Πανεπιστήμιο Πειραιώς
Σχολή Τεχνολογιών Πληροφορικής και Επικοινωνιών
Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων
Αλγόριθμοι Ηλεκτρονικών Αγορών 2017-2018

Ορέστης Τελέλης*

Ημερομηνία Παράδοσης: 21 Δεκεμβρίου 2017.
Η εργασία είναι καταρχήν ατομική, αλλά μπορεί να γίνει και από ομάδα των 2 ατόμων, κατόπιν συνεννόησης με τον διδάσκοντα. Συμμετέχει στον τελικό βαθμό με ποσοστό 40%.

1 Περιγραφή

Στόχος της εργασίας είναι να διερευνηθούν πειραματικά μοντέλα διαγωνισμών, μέσω εκδοχών της δημοπρασίας «όπου πληρώνουν όλοι» (*all-pay auctions*). Η πειραματική διερεύνηση θα εκτελεστεί μέσω της *Επαναληπτικής Βέλτιστης Απάντησης* (Iterative Best Response). Στα πλαίσια της εργασίας θα μελετηθεί ένα από τα ακόλουθα μοντέλα διαγωνισμού, με $k \geqslant 1$ έπαθλα αξιών $V_0 > V_1 > \cdots > V_{k-1}$ και n *«ετερογενείς»* διαγωνιζόμενους παίκτες, διαφορετικών δυνατοτήτων:

- *«Δημοπρασία 1ης Τιμής όπου Πληρώνουν Όλοι»* (*All-Pay First-Price Auction*)
- *«Δημοπρασία Επόμενης Τιμής όπου Πληρώνουν Όλοι»* (*All-Pay Next Price Auction*)

Και στα δύο μοντέλα, οι k υψηλότερες προσφορές (σε φθίνουσα σειρά) ενός προφίλ ενεργειών $\mathbf{b} = (b_0, b_2, \ldots, b_{n-1})$ αντιστοιχίζονται στα k έπαθλα σε φθίνουσα αξία. Στη δημοπρασία *«1ης Τιμής»*, κάθε παίκτης i πληρώνει την προσφορά του, b_i. Στη δημοπρασία *«Επόμενης Τιμής»*, κάθε παίκτης πληρώνει την αμέσως χαμηλότερη προσφορά από τη δική του. Οι παίκτες που *«χάνουν»* πληρώνουν την προσφορά τους. Το παίγνιο που προκύπτει γενικεύει τη *«Δημοπρασία 2ης Τιμής όπου Πληρώνουν Όλοι»* και τον *«Πόλεμο Φθοράς»*, που συζητήθηκαν στο μάθημα.

Θεωρούμε ότι η επιτυχία ενός διαγωνισμού κρίνεται από την *«προσπάθεια»* που καταβάλλουν οι συμμετέχοντες. Σε όρους δημοπρασιών, η προσπάθεια αυτή μετράται από την ελάχιστη, μέση και μέγιστη πληρωμή που καταβάλλεται σε ισορροπία Nash του παιγνίου. Η ετερογένεια των παικτών εκφράζεται μέσω ενός άνω φράγματος στο ποσό της πληρωμής που μπορούν να καταβάλλουν. Δηλαδή, κάθε παίκτης $i = 1, \ldots, n$ συσχετίζεται με έναν αριθμό B_i, που είναι το μέγιστο ποσό που μπορεί να πληρώσει. Συνεπώς, σε οποιοδήποτε προφίλ ενεργειών (προσφορών) $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \ldots, b_{n-1})$, αν $x_{i\ell}(\mathbf{b}) \in \{0, 1\}$ είναι η εκχώρηση του παίκτη i, $\ell = 0, \ldots, k-1$, και $p_i(\mathbf{b})$ η πληρωμή του, η απολαβή του ορίζεται ως:

$$u_i(\mathbf{b}) = \begin{cases} \displaystyle\sum_{\ell=0}^{k-1} V_\ell x_{i\ell}(\mathbf{b}) - p_i(\mathbf{b}) & \text{αν } p_i(\mathbf{b}) \leqslant B_i \\ -\infty & \text{αν } p_i(\mathbf{b}) > B_i \end{cases}$$

Στόχος της εργασίας είναι να εντοπιστεί πειραματικά ο καλύτερος διαχωρισμός ενός αποθέματος συνολικής αξίας V, σε $k \geqslant 1$ έπαθλα με αξίες $V_0 > V_1 > \cdots > V_{k-1}$, προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η επιτυχία του διαγωνισμού, δεδομένης της ετερογένειας των παικτών. Στο πλαίσιο αυτό, *η πληρωμή κάθε παίκτη i ενδείκνυται να μετράται ως **ποσοστό του άνω φράγματος** B_i.*

*telelis@unipi.gr

Σύνολα Ενεργειών και Επίλυση Ισοβαθμιών Για τις ανάγκες του πειραματισμού στην εργασία, θεωρούμε ότι το σύνολο ενεργειών κάθε παίκτη i είναι πεπερασμένο και ίσο με $\{0, 1, 2\ldots, \min(B_i, V_0)\}$. Για απλοποίηση, τόσο οι αξίες V_ℓ, όσο και τα φράγματα B_i θεωρούνται θετικοί ακέραιοι. Για την επίλυση ισοβαθμιών στις προσφορές μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο δείκτης των παικτών ντετερμινιστικά, π.χ., σύμφωνα με τη διάταξη $0, 1, 2, \ldots, n-1$.

Επαναληπτική Βέλτιστη Απάντηση (ΕΒΑ) Η μέθοδος ΕΒΑ αρχικοποιεί ένα προφίλ στρατηγικών $\mathbf{b}^{(0)} = (b_0^{(0)}, b_1^{(0)}, \ldots, b_{n-1}^{(0)})$, σε κάποια αρχική κατάσταση, π.χ., $b_i^{(0)} = 0$ ή $b_i^{(0)}$ αποφασίζεται τυχαία και ομοιόμορφα στο $\{0, 1, \ldots, V_0\}$. Στην j-οστή επανάληψη της μεθόδου, επιλέγεται ένας παίκτης i, για τον οποίο υπολογίζεται η βέλτιστη απάντησή του b_i^*, στο προφίλ $\mathbf{b}_{-i}^{(j)}$ των ενεργειών των υπόλοιπων παικτών. Προκύπτει έτσι το προφίλ $\mathbf{b}^{(j)} = (b_i^*, \mathbf{b}_{-i}^{(j-1)})$. Η μέθοδος ΕΒΑ χρησιμοποιείται αρκετά συχνά για την εύρεση αμιγούς ισορροπίας Nash. Γνωρίζουμε ότι το τρέχον προφίλ είναι ισορροπία, όταν κάθε παίκτης παίζει ήδη τη βέλτιστη απάντησή του, δεδομένων των ενεργειών των υπόλοιπων.

Επιλογή Παικτών, Σύγκλιση και Μετρήσεις Στην j-οστή επανάληψη της μεθόδου ΕΒΑ, η επιλογή του παίκτη i που πρόκειται να απαντήσει βέλτιστα στους υπόλοιπους μπορεί να γίνει ως εξής: επιλέγεται ο παίκτης επόμενου δείκτη από αυτόν που επιλέχθηκε στην προηγουμένη επανάληψη, σύμφωνα με τον κανόνα: $i = j \mod n$. Μερικές φορές (για συγκεκριμένα παίγνια), ο συγκεκριμένος κανόνας *εγγυάται* τη σύγκλιση της μεθόδου σε αμιγή ισορροπία Nash. Αν η μέθοδος δε συγκλίνει, δε συνάγεται πάντα ότι δεν υπάρχει υπάρχει αμιγής ισορροπία Nash. Όμως, η μη σύγκλιση σημαίνει ότι η μέθοδος *«εγκλωβίζεται»* σε έναν *κύκλο* από προφίλ στρατηγικών, που μπορεί να ερμηνευθεί ως ένα είδος *«μετα-σταθερής»* κατάστασης, στην οποία καθένα από τα προφίλ του κύκλου συμβαίνει ισοπίθανα.

Αν η μέθοδος συγκλίνει σε αμιγή ισορροπία Nash, τότε μετρώνται οι ελάχιστη, μέση και μέγιστη πληρωμή μεταξύ όλων των παικτών στην ισορροπία αυτή. Στην περίπτωση αυτή, ενδείκνυται η επανεκκίνηση της μεθόδου από διαφορετικά τυχαία επιλεγμένα προφίλ ενεργειών, προκειμένου να εντοπιστούν διαφορετικές αμιγείς ισορροπίες Nash (εφόσον υπάρχουν) και να εξαχθούν μέσοι όροι των μετρούμενων μεγεθών πάνω από όλες αυτές τις ισορροπίες.

Αν η μέθοδος δε συγκλίνει σε ισορροπία Nash, τότε μετρώνται οι μέσοι όροι των ίδιων αυτών τιμών, πάνω από όλα τα προφίλ ενεργειών των παικτών που έχει επισκεφθεί η μέθοδος. Αν χρησιμοποιηθεί αρκετά μεγάλος αριθμός επαναλήψεων, αυτοί οι μέσοι όροι θα αντιστοιχούν περίπου στους μέσους όρους των αντίστοιχων μεγεθών ανά προφίλ του κύκλου στον οποίο εγκλωβίζεται η μέθοδος.

Οι δύο παραπάνω περιπτώσεις μπορούν να συνδυαστούν, αν παρατηρηθεί ότι η μέθοδος συγκλίνει μερικές φορές μόνο, αλλά όχι πάντα. Για να εξασφαλιστεί τουλάχιστον η σύγκλιση σε *«μετα-σταθερή»* κατάσταση, συστήνεται η εκτέλεση πλήθους επαναλήψεων τουλάχιστον ίσου με μεγάλο πολλαπλάσιο του nV. Π.χ., αν $n = 10$ και $V = 10^3$, το πλήθος των επαναλήψεων ας είναι τουλάχιστον 10^6.

Βέλτιστη Απάντηση Η βέλτιστη απάντηση b_i^* ενός παίκτη i *είναι γενικά σύνολο.* Για παράδειγμα, στην περίπτωση της *«Επόμενης Τιμής»*, αν ένας παίκτης θέλει να κερδίσει το ℓ-οστό έπαθλο, μπορεί να επιλέξει οποιαδήποτε προσφορά $b_i^* \in \{b_{i_\ell}, \ldots, b_{i_{\ell-1}}\}$ (από δυνητικά πολλές), όπου i_ℓ είναι ο παίκτης με την ℓ-οστή μεγαλύτερη προσφορά στο προφίλ $\mathbf{b}_{-i}^{(j-1)}$ και $i_{\ell-1}$ είναι ο παίκτης με την $(\ell-1)$-στή μεγαλύτερη προσφορά. Στην περίπτωση της *«1ης Τιμής»* όμως (όπου όλοι πληρώνουν την προσφορά τους), ο παίκτης υποβάλλει την *ελάχιστη* προσφορά που του εξασφαλίζει το ℓ-οστό έπαθλο. Δηλαδή, αν θεωρήσουμε ότι οι προσφορές όλων των παικτών στο προφίλ $\mathbf{b}_{-i}$ είναι διαφορετικές, ορίζουμε:

$$b_i^* = \begin{cases} b_{i_\ell}^{(j-1)} & \text{αν } i < i_\ell \\ b_{i_\ell}^{(j-1)} + 1 & \text{αν } i \geqslant i_\ell \end{cases}$$

Για λόγους απλοποίησης, θεωρούμε τον ίδιο κανόνα και στην περίπτωση της «Επόμενης Τιμής». Επίσης για απλοποίηση (και εφόσον βολεύει στην υλοποίησή σας), μπορείτε να υποθέσετε ότι μεταξύ προσφορών που δίνουν την ίδια απολαβή, κάθε παίκτης επιλέγει πάντα την ελάχιστη.

Προσοχή: αν υπάρχουν προσφορές παικτών στο $\mathbf{b}_{-i}^{(j-1)}$ που ταυτίζονται (με τον παραπάνω κανόνα δεν αποκλείεται να συμβεί), τότε *ίσως να μην είναι εφικτό να κερδίσει το ℓ-οστό έπαθλο!* Θεωρήστε για παράδειγμα την περίπτωση $k = 2$ επάθλων και $n = 3$ παικτών, όπου οι παίκτες 1 και 2 ισοβαθμούν με

$b_1 = b_2$. Ο παίκτης 3 δε μπορεί να κερδίσει το 2ο έπαθλο: αν προσφέρει $b_3 = b_1 = b_2$, δε θα κερδίσει κανένα έπαθλο, ενώ αν προσφέρει $b_3 = b_1 + 1 = b_2 + 1$, θα κερδίσει το 1ο έπαθλο.

2 Ζητούμενα Εργασίας

Θα γράψετε ένα πρόγραμμα για μετρήσεις με τη μέθοδο EBA, για το μοντέλο διαγωνισμού της επιλογής σας, σε γλώσσα προγραμματισμού της επιλογής σας. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να παραμετροποιείται από τη γραμμή εντολής και θα εκτυπώνει τις μετρήσεις στην καθιερωμένη έξοδο (standard output). Επιπλέον, θα συντάξετε μία τεχνική αναφορά, όπου θα τεκμηριώνετε τη χρήση του προγράμματος και θα σχολιάσετε πειραματικά αποτελέσματα από τον πειραματισμό που περιγράφεται ακολούθως. Η τεχνική αναφορά πρέπει να περιλαμβάνει επίσης όλες τις υποθέσεις/επιλογές που κάνατε στην υλοποίηση της μεθόδου EBA, ειδικά αυτές που δεν καταγράφονται στην εκφώνηση ή αποκλίνουν από την περιγραφή της εκφώνησης.

Πειραματισμός Ο πειραματισμός θα αφορά τουλάχιστον τέσσερα σενάρια ετερογένειας των παικτών. Στο πρώτο σενάριο οι n παίκτες είναι όμοιοι και *«ισχυροί»*, με $B_i = V$, για $i = 0, 1, \ldots, n-1$. Θα εξεταστεί η *«επιτυχία»* του διαγωνισμού για $k = 2$ έπαθλα, με διαφορετικές τιμές των αξιών τους, V_0, V_1. Για παράδειγμα, στην περίπτωση αποθέματος συνολικής αξίας $V = 1000$, μπορούν να εξεταστούν τα ζεύγη αξιών (V_0, V_1): $(999, 1)$, $(900, 100)$, $(800, 200)$, $(700, 300)$, $(600, 400)$, $(501, 499)$. Για κάθε περίπτωση θα μετρηθεί το ελάχιστο, μέσο και μέγιστο ποσοστό πληρωμής μεταξύ των παικτών. Οι τιμές αυτές θα καταγραφούν σε πίνακες και θα απεικονιστούν σε διάγραμμα.

Το δεύτερο και το τρίτο σενάριο είναι παρόμοια μεταξύ τους. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι υπάρχει μόνο ένας *«ισχυρός»* παίκτης, ο $i = 0$, με $B_i = V$. Οι υπόλοιποι παίκτες είναι όμοιοι και ασθενέστεροι. Ανάλογα με το πόσο ασθενέστεροι είναι, προκύπτει διαφορετική εκδοχή του σεναρίου. Μπορείτε να δοκιμάσετε 2 διαφορετικές εκδοχές, όπου, π.χ., $B_i = B_0/2$ και $B_i = B_0/10$, για $i = 1, \ldots, n-1$. Για καθεμία από τις εκδοχές αυτές, θα πειραματιστείτε και θα εξάγετε αποτελέσματα, όπως και στην περίπτωση του πρώτου σεναρίου. Επιπλέον πειραματισμός με διαφορετική εκδοχή των σεναρίων αυτών (π.χ., 2 ή περισσότεροι *«ισχυροί»* παίκτες) θα εκτιμηθεί.

Στο τέταρτο σενάριο οι παίκτες θα είναι «γραμμικά» ετερογενείς: το άνω φράγμα πληρωμής B_i θα αυξάνει γραμμικά με το δείκτη i του παίκτη, δηλαδή $B_i = B_0 + \alpha \cdot i$, για κατάλληλη επιλογή του B_0 και του α, έτσι ώστε $B_{n-1} = V$. Π.χ., για $n = 10$ και $V = 100$, επιλέγουμε $B_0 = 10$ και $\alpha = 10$. Στο σενάριο αυτό θα εξεταστούν κατάλληλα επιλεγμένες (από εσάς) περιπτώσεις $k \geqslant 2$ επάθλων (τουλάχιστον οι περιπτώσεις $k = 2$ και $k = 3$), για τις οποίες θα παράξετε πίνακες μετρήσεων και διαγράμματα (ίσως βολεύουν περισσότερο ραβδογράμματα, ένα για καθένα από τα ελάχιστο, μέσο, μέγιστο ποσοστό πληρωμής μεταξύ των παικτών).

Τεχνική Αναφορά Θα συντάξετε μία τεχνική αναφορά που, εκτός από την τεκμηρίωση του προγράμματός σας, θα περιλαμβάνει τα αποτελέσματα του πειραματισμού σας (πίνακες, διαγράμματα), τον σχολιασμό σας και τα συμπεράσματά σας. Η τεχνική αναφορά αναμένεται να είναι επιμελημένη και ευανάγνωστη.

3 Διαδικαστικά

Θα παραδώσετε αρχείο AM_Επώνυμο_Όνομα.zip (όπου AM ο αριθμός μητρώου) που περιλαμβάνει:

1. Το **αρχείο πηγαίου κώδικα** για την υλοποίησή σας της μεθόδου EBA (*σε όποια γλώσσα προγραμματισμού επιθυμείτε εσείς*).
2. Μία **τεχνική αναφορά** σε μορφή **pdf**, που θα περιέχει τους πίνακες και τα διαγράμματα που ζητούνται, τις επεξηγήσεις σας και τον σχολιασμό σας.

Η παράδοση της εργασίας θα γίνει μέσω της πλατφόρμας ΕΥΔΟΞΟΣ του τμήματος. Ανεβάστε το αρχείο (AM_Επώνυμο_Όνομα.zip) στην περιοχή «Εργασίες».