

Primeira Lista de Exercícios – GET00122

Prof. Dr. Gilberto Pereira Sassi

Universidade Federal Fluminense
Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Estatística

24 de Outubro de 2016

1. Muitas vezes a determinação da capacidade de produção instalada para certo tipo de indústria em certas regiões é um processo difícil e custoso. Como alternativa, pode-se estimar a capacidade de produção através da escolha de uma outra variável de medida mais fácil e que esteja relacionada com ela.

Suponha que foram observados os valores, mostrados na Tabela 1, para as variáveis: capacidade de produção instalada, potência instalada e área construída. Com base no gráfico de dispersão e no coeficiente de correlação linear de Pearson, qual das variáveis você escolheria para estimar a capacidade de produção?

Tabela 1: Exercício 1.

X: Capacidade de produção instalada	4	5	4	5	8	9	10	11	12	12
Y: potência instalada	1	1	2	3	3	5	5	6	6	6
Z: área construída	6	7	10	10	11	9	12	10	11	14

2. Uma amostra de dez casais e seus respectivos salários anuais (em salários mínimos) foi colhida num certo bairro conforme Tabela 2.

Tabela 2: Exercício 2.

	Casa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Salário	X: Homem	10	10	10	15	15	15	15	20	20	20
	Y: Mulher	5	10	10	5	10	10	15	20	20	15

- (a) Encontre o salário médio anual dos homens e seu desvio padrão.
- (b) Encontre o salário médio anual das mulheres e seu desvio padrão.
- (c) Construa o gráfico de dispersão.
- (d) Encontre o coeficiente de correlação de Pearson do salário anual entre homens e mulheres.
- (e) Qual o salário médio familiar? E o desvio padrão?

- (f) Se o salário do homem é descontado 8% e o da mulher é descontado 6%, qual o salário líquido médio anual? E o desvio padrão?

3. Prove que

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{dp(x)} \right) \left(\frac{y_i - \bar{y}}{dp(y)} \right) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2)(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2)}}$$

4. Mostre que

(a) $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$

(b) $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}$

(c) $\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - n\bar{x}^2$ em que $\sum_{i=1}^k n_i = n$

(d) $\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \bar{x}^2$ em que $\sum_{i=1}^k f_i = 1$

5. Os dados na Tabela 3 representam as vendas semanais, em classes de salários mínimos, de cada gênero alimentício.

Tabela 3: Vendas em gêneros alimentícios.

Vendas semanais	Número de vendedores
30 — — — — — 35	2
35 — — — — — 40	10
40 — — — — — 45	18
45 — — — — — 50	50
50 — — — — — 55	70
55 — — — — — 60	30
60 — — — — — 65	18
65 — — — — — 70	2

- (a) Faça o histograma das observações.
- (b) Calcule a média \bar{x} .
- (c) Calcule o desvio padrão s .
- (d) Qual a porcentagem de observações entre $\bar{x} - 2s$ e $\bar{x} + 2s$.
- (e) Calcule mediana.
6. O número de divórcios, de acordo com a duração do casamento, está representado na Tabela 4.
- (a) Qual a duração média dos casamentos? E a mediana?
- (b) Encontre a variância e o desvio padrão dos casamentos.
- (c) Construa o histograma da duração de casamentos.
- (d) Encontre os percentis 10% e 90%.

Tabela 4: Número de divórcios de acordo com a duração de casamento.

Anos de casamento	Número de divórcios
0 — — — — — 6	2800
6 — — — — — 12	1400
12 — — — — — 18	600
18 — — — — — 24	150
24 — — — — — 30	50

(e) Qual o intervalo interquartil?

7. O departamento pessoal de uma certa firma fez um levantamento dos salários dos 120 funcionários do setor administrativo, obtendo os resultados (em salários mínimos) da Tabela 5.

Tabela 5: Salário do setor administrativo.

Faixa salarial	Frequência relativa
0 — — — — — 2	0,25
2 — — — — — 4	0,40
4 — — — — — 6	0,20
6 — — — — — 10	0,15

- (a) Desenhe o histograma.
- (b) Calcule a média e o desvio padrão.
- (c) Calcule o primeiro quartil, o terceiro quartil e a mediana.
- (d) Se for concedido um aumento de 100% para todos os 120 funcionários, haverá alteração da média? E na variância? Justifique sua resposta.
- (e) Se for concedido um abono salarial de dois salários mínimos para todos os 120 funcionários, haverá alteração na média? E na variância? E na mediana? Justifique sua resposta.
8. O que acontece com a média, a mediana e o desvio padrão, quando:
- (a) cada observação é somada por 2?
- (b) soma-se 10 a cada observação?
- (c) subtrai-se a média geral \bar{x} de cada observação?
- (d) de cada observação subtrai-se \bar{x} e divide-se pelo desvio padrão $dp(x)$?
9. A idade média dos candidatos a determinado curso de aperfeiçoamento sempre foi baixa, da ordem de 22 anos. Como esse curso foi planejado para atender todas as idades, decidiu-se fazer uma campanha de divulgação. Para verificar se a campanha foi ou não eficiente, fez-se um levantamento da idade dos candidatos à última promoção, e os resultados estão mostrados na Tabela 6.

Tabela 6

Idade	Frequência	Porcentagem
18 — — — — — 20	18	36
20 — — — — — 22	12	24
22 — — — — — 26	10	20
26 — — — — — 30	8	16
30 — — — — — 32	2	4

- (a) Baseando-se nos dados, você diria que a campanha produziu algum efeito (isto é, aumentou a idade média)?
- (b) Um outro pesquisador decidiu usar a seguinte regra: se a diferença $\bar{x} - 22$ fosse maior que o valor $\frac{2dp(x)}{\sqrt{n}}$, então a campanha teria surtido efeito. Qual a conclusão dele baseada nos dados da Tabela 6?
- (c) Faça o histograma.
10. Para estudar o desempenho de duas corretoras de ações, selecionou-se de cada uma delas amostras aleatórias das ações negociadas. Para cada ação selecionada, computou-se a porcentagem de lucro apresentada durante o período fixado de tempo. os dados são apresentados nas Tabela 7 e Tabela 8.

Tabela 7: Corretora A

45	60	54
62	55	70
38	48	64
55	56	55
54	59	48
65	55	60

Tabela 8: Corretora B.

57	55	58
50	52	59
59	55	56
61	52	53
57	57	50
55	58	54
59	51	56

Para decidir se duas seguradoras são semelhantes ou não, adotou-se o seguinte teste: seja

$$t = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{S_{\star}^2 \sqrt{1/n_A + 1/n_B}}$$

em que

- $\text{Var}_A(X)$, \bar{x}_A e n_A são a variância, a média e o número de ações para a corretora A;
- $\text{Var}_B(X)$, \bar{x}_B e n_B são a variância, a média e o número de ações para a corretora B;
- $S_{\star}^2 = \frac{(n_A - 1) \text{Var}_A(X) + (n_B - 1) \text{Var}_B(X)}{n_A + n_B - 2}$.

Caso $|t| < 2$, os desempenhos são semelhantes, caso contrário, são diferentes. Qual seria a sua conclusão?

11. Uma companhia produz circuitos em três fábricas: I, II e III. A fábrica I produz 40% dos circuitos, enquanto a II e a III produzem 30% cada uma. As probabilidades de que um circuito integrado produzido por essas fábricas não funcione são 0,01, 0,04 e 0,03, respectivamente. Escolhido um circuito da produção conjunta das três fábricas, qual a probabilidade de o mesmo não funcionar?
12. Suponhamos que 10.00 bilhetes sejam vendidos em uma loteria e 5.000 em outra, cada uma tendo apenas um ganhador. Um homem tem 100 bilhetes de cada. Qual a probabilidade de que:
 - (a) ele ganhe exatamente um prêmio?
 - (b) ele ganhe alguma coisa?
13. Uma companhia de seguros vendeu apólices a cinco pessoas, todas da mesma idade e com boa saúde. De acordo com as tábuas atuárias, a probabilidade de que uma pessoa daquela idade esteja viva daqui a 30 anos é $\frac{2}{3}$. Calcular a probabilidade de que daqui a 30 anos:
 - (a) exatamente duas pessoas estejam vivas;
 - (b) todas as pessoas estejam vivas;
 - (c) pelo menos três pessoas estejam vivas.
14. Um fabricante afirma que apenas 5% de todas as válvulas que produz têm duração inferior a 20 horas. Uma indústria compra semanalmente um grande lote de válvulas desse fabricante, mas sob a seguinte condição: ela aceita o lote se, em dez válvulas escolhidas ao acaso, no máximo uma tiver duração inferior a 20 horas. Uma indústria compra semanalmente um grande lote de válvulas desse fabricante, mas sob a seguinte condição: ela aceita o lote se, em dez válvulas escolhidas ao acaso, no máximo uma tiver duração inferior a 20 horas; caso contrário, o lote todo é rejeitado.
 - (a) Se o fabricante de fato tem razão, qual a probabilidade de um lote ser rejeitado?
 - (b) Suponha agora que o fabricante esteja mentindo, isto é, na verdade a proporção de válvulas com duração inferior a 20 horas é de 10%. Qual a probabilidade de um lote ser aceito, segundo o critério acima?
15. Deseja-se estudar o número de erros de impressão de um livro. Para isso escolheu-se uma amostra de 50 páginas, encontrando-se o número de erros por página da Tabela 9.

Tabela 9

Erros	Frequência
0	25
1	20
2	3
3	1
4	1

- (a) Qual o número de erros por página?
- (b) E o número mediano?
- (c) Qual o desvio padrão?
- (d) Desenhe o gráfico de dispersão unidimensional e o gráfico de barras.
16. As taxas de juros recebidas por 10 ações durante um certo período foram 2,59; 2,64; 2,60; 2,62; 2,57; 2,55; 2,61; 2,50; 2,63; 2,64. Calcule a média, a mediana e o desvio padrão.
17. Expresse em termos de operações entre eventos:
- (a) A ocorre mas B não ocorre;
- (b) exatamente um dos eventos A e B ocorre;
- (c) nenhum dos dois eventos A e B ocorre.
18. Dentre seis números positivos e oito negativos, dois números são sorteados sem reposição e multiplicados. Qual a probabilidade de que o produto seja positivo?
19. Considere o lançamento de dois dados. Considere: A = soma dos números obtidos igual a nove, e B = número no primeiro dado maior ou igual a 4. Enumere os elementos de A e B. Obtenha $A \cup B$, $A \cap B$ e A^c .
20. As probabilidades de que dois eventos independentes ocorram são p e q , respectivamente. Qual a probabilidade:
- (a) de que nenhum desses eventos ocorra?
- (b) de que pelo menos um desses eventos ocorra?
21. Na Tabela, os números que aparecem são probabilidades relacionadas com a ocorrência de A, B, $A \cap B$. Assim, $P(A) = 0,1$ e $P(A \cap B) = 0,04$. Verifique se A e B são independentes.

Tabela 10

	B	B^c	Total
A	0,04	0,06	0,10
A^c	0,08	0,82	0,90
Total	0,12	0,88	1,0

22. Num teste com duas marcas que lhe são apresentadas em ordem aleatória, um experimentador de vinhos faz três identificações corretas em três tentativas.
- (a) Qual a probabilidade de isso ocorrer, se na realidade ele não possui habilidade para distingui-la?
- (b) E se a probabilidade de distinguir corretamente é de 90% em cada tentativa?
23. um grupo de 12 homens e 8 mulheres concorre a três prêmios através de um sorteio, sem reposição de seus nomes. Qual a probabilidade de:

- (a) nenhum homem ser sorteado?
 (b) um prêmio ser ganho por homem?
 (c) dois homens serem premiados?
24. Um empreiteiro apresentou orçamentos separados para a execução da parte elétrica e da parte de encanamento de um edifício. Ele acha que a probabilidade de ganhar a concorrência da parte elétrica é de $1/2$. Caso ele ganhe a parte elétrica, a chance de ganhar a parte de encanamento é $3/4$; caso contrário, essa probabilidade é $1/3$. Qual a probabilidade de
- (a) ganhar os dois contratos?
 (b) ganhar apenas um contrato?
 (c) não ganhar nenhum contrato?
25. Em uma fábrica de parafusos, as máquinas A, B e C produzem 25%, 35% e 40% do total, respectivamente. Da população de cada máquina 5%, 4% e 2%, respectivamente, são parafusos defeituosos. Escolhe-se ao acaso um parafuso e verifica-se que é defeituoso. Qual a probabilidade de que o parafuso venha da máquina A; da B; e da C?
26. A empresa M & B tem 15.800 empregados, classificados de acordo com a Tabela. Se

Tabela 11

		Sexo		Total
		Homens (H)	Mulheres (F)	
Idade	< 25 anos (A)	2000	800	2800
	25 — 40 anos (B)	4500	2500	7000
	> 40 anos (C)	1800	4200	6000
	Total	8300	7500	15800

um empregado é selecionado ao acaso, calcular a probabilidade de ser ele:

- (a) um empregado com 40 anos de idade ou menos;
 (b) um empregado com 40 anos de idade ou menos, e mulher;
 (c) um empregado com mais de 40 anos de idade e que seja homem;
 (d) uma mulher, dado que é um empregado com menos de 25 anos.
27. Prove que, se A e B são independentes, também o serão A^c e B^c , A e B^c e A^c e B .
28. Obtenha uma fórmula para $P(A \cup B \cup C)$.