

2.6. Códigos concatenados e entrelaçados

- Códigos concatenados
- Entrelaçamento
 - entrelaçadores de blocos
 - entrelaçadores convolucionais
- Exemplos de códigos concatenados e entrelaçados

Entrelaçamento

- A maior parte dos códigos de blocos e códigos convolucionais são projectados para combater erros aleatórios, independentes uns dos outros.
- Há casos em que os erros ocorrem em rajadas, situação em que os códigos anteriores são ineficazes.

⇒ É preciso usar uma técnica adicional para o combate desses erros:

o **entrelaçamento** (*interleaving*).

O **entrelaçamento** da mensagem codificada antes da transmissão e o **desentrelaçamento** após recepção fazem com que os erros agrupados fiquem espalhados no tempo ⇒ serão tratados pelo decodificador como se fossem erros aleatórios ⇒ já podemos usar os códigos correctores de erros aleatórios.

O entrelaçador "mistura" os símbolos de código numa extensão de várias palavras de código (nos códigos de blocos) ou numa extensão de vários comprimentos de restrição (nos códigos convolucionais).

Há dois tipos de entrelaçadores:

- **entrelaçadores de blocos**
- **entrelaçadores convolucionais.**

Entrelaçamento

Antes do entrelaçamento

A₁ A₂ A₃ A₄ A₅ A₆ B₁ B₂ B₃ B₄ B₅ B₆ C₁ C₂ C₃ C₄ C₅ C₆ D₁ D₂ D₃ D₄ D₅ D₆ E₁ E₂ E₃ E₄ E₅ E₆ F₁

Após entrelaçamento

Rajada de erros

A₁ B₁ C₁ D₁ E₁ F₁ A₂ B₂ C₂ D₂ E₂ F₂ A₃ B₃ C₃ D₃ E₃ F₃ A₄ B₄ C₄ D₄ E₄ F₄ A₅ B₅ C₅ D₅ E₅ F₅ A₆

Após desentrelaçamento

A₁ A₂ A₃ A₄ A₅ A₆ B₁ B₂ B₃ B₄ B₅ B₆ C₁ C₂ C₃ C₄ C₅ C₆ D₁ D₂ D₃ D₄ D₅ D₆ E₁ E₂ E₃ E₄ E₅ E₆ F₁

Os erros passaram a ocorrer isoladamente

Entrelaçadores de blocos

Um entrelaçador de blocos aceita blocos de símbolos codificados do codificador, permuta-os e entrega-os, rearranjados, ao modulador.

Habitualmente a permutação faz-se da seguinte maneira:

Emissor

1. *Enchem-se as colunas* de uma matriz de M linhas por N colunas ($M \times N$) com a sequência codificada.
2. Depois da matriz estar completamente cheia os símbolos são entregues ao modulador *linha a linha* e transmitidos pelo canal.

Receptor

3. O desentrelaçador realiza a operação inversa: os símbolos vindos do desmodulador enchem uma matriz *linha a linha* e são entregues ao decodificador *coluna a coluna*.

Exemplo de entrelaçamento de blocos

(a)

Entrelaçador de blocos $M \times N$

$N = 6$ colunas

1	5	9	13	17	21
2	6	10	14	18	22
3	7	11	15	19	23
4	8	12	16	20	24

$M = 4$ linhas

sequência de saída do entrelaçador: 1, 5, 9, 13, 17, 21, 2, 6, ...

(b)

Situação 1:
Rajada de erros
com cinco
símbolos

1	5	9	13	17	21
2	6	10	14	18	22
3	7	11	15	19	23
4	8	12	16	20	24

(c)

Situação 2:
Rajada de erros
com nove
símbolos

1	5	9	13	17	21
2	6	10	14	18	22
3	7	11	15	19	23
4	8	12	16	20	24

(d)

Situação 3:
Sequência de erros
periódicos espaçados
de $N = 6$ símbolos

1	5	9	13	17	21
2	6	10	14	18	22
3	7	11	15	19	23
4	8	12	16	20	24

Características importantes dos entrelaçadores de blocos

- Qualquer rajada de menos de N erros contíguos no canal dá origem a erros isolados à saída do desentrelaçador, separados uns dos outros por, pelo menos, M símbolos.
- Qualquer rajada de bN erros, em que $b > 1$, dá origem a rajadas de saída no desentrelaçador de não mais de $\lceil b \rceil$ erros. Cada rajada de saída está separada das outras rajadas por não menos de $M - \lfloor b \rfloor$ símbolos.

$\lfloor x \rfloor$ — maior inteiro igual ou inferior a x .

$\lceil x \rceil$ — menor inteiro igual ou superior a x .

- Uma sequência periódica de erros simples espaçados de N símbolos resulta numa única rajada de erros de comprimento M na saída do desentrelaçador.
- O atraso total introduzido pelo conjunto entrelaçador/desentrelaçador é aproximadamente igual à duração de $2MN$ símbolos.

Mais precisamente, apenas $M(N - 1) + 1$ posições de memória precisam de ser preenchidas antes da transmissão poder começar (logo que o primeiro elemento da última coluna da matriz $M \times N$ esteja preenchido). Um número correspondente precisa de ser preenchido no receptor antes da descodificação poder começar. Assim, o atraso total mínimo é $(2MN - 2M + 2)$ durações de símbolos, não incluindo qualquer atraso de propagação no canal.

- Os requisitos de memória são de MN símbolos em cada local (entrelaçador e desentrelaçador). Contudo, visto ser preciso que a matriz $M \times N$ esteja (quase) preenchida antes de poder ser lida, normalmente usa-se uma memória de $2MN$ símbolos em cada local para permitir o esvaziamento de uma matriz $M \times N$ enquanto a outra está a ser preenchida, e vice-versa.

Exemplo de desentrelaçamento de blocos

Entrelaçador de blocos do exemplo: $M = 4$ e $N = 6$.

Vamos verificar o que se passa após desentrelaçamento:

- **Situação 1: rajada de erro com 5 símbolos**

$bN = 5 \Rightarrow b = 0,83 \Rightarrow$ erros isolados ($\lceil 0,83 \rceil = 1$) separados de $M = 4$ pelo menos:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

- **Situação 2: rajada de erro com 9 símbolos**

$bN = 9 \Rightarrow b = 1,5 \Rightarrow$ rajadas de saída de, no máximo, $\lceil 1,5 \rceil = 2$ símbolos separadas de não menos de $M - \lfloor 1,5 \rfloor = 4 - 1 = 3$ símbolos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

- **Situação 3: sequência periódica de erros isolados espaçados de $N = 6$ símbolos**

Origina uma única rajada de $M = 4$ erros na saída do desentrelaçador.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

- **Atraso total mínimo entrelaçador-desentrelaçador**

$2MN - 2M + 2 = 42$ intervalos de símbolo.

- **Requisitos de memória**

Tamanho das matrizes: $M \times N \Rightarrow$ é preciso guardar $MN = 24$ símbolos em cada um dos lados do canal. Normalmente guarda-se o dobro: $2MN = 48$ símbolos.

Entrelaçadores de blocos

- Com códigos correctores de erros simples o número de colunas N deve ultrapassar o comprimento esperado da rajada de erros, d_b .
- Com códigos correctores de t erros o valor N apenas precisa de ultrapassar o comprimento esperado da rajada dividido por t .
- O número de linhas M depende do código usado:
 - M deve ser maior ou igual que o comprimento do bloco (códigos de blocos).
 - M deve ser maior ou igual que o comprimento de restrição (códigos convolucionais).

$$N \geq \frac{d_b}{t}$$

$$M \geq n$$

Portanto:

*uma rajada de erros de comprimento N pode causar, no máximo, um erro **simples** em qualquer palavra de um código de blocos ou em qualquer comprimento de restrição de um código convolucional.*

Entrelaçadores convolucionais

Nos entrelaçadores convolucionais os símbolos do código são deslocados sequencialmente para dentro de um banco de N registos de deslocamento (ver figura).

- Cada registo de deslocamento sucessivo tem mais J símbolos de capacidade que o precedente.
- O registo de deslocamento de ordem zero não tem capacidade de armazenamento (o símbolo é transmitido imediatamente).
- Com cada novo símbolo o comutador muda para outro registo.
- Após o registo de ordem $N - 1$ o comutador regressa ao registo de ordem zero e tudo começa de novo.
- O desentrelaçador realiza a operação inversa e os comutadores de entrada e saída (no entrelaçador e no desentrelaçador) devem estar sincronizados.
- O desempenho de um entrelaçador convolucional é muito semelhante ao de um entrelaçador de blocos mas tem uma vantagem importante:
 - atraso total (entrelaçador/desentrelaçador):

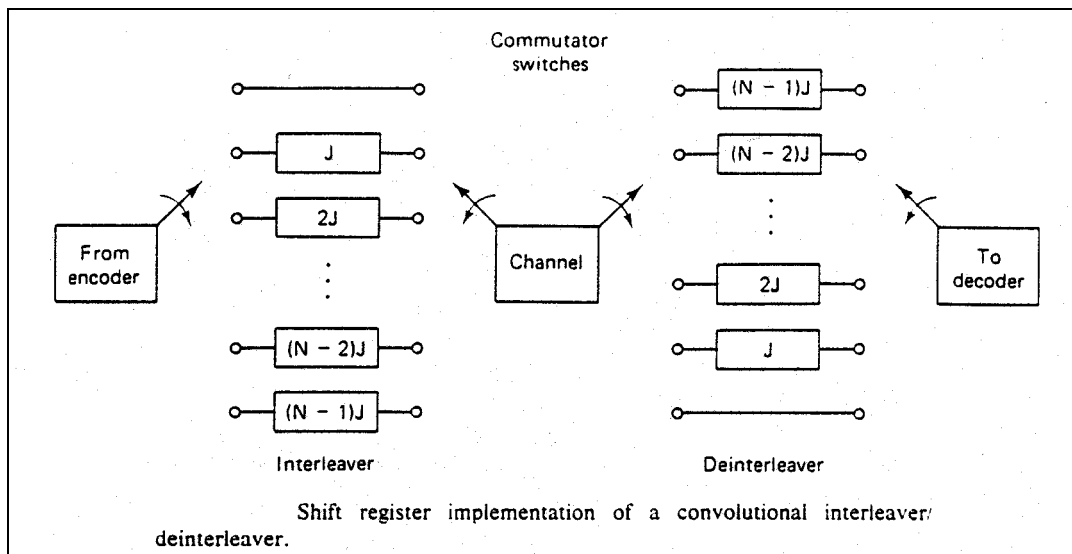
$$M(N - 1) \text{ símbolos, em que } M = NJ.$$

- memória requerida:

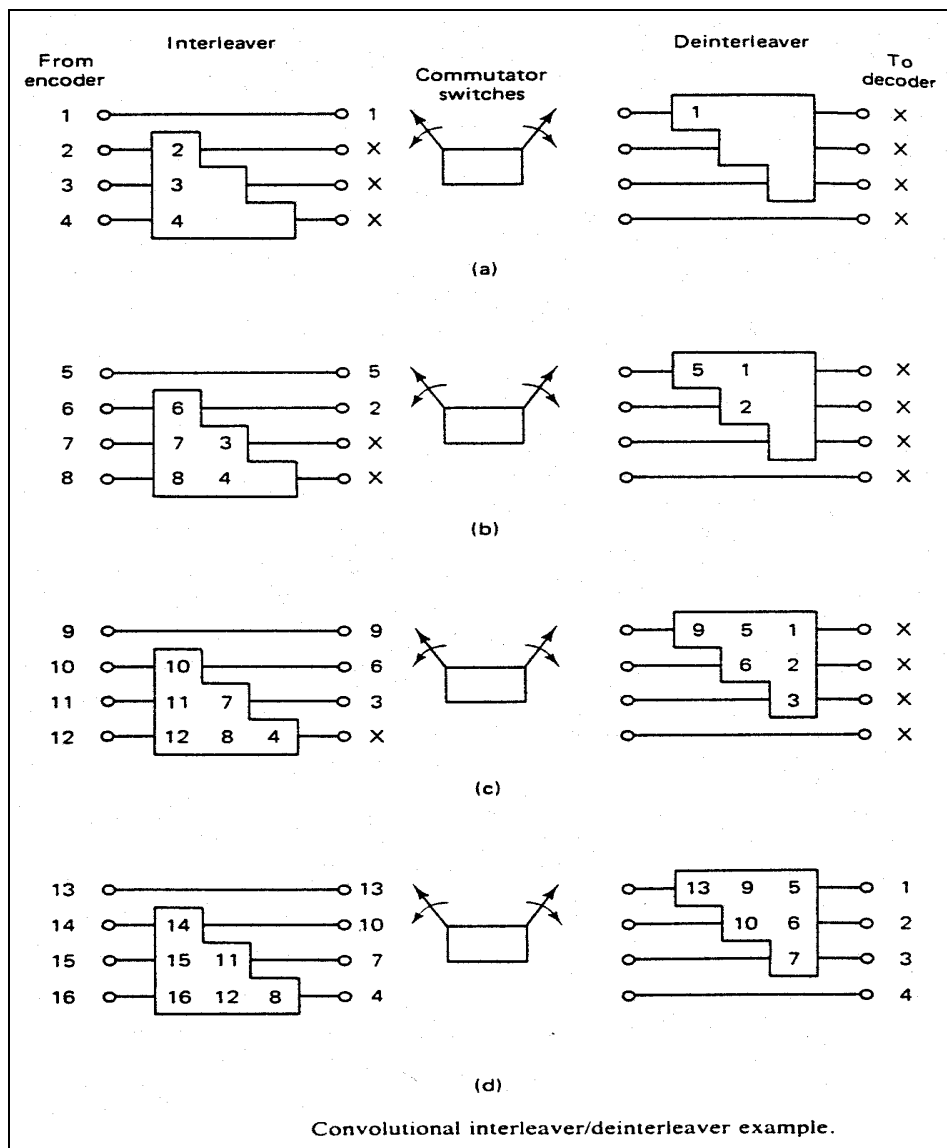
$$M(N - 1)/2 \text{ em ambos os extremos do canal.}$$

\Rightarrow há uma redução para cerca de metade no atraso e nas exigências de memória relativamente aos entrelaçadores de blocos.

Entrelaçamento convolucional



Exemplo com $J = 1$:



Códigos concatenados

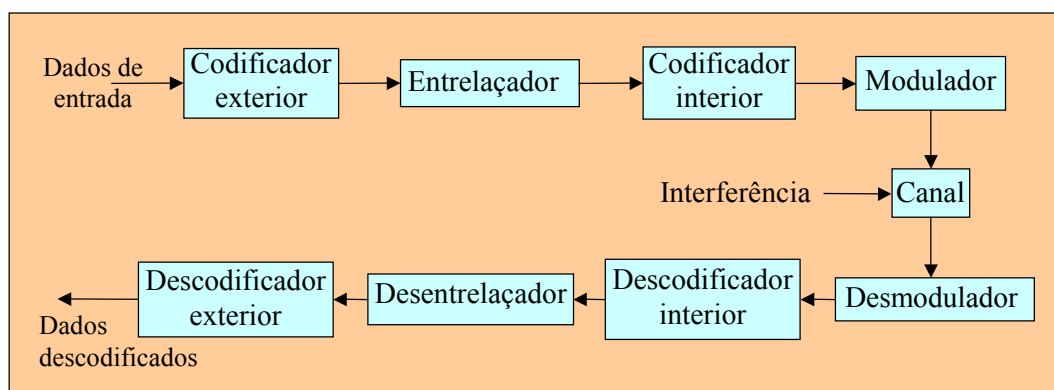
Um código concatenado usa dois níveis de codificação, um código *interior* (ou interno) e um código *exterior* (ou externo), para atingir o nível de "performance" desejado.

- o *código interior* ("inner code"), aquele que faz interface com o modulador/desmodulador e o canal, é geralmente configurado para corrigir a maior parte dos erros do canal.
- o *código exterior* ("outer code") é geralmente um código com uma taxa maior (\Rightarrow menor redundância) e reduz a probabilidade de erro até ao nível especificado.

A razão principal para se usar um código concatenado é atingir uma baixa taxa de erros com uma complexidade de implementação global menor que a que seria requerida por uma única operação de codificação.

Normalmente os codificadores concatenados estão associados a entrelaçadores, como na figura seguinte, para que haja espalhamento de eventuais erros agrupados que surjam na saída do decodificador interior.

Diagrama de blocos de um sistema de codificação concatenada



Códigos concatenados: exemplos

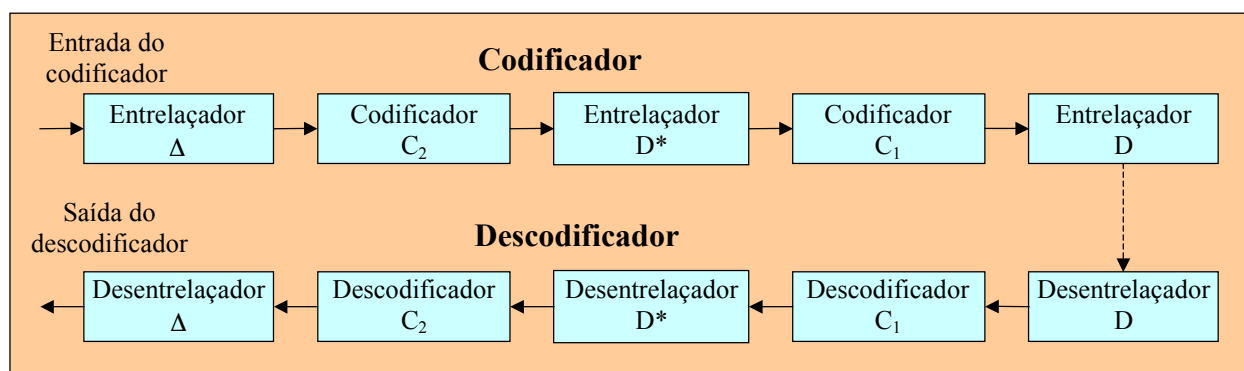
Um dos sistemas de concatenação mais usados usa um código interior convolucional, com decodificação de Viterbi, e um código exterior Reed-Solomon.

Porquê? Porque os erros que eventualmente surjam à saída do decodificador de Viterbi ocorrem em rajadas. Estas são depois corrigidas pelo código RS (adequado a rajadas de erro, como é sabido)

Exemplos de entrelaçamento associado a concatenação de códigos:

- transmissões de televisão digital
- esquema CIRC (*cross-interleave Reed-Solomon code*) usado na gravação e reprodução de discos compactos (CD e CD-ROM)
- O sistema usa dois códigos Reed-Solomon: um código exterior (28,24) e um código interior (32,28).
- existem três níveis de entrelaçamento e desentrelaçamento.
- as formas de onda (música, etc.) são amostradas à taxa de 44100 amostras/s, sendo cada amostra quantificada em um de 2^{16} níveis (\Rightarrow 16 bits/amostra).

Codificador e decodificador CIRC



Códigos concatenados: a codificação CIRC

Specifications for the CD Cross-Interleave Reed-Solomon Code

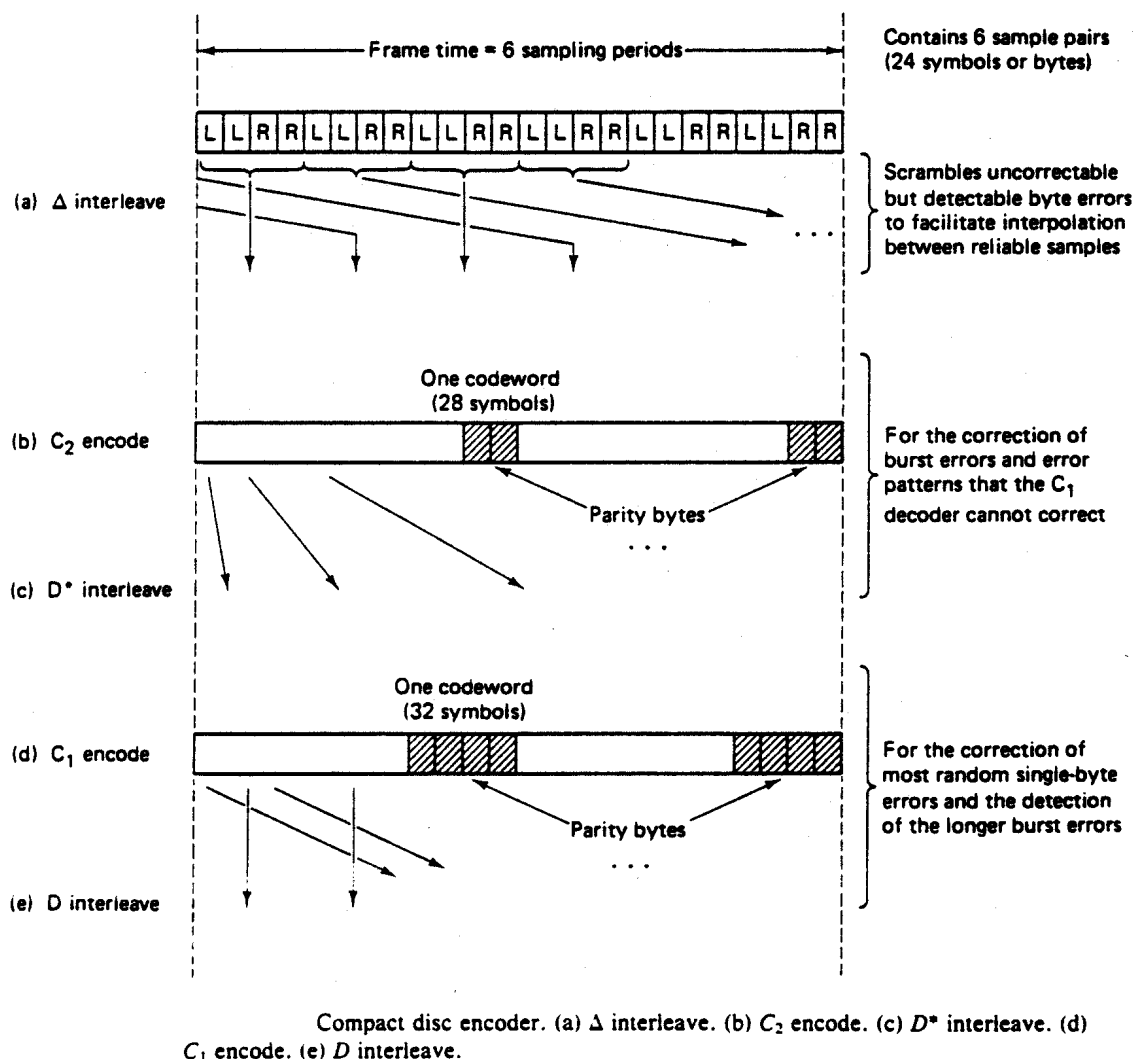
Maximum correctable burst length ~ 4000 bits (2.5-mm track length on the disc)

Maximum interpolatable burst length ~ 12,000 bits (8 mm)

Sample interpolation rate One sample every 10 hours at $P_B = 10^{-4}$
1000 samples/min at $P_B = 10^{-3}$

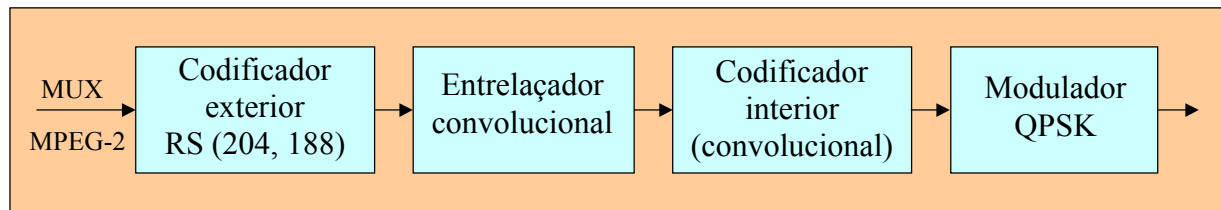
Undetected error samples (clicks) Less than one every 750 hours at $P_B = 10^{-3}$
Negligible at $P_B \leq 10^{-4}$

New discs are characterized by $P_B = 10^{-4}$

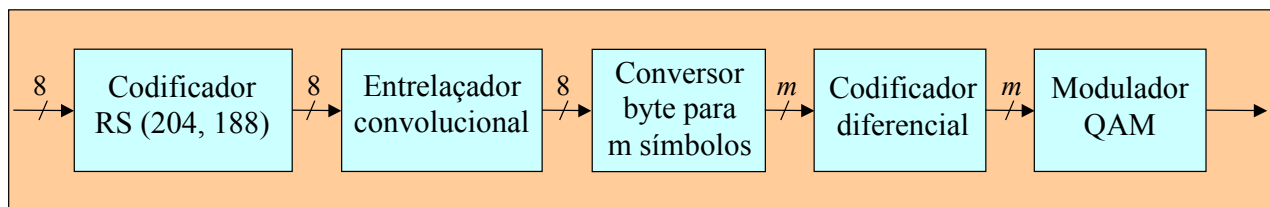


Códigos concatenados: as normas DVB de televisão digital

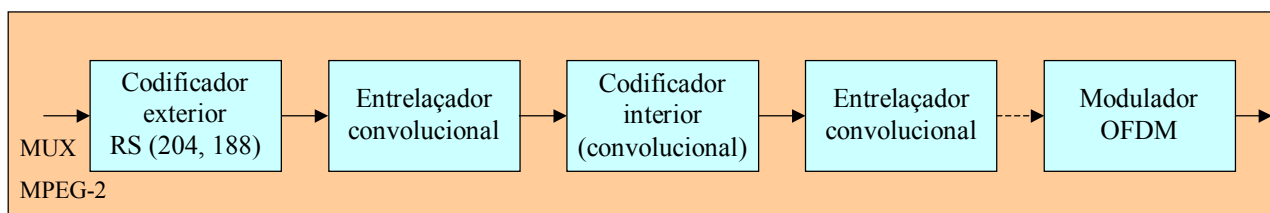
- DVB-S (satélite)



- DVB-C (cabo)



- DVB-T (difusão terrestre)



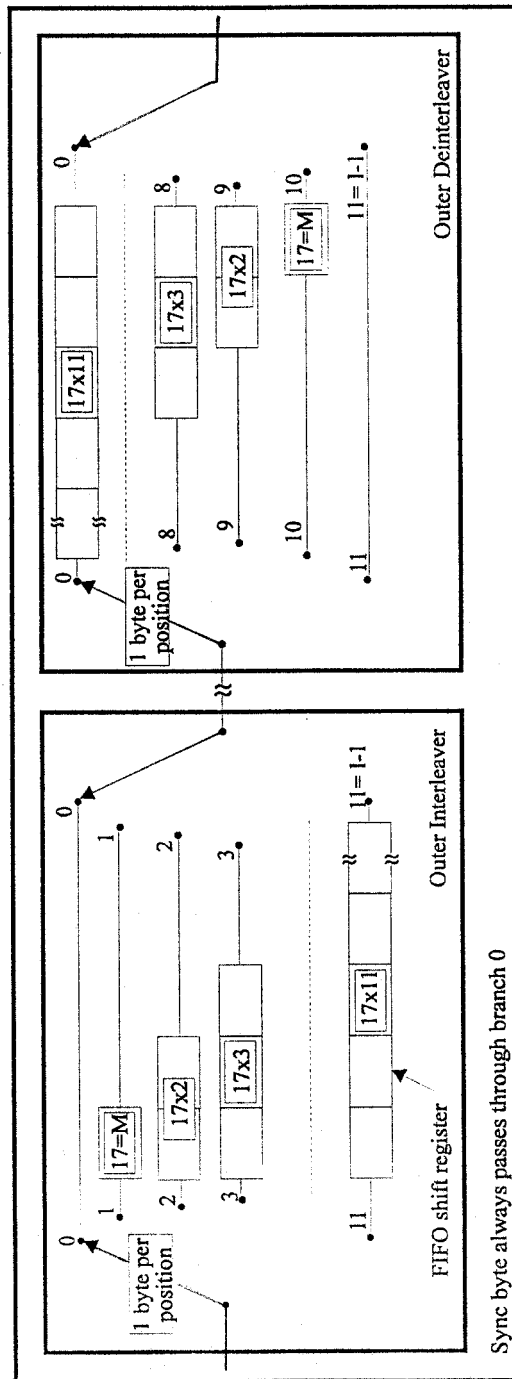
Digital Television Terrestrial Broadcasting in Europe

Comparing the European Standards...

System parameters		DVB-S (Satellite)	DVB-C (Cable)	DVB-T (Terrestrial)
Video Coding	MPEG-2	√	√	√
Audio Coding	MPEG-2	√	√	√
Outer Coding	RS(204, 188), t=8	√	√	√
Outer code generator polynomial	$x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$	√	√	√
Interleaving	Convolutional	√	√	√
Interleaving depth	12	√	√	√
Inner coding	Convolutional	√		√
Inner code constraint length	7	√		√
Convolutional code rates	1/2, 2/3, 3/4, 5/6, 7/8	√		√
Modulations		QPSK	16-QAM [†] 32-QAM [‡] 64-QAM [°]	COFDM with QPSK, 16-QAM, 64-QAM, MR-16-QAM and MR-64-QAM modulated subcarriers
Typical channel bandwidth		26-54 MHz	8 MHz	8 MHz
Useful rate		18.7Mbps up to 68 Mbps	25.8 Mbps [†] 32.3 Mbps [‡] 38.5 Mbps [°]	4.7 Mbps up to 32.1 Mbps

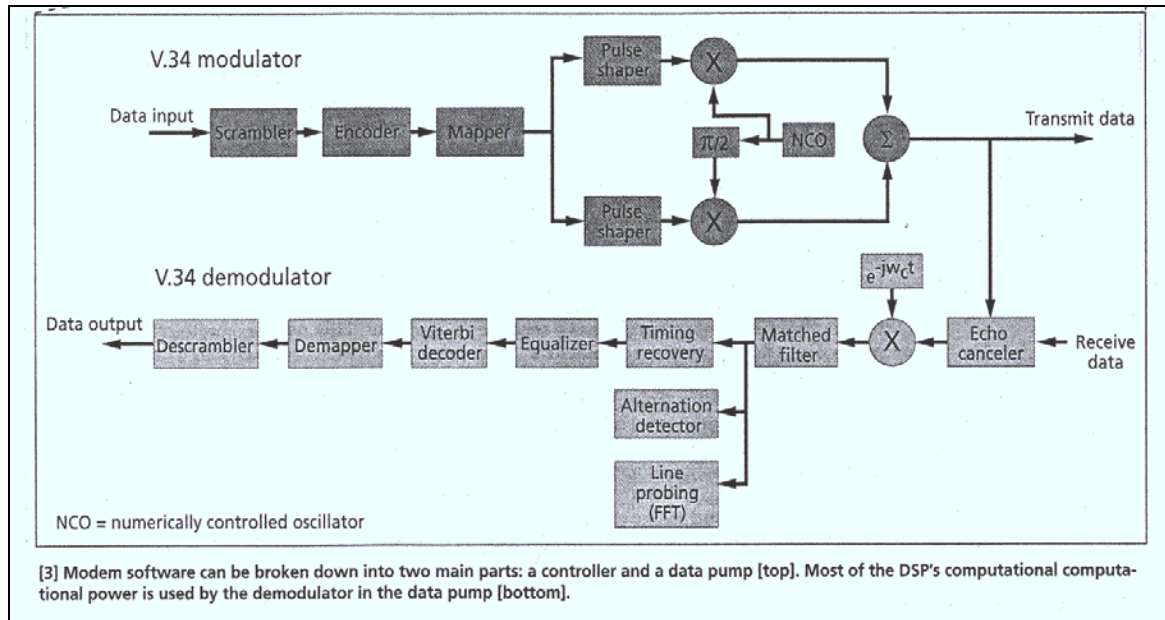
O entrelaçamento na norma DVB-T

The DVB-T Standard *Outer interleaving/deinterleaving*

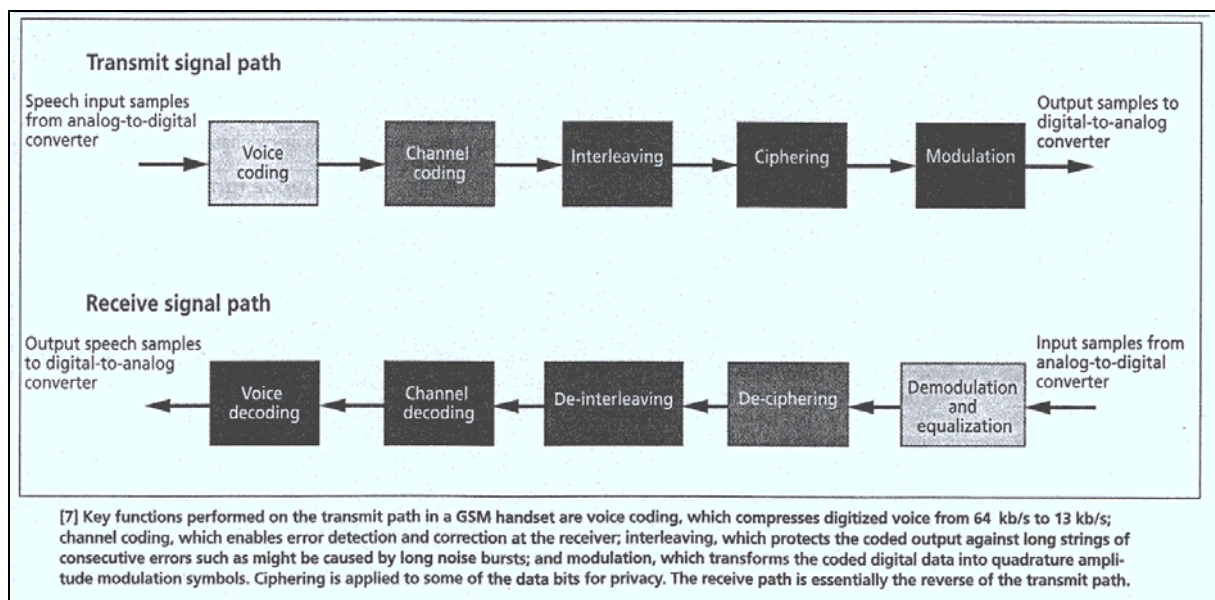


Outros exemplos de aplicação de codificação para controlo de erros

- Norma V.34 (modems)



- Sistema GSM (telemóveis de 2ª geração)



In *IEEE Spectrum*, Setembro de 1998.