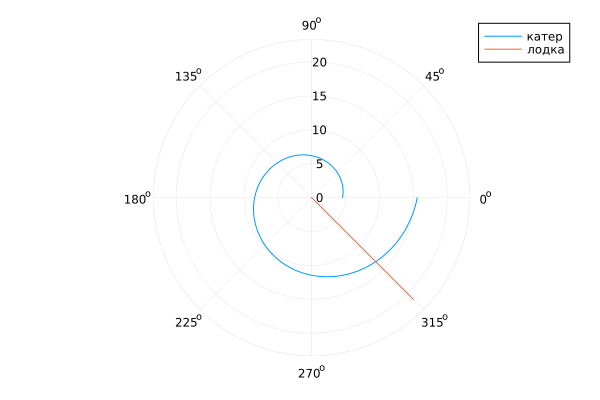


Figure 4: траектории для случая 2 (Julia)

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуется пройти меньшее расстояние.

# 4 Выводы

Рассмотрели задачу о погоне. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений. Смоделировали ситуацию.