UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MAT01032 - Cálculo Numérico A

Professor: Álvaro Luiz de Bortoli

1 Lista de Exercícios 2:

1. Encontre a parábola que melhor se ajusta aos pontos $(-3;3)$, $(0;1)$, $(2;1)$ e $(4;3)$.

2. Encontre a função exponencial que melhor se ajusta aos pontos $(0;1,5)$, $(1;2,5)$, $(2;3,5)$, $(3;5)$ e $(4;7,5)$.

3. Sabendo que a intensidade do campo elétrico no ar, de um ponto em relação a uma carga puntiforme de 650 Coulomb, varia com a distância em cm de acordo com a tabela:

d	5	7.5	10	12.5	15
E	26	11.56	6.50	4.16	2.88

   Calcule a intensidade do campo elétrico em um ponto situado a $8,5cm$ da carga.

4. O calor específico (c) da água em função da temperatura em ^oC é:

T	30	35	40
c	0,99826	0,99818	0,99828

   Calcule o calor específico para T $= 37,5^oC$.

5. Dada a tabela

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-7	0	1	α	9	28

   determine f(1).

6. Determina-se o alongamento de uma mola em (mm) em função da carga P (kgf) que sobre ela atua, obtendo-se:

x	10	15	20	25	30	35
P	105	172	253	352	473	619

   Interpolando adequadamente por meio de polinômios de 3^o grau, encontre as cargas que produzem os seguintes alongamentos na mola:

   i) 12 mm

   ii) 22 mm

   iii) 31 mm

7. Considere a variação da temperatura de ebulição da água em função da pressão barométrica dada por:

P(mm Hg)	700	710	720	730	740	780
T (^oC)	97,71	98,11	98,49	98,88	99,26	100,73

   Achar a função que melhor representa os dados da tabela.

8. Considere a relação entre a resistência à tração do aço e a variação da temperatura conforme

T (^oC)	250	330	412	485	617
Tr (kg/cm^2)	5720	5260	4450	2780	1506

   a) Determinar a função que melhor se ajusta a tabela de dados.

   b) Encontre a resistência à tração para T = 380^oC e 730^oC.

9. A tabela mostra a variação do coeficiente de atrito entre uma roda e um trilho seco

v(km/h)	10	20	30	40	60	70
μ	0,313	0,250	0,215	0,192	0,164	0,154

   a) Determine o coeficiente de atrito quando a velocidade for 50 km/h.

   b) Determine o coeficiente de atrito quando a velocidade for 120 km/h.

10. Calcule aproximações da segunda derivada de $f(x) = cos(2x)$ em $x = 0,7$ com $h = 0,1$, $h = 0,01$, $h = 0,001$. Utilize 4 casas decimais após a vírgula em seus cálculos. Compare os resultados com o valor real $f"(0,7) = -cos(1,4)$.

11. Considere a seguinte tabela de dados:

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
f(x)	2,415	2,637	2,907	3,193	3,381

    utilize as fórmulas apropriadas para aproximar $f'(0,4)$, $f''(0,4)$ e $f'''(0,4)$.

12. Calcule a integral de $f(x) = \sqrt{3\,x+5}$ no intervalo $[1,8]$ com a fórmula dos trapézios considerando $h = 1$.

13. Obtenha h para que por trapézios a integral

$$\int_0^1 e^{-x^3} dx$$

    tenha erro de truncamento menor do que 10^{-5}.

14. Encontre h por trapézios e por Simpson de forma que o erro máximo de

$$\int_1^3 \frac{d\,x}{2x}$$

    seja da ordem de 10^{-6}.

15. Resolver

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^4}\,dx$$

    pelo método de Simpson com $DIGSE$ 4.

16. Por Gauss para $n = 2$, calcule:

$$\int_{-1}^1 x^5\,dx$$

17. Via Gauss com $n = 2$ obtenha

$$\int_2^8 e^{-4x}\,dx$$

18. Calcule o valor de π a partir da relação

$$\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \frac{d\,x}{1+x^2}$$

com 4 subintervalos por Simpson.

19. A função

$$D(x) = \frac{3}{x^3}\int_0^x \frac{y^3}{e^y-1}\,dy$$

é encontrada em termodinâmica estática no cálculo do calor específico a volume constante de certas substâncias. Calcule uma aproximação para esta função no ponto $x = 2$ com 3 subintervalos.

20. Considere uma estrutura governada por

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx \quad = \quad f(x)$$

Obtenha x(t) numericamente quando m = 5, k = 60, c = 0,6m + 0,4k e f(x) = x. Adote Δt = 0,1 ; x(0) = 0 e $\dot{x}(0)$ = 1.

21. Um sistema massa-mola possui as seguintes características: Está submetido a uma força de 10N, possui 10kg de massa e a constante da mola é igual a 1/3. Aproxime este sistema, sendo x(0) = 0 e $\dot{x}(0)$ = 0,2 e ache a solução para $0 \leq t \leq 1s$, para $\Delta t = 0,1$s.

22. Encontrar a solução do sistema

$$\begin{aligned} x' &= 7x - 4y \\ y' &= -9x + 7y \\ x(0) &= 4 \\ y(0) &= 1 \end{aligned}$$

23. Quando há um escoamento sobre um corpo forma-se sobre a sua superfície uma fina camada denominada de camada limite. Esta pode ser laminar, transiente ou turbulenta. No caso de uma superfície curva a velocidade U é relacionada com o gradiente de pressão através da equação de Bernoulli.

$$\frac{dP}{dx} = -\rho U \frac{dU}{dx}$$

Isto implica na forte influência dos gradientes de pressão na transição da camada limite. Deseja-se determinar $U(x)$ numericamente para a seguinte situação:

$$\begin{aligned} \rho &= 1,23 \\ 0 &< x < 1 \\ \frac{dP}{dx} &= x_o + x = 1 + x \end{aligned}$$

24. Considere uma viga apoiada de comprimento l e de peso w por unidade de comprimento. Tomando a origem do sistema de coordenadas no apoio esquerdo, tem-se que as forças externas são a reação $\frac{w\,l}{2}$ e a carga $-w\,x$ e seus momentos são $\frac{w\,l\,x}{2}$ e $\frac{-w\,x^2}{2}$, respectivamente. Portanto, a equação resultante é

$$EI\,y^{''} = \frac{w\,l\,x}{2} - \frac{w\,x^2}{2}$$

com condições de contorno

$$y(0) = 0 \qquad\qquad y(l) = 0$$

Resolva numericamente este problema considerando $l = 2$, $EI = 10000$ e $w = 5000$. Interprete os resultados.

25. Considere que um paraquedista esteje a velocidade de $70m/s^2$ quando abre o pára-quedas. Supondo a resistência do ar proporcional à $\frac{Pv^2}{40}N$, sendo P o peso total, achar a velocidade do paraquedista após 20s da abertura do pára-quedas sabendo que

$$\begin{aligned} \frac{P}{g}\frac{dv}{dt} &= P - \frac{Pv^2}{40} \\ v(0) &= 70 \end{aligned}$$

26. Um modelo matemático de um certo circuito elétrico RLC é

$$\begin{gathered} q^{''} + 20\,q' + 125\,q = 9\,sen\,t \\ q(0) = 0,2 \\ q'(0) = 0 \end{gathered}$$

Use o método de Runge-Kutta para resolver esta equação diferencial no intervalo $[0; 2]$.