UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MAT01032 - Cálculo Numérico A

Professor: Álvaro Luiz de Bortoli

1 Lista de Exercícios:

1.1 Exercícios:

1. Represente $(-11.75)_{10}$ na base 2.
2. Represente $(110011.110011)_2$ na base 10.
3. Desenvolva um programa que calcula o produto de um vetor por uma matriz de tamanho 3×3.
4. Desenvolva um programa que calcule os autovalores de uma matriz de tamanho 3×3.
5. Utilizar o método gráfico e o teorema de Bolzano para indicar as raízes da função: $f(x) = x^2 + e^{3x} - 3$
6. Estimar a localização das raízes das $p\,(x) = x^5 + x^4 - 9x^3 - x^2 + 20x - 12$ utilizando as cotas de Kojima e Cauchy.
7. Calcular pelo método da posição falsa as raízes de $f(x) = e^x - 3x$.
8. Encontre a raíz de $f(x) = x\ cos(sen(x)) - 1$ pelo método de Newton.
9. Encontre uma raíz de $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 30x^2 + 120x + 1$ pelo método de aproximações sucessivas.
10. Encontre as raízes de $f(x) = e^x - 3x$ usando o método de Newton-Viéte.
11. Obtenha uma raiz de $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 30x^2 + 120x + 1$ usando o método das secantes.
12. Determine um intervalo aproximado que contenha a raiz de $f(x) = 2\,x - cos\,x$. Calcule esta raiz com o método da iteração linear. Interrompa o processo quando o erro relativo for menor do que $0,05$.
13. Utilize o método das secantes para calcular a menor raiz positiva de $f(x) = 4\,sen\,x - e^x$ com 4 dígitos significativos exatos. Indique como se faz a escolha dos pontos iniciais.
14. Encontre todas as raízes de $p\,(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 10$. Se for necessário utilizar o método de Bairstow escolha $\alpha_0 = 1$ e $\beta_0 = -1$.
15. Encontre todas as raízes de $p\,(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + 4x - 6$. Se for necessário utilizar o método de Bairstow escolha $\alpha_0 = -2.1$ e $\beta_0 = -1.9$.
16. Obtenha uma raiz de $f(x) = x^5 + x^4 - 9x^3 - x^2 + 20x + 12$.

17. Obtenha uma raiz de $f(x) = x^4 + x^2 - 20x - 12$.

18. Resolva o seguinte sistema linear utilizando o método de eliminação de Gauss.

$$\begin{aligned} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 &= 20 \\ 6x_1 - 9x_2 + 12x_3 &= 51 \\ -5x_1 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$$

19. Determinar a inversa da matriz A por eliminação de Gauss e pivotamento parcial.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 8 & -6 \\ 3 & -5 & 15 \end{bmatrix}$$

20. Resolva o sistema linear

$$\begin{cases} 5\,x_1 + x_2 + x_3 & = & 5 \\ 3\,x_1 + 4\,x_2 + x_3 & = & 6 \\ 3\,x_1 + 3\,x_2 + 6\,x_3 & = & 0 \end{cases}$$

pelo método de Gauss-Seidel com aproximação inicial ${X^{(0)}}^T = [0\ \ 0\ \ 0]$. Use $\epsilon = 0,01$.

21. Resolva o sistema linear

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 & = & 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 & = & 11 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 & = & 14 \end{cases}$$

22. Calcule norm A das seguintes matrizes

$$\begin{bmatrix} 0,902 & 0,803 \\ 0,481 & 0,401 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad \begin{bmatrix} 1,1 & 5,03 \\ 1,5 & 7,601 \end{bmatrix}$$

23. Considere o sistema:

$$\begin{cases} 2x & - & y & - & z & + & w & = & 3 \\ 3x & + & 4y & - & 2z & - & 2w & = & 3 \\ 3x & - & 2y & + & 4z & - & w & = & -4 \\ 2x & - & 4y & + & & + & 3w & = & -4 \end{cases}$$

a) Verifique se a matriz dos coeficientes é bem ou mal condicionada, considerando:
   - o determinante normalizado
   - o número de condicionamento

b) Resolver o sistema pelo método de eliminação de Gauss sem pivotamento, com DIGSE 4.

c) Resolver o sistema pelo método de eliminação de Gauss com pivotamento parcial, com quatro casas decimais.

d) Resolver o sistema pelo método de eliminação de Gauss com pivotamento parcial, com duas casas decimais.

e) Obter a inversa da matriz do sistema com três casas decimais. Qual o procedimento computacionalmente mais vantajoso neste caso: Eliminação de Gauss ou Fatoração LU?

f) Usando os resultados do ítem anterior, comparar o valor obtido com a matriz identidade e interpretar o resultado.

24. Considere o sistema:

$$\begin{cases} 3x & + & y & - & z & = & 3 \\ 2x & + & 4y & + & z & = & 7 \\ -x & - & y & + & 3z & = & 1 \end{cases}$$

a) Aplique o método de Jacobi usando $x_0 = [0 \ \ 0 \ \ 0]^T$ e obtenha a solução de modo iterativo até $||x_{i+1} - x_i||^1$ ser menor que 10^{-2}.

b) Verifique se o método de Gauss-Seidel pode ser aplicado ao problema. Caso sim, repita o procedimento do item anterior partindo da mesma estimativa inicial.

c) Caso o item anterior tenha sido possível, escolha um valor para o parâmetro de sobrerelaxação e aplique a técnica de aceleração SOR até o sistema convergir para a solução com a mesma precisão dos itens anteriores (e partindo, também, da mesma estimativa inicial).

d) Compare o número de iterações necessários para obter as aproximações dos ítens a), b) e c).