



Projet ingénierie et entrepreneuriat 3A

Analyse de schémas numériques d'intégration temporelle

Auteurs :

M. Jean-Baptiste FOURTOUT

M. Louis REBOUL

M^{me} Sara BARASSA-RAMOS

M. Pierre SEIZE

M. Théo MAES

Encadrants :

Pr. Xavier VASSEUR

Dr. Guillaume PUIGT

2 mars 2019

Table des matières

I	Gestion de projet	4
1	Description du projet	6
a	Objectifs du projet, périmètre et résultats attendus	6
b	Les parties prenantes du projet	6
c	Les exigences de haut niveau	7
d	Les contraintes identifiées	8
e	Hypothèses de travail	8
2	Organisation	9
a	Organisation de l'équipe (rôles)	9
b	Organisation du travail (méthodes et outils)	10
3	Processus du développement	11
a	Logique de développement	11
b	Définition des jalons	11
c	Planning de projet	12
4	Définition détaillée du projet (Diagrammes PBS et WBS	14
5	Les livrables du projet	16
a	Liste des produits livrables au client	16
b	Liste des livrables demandés par l'école	16
6	Risques et opportunités	17

7 Suivi et Contrôle	18
----------------------------	-----------

a	Tableau de bord de suivi	18
---	------------------------------------	----

b	Communication	18
---	-------------------------	----

II Méthodes numériques	19
-------------------------------	-----------

8 Méthodes spectrales	20
------------------------------	-----------

a	Intérêt	20
---	-------------------	----

b	Formalisme et Définition	20
---	------------------------------------	----

9 Méthodes temporelles	22
-------------------------------	-----------

a	Méthodes classiques	22
---	-------------------------------	----

b	Exponentiel	22
---	-----------------------	----

c	Rosenbroch	22
---	----------------------	----

III Couplage spatial - temporel	23
--	-----------

Introduction

Ce document est rédigé dans le cadre du Projet Ingénierie et Entrepreneuriat en dernière année de l'ISAE SUPAERO, en partenariat avec l'ONERA. Il s'agit ici d'analyser les performances de schémas numériques d'intégration temporelle pour la résolution de problème du type advection, diffusion rencontrés en mécanique des fluides. La particularité des problèmes de mécanique des fluides c'est que les équations qui régissent la physique sont des équations différentielles partielles. Ce qui implique qu'il faut savoir résoudre des équations à la fois en temps et en espace. Aujourd'hui de nombreuses recherches sur les méthodes de résolution spatiales ont permis d'obtenir des résultats très prometteurs. Mais peu de progrès ont été fait sur la résolution temporelle. C'est donc l'objet de ce projet.

En effet l'objectif c'est d'implémenter des méthodes numériques d'intégration temporelles dites « exponentielles » d'ordre plus élevés que celles utilisées usuellement. Ces méthodes permettraient de pouvoir augmenter le pas de temps d'un calcul CFD. Et par conséquent semble très intéressant pour réduire les coûts de calcul. Le deuxième objectif de ce projet c'est la réalisation du couplage avec les méthodes spatiales puisque l'objectif à terme c'est de pouvoir résoudre des problèmes de mécanique des fluides.

Le travail effectué se base donc sur la publication de papiers scientifiques. Afin de valider au fur et à mesure le travail effectué nous testerons nos méthodes sur des cas simples que nous complexifierons avec l'avancée du travail. Nous réaliserons la programmation avec le langage python qui est un langage open source et choisit par le client.

Première partie

Gestion de projet

Cette partie consiste à exposer la manière dont nous nous sommes organisés pour la réalisation de ce projet. Ce sujet de PIE s'inscrit globalement dans une stratégie commune de recherche entre l'ISAE-SUPAERO et l'ONERA. L'objectif est l'amélioration du code de calcul JAGUAR basé sur les différences spectrales ayant pour objectifs d'effectuer des simulations numériques LES pour des applications CFD.

Les méthodes spectrales discontinues consistent à représenter la solution par cellule de calcul sur une base de polynôme et à prendre en compte la discontinuité entre cellules par résolution d'un problème de Riemann. Assez récentes en CFD, leur application pour la LES (SGE en Français) est un sujet de recherche actuel. Aujourd'hui, les études se focalisent essentiellement sur la précision des schémas spatiaux pour la convection et la diffusion. Ici, on souhaite focaliser notre attention sur les schémas numériques d'intégration temporelle des équations dans un code 1D prototype. Après une analyse bibliographique (Runge-Kutta, Méthode de Gear, exponentiels, schémas Rock...), nous proposons l'implémentation de plusieurs familles de schémas dans une maquette 1D puis de comparer les performances.

Chapitre 1

Description du projet

a Objectifs du projet, périmètre et résultats attendus

Plusieurs résultats sont attendus :

- Une analyse bibliographique des différentes classes de méthodes,
- Une analyse théorique des schémas numériques (précision, cout algorithmique, CFL max...) avec prise en compte de leurs paramètres utilisateur
- Une maquette (python) dans laquelle les schemas sont implémenter (a gérer sous GitHub) et plusieurs cas tests.
- Un rapport sur la comparaison croisée des schémas numériques
- Une liste de recommandations du groupe sur le(s) meilleur (s) schéma(s)

b Les parties prenantes du projet

Il est important de bien connaître toutes les parties prenantes du projet afin que la communication entre les différentes parties soient fluides et efficace.

- Groupe Etudiants de L'ISAE composé de Louis Reboul, Pierre Seize, Sara Barrasa-Ramos, Jean-Baptiste Fourtout, Maes Théo qui représente l'équipe de développeurs
- Guillaume Puigt pour l'Onera : Client et encadrant technique
- Xavier Vasseur : Client, encadrant technique et référent école
- Rémi Lebouteiller : Tuteur en gestion de projet

Afin d'avoir une bonne communication entre les différentes parties prenantes du projet nous avons mis en place plusieurs moyen de communication. Notre principal client, Guillaume Puigt représentant l'organisme de l'ONERA est très investi c'est pourquoi

nous avons une conversation Whatsapp avec lui. Cela nous permet d'échanger très rapidement pour fixer des rendez-vous. Néanmoins notre référent école, Xavier Vasseur qui est aussi l'un de nos clients n'utilise pas cette interface c'est pourquoi pour dialoguer nous utilisons principalement les mails. C'est aussi l'unique moyen de communication que nous avons d'ailleurs avec notre tuteur de gestion de projet.

D'autre part en moyenne il a été décidé dès le début du projet de faire des réunions bimensuelles ce qui nous a permis de rester à l'écoute de nos clients pour répondre à leurs exigences et de proposer des améliorations.

Au sein de l'équipe de développement nous avons mis en place une conversation téléphonique de groupe pour se coordonner lors des réunions et pour la répartition du travail.

c Les exigences de haut niveau

Les exigences clients sont :

- Implémenter les méthodes numérique exponentielle Standard, Rosenbroch, Rock en 1D
- Fournir et commenter le code
- Donner les avantages et les inconvénients de chacune des méthodes afin de déterminer laquelle est la meilleure pour une utilisation souhaitée.

Comme évoqué précédemment afin de répondre au cahier des charges clients nous devons implémenter les méthodes numériques en langage python. Sur conseil de notre client nous avons ouvert un compte sur la plateforme GITHUB qui nous permet de travailler en parallèle à plusieurs sur un même fichier. Cette plateforme est très adaptée pour travailler sur des fichiers de code informatiques notamment. Ceci nous permet aussi d'avoir plusieurs sauvegarde de notre travail et cela prévient donc d'une éventuelle perte du code informatique.

Nous avons utiliser le logiciel Sphinx pour créer la documentation du code. En écrivant d'une manière bien précise notre code informatique, cela créer automatiquement la documentation expliquant comment fonctionne le code informatique. C'est très simple d'utilisation car cela créer une page internet sous le format html et à l'aide de lien hypertexte on peut naviguer sur chacune des fonctions pour savoir comment elle fonctionne, quels sont les arguments à utiliser etc...

d Les contraintes identifiées

Les contraintes connues portent sur l'environnement de développement du code informatique, elles sont imposées par les clients :

- Utilisation du langage de programmation Python version 2.7.xx
- Utilisation de la plateforme Github pour le partage des données

e Hypothèses de travail

Les hypothèses du projet portent sur les ressources disponibles et la capacité de travail des membres de l'équipe de développement.

- L'équipe de développement peut fournir 4 à 8h/semaine/personne
- La bibliographie est fourni par G. Puigt et par Xavier Vasseur
- Les algorithmes d'intégration spatiales sont fournis par G. Puigt

Nous devons donc établir une stratégie de travail afin de se répartir la charge de travail de façon équivalente.

Chapitre 2

Organisation

a Organisation de l'équipe (rôles)

Notre équipe est organisée de la manière suivante :

- Théo Maes est le chef de projet.

Nous avons divisé l'équipe en deux groupes opérationnels : L'équipe développement, coordonnée par Sara Barrasa-Ramos, sera responsable de l'implémentation des méthodes numériques aux EDE. Elle sera composée de :

- Louis Reboul
- Sara Barrasa-Ramos
- Théo Maes

L'équipe couplage, coordonnée par Pierre Seize, sera responsable de rendre compatible les schémas numériques d'intégration temporelle avec les schémas numériques d'intégration spatial existants . Elle sera composée de :

- Pierre Seize
- Jean-Baptiste Fourtout

Nous nous sommes efforcés de conserver le plus possible cette répartition des tâches. Néanmoins nous verrons par la suite que certains changements temporaires de ressources humaines. En effet, une équipe avait beaucoup d'avance quand l'autre prenait du retard.

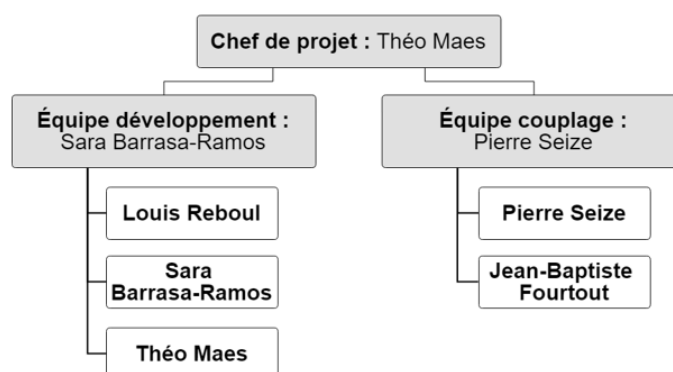


FIGURE 2.1 – Organisation de l'équipe

b Organisation du travail (méthodes et outils)

C'est le diagramme OBS qui permet de donner sous forme de diagramme la hiérarchisation de notre projet.

		Jean Baptiste Fourtout	Théo Maes	Sara Ramos	Louis Reboul	Pierre Seize	Guillaume Puigt	Xavier Vasseur	Remi Le Bouteiller	
Gestion de projet	Démarrage du projet	R	A	R	R	R	R	C	C	I
	Mise en place du plan de développement	R	A	R	R	R	R	I	I	C
	Revue de projet n°1	R	A	R	R	R	R	I	I	I
	Revue de projet n°2	R	A	R	R	R	R	I	I	I
	Soutenance de fin de projet	R	A	R	R	R	R	I	I	I
	Rédaction du rapport de projet	R	A	R	R	R	R	C	I	I
Réalisation du projet	Documentation méthodes classiques	R	A	R	R	R	R	C	C	
	Implémentation méthodes classiques	R	A	R	R	R	R			
	Analyse des performances méthodes classiques	R	A	R	R	R	R	C		
	Documentation méthodes exponentielles	C	R	A	R	C	C	C	C	
	Implémentation méthodes exponentielles	C	R	A	R	C				
	Analyse des performances méthodes exponentielles	C	R	A	R	C	C	C		
	Couplage spatial - temporel	R	C	C	C	C	A	C		

Chapitre 3

Processus du développement

a Logique de développement

Nous avons commencé par prendre connaissance de la bibliographie qui est directement liée à notre travail. Puis il a fallu prendre en main la programmation Python car tous les développeurs n'avaient pas la même connaissance de ce langage informatique. L'Onera développe un logiciel de calcul CFD très performant, qui est limité par la capacité de résolution des méthodes temporelles. C'est pourquoi l'objectif de ce projet est d'améliorer les méthodes temporelles utilisées dans le code informatique. Il faut donc implémenter des méthodes dites « Exponentielles » qui sont récentes et seraient plus efficaces que les méthodes connues classique du type Range-Kutta. Afin de prendre en main la programmation nous avons coder les méthodes classiques afin de connaître leurs performances. Puis nous codons alors les méthodes exponentielles afin de pouvoir comparer les performances avec les méthodes classiques. Une fois ceci réalisé nous devons faire un choix sur la méthode que nous allons coupler avec la méthode de résolution spatiale pour la finalisation du logiciel de calcul de l'Onera.

b Définition des jalons

Définition des jalons et la nature des jalons :

- 21/11/2018 : Première revue de projet à Présentation orale de l'avancée des travaux
- 30/01/2018 : Deuxième revue de projet à Présentation orale de l'avancée des travaux plus début de rapport du projet
- Mi-Mars : Soutenance de projet à Présentation orale de l'ensemble du projet et des problèmes rencontrés
- Fin Mars : Livraison des livrables à Rapport de projet, Code source

c Planning de projet

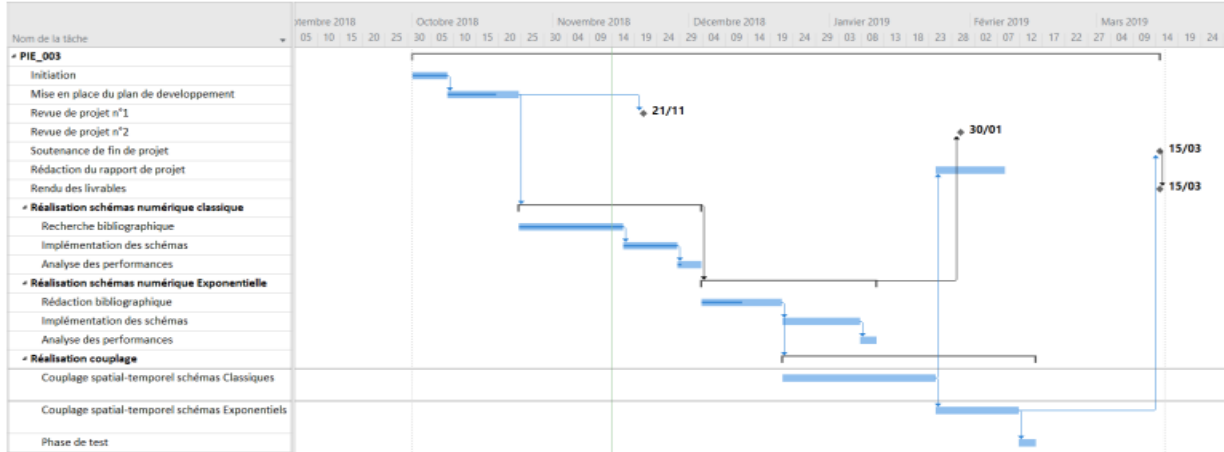


FIGURE 3.1 – Diagramme de Gantt initial

Après plusieurs entretiens avec le client nous avons convenu de plusieurs changements qui ont provoqués des différences majeures dans l'emploi du temps du projet.

Nous nous occupons de la partie intégration temporelle, néanmoins cette partie doit être couplée avec les méthodes d'intégration spatiales. Ces méthodes ont été réalisées au préalable par d'autres groupes d'étudiants de Supaero. Pour l'équipe couplage il s'est avéré difficile de reprendre le code informatique tel qu'il nous était fourni pour le coupler avec notre travail sur l'intégration temporelle. Après discussion avec nos clients nous avons donc réussi à les convaincre de changer la structure du code afin que cela soit plus fonctionnelle qu'avant. Cela a donc rajouté une tâche supplémentaire à l'équipe couplage mais ce temps perdu a été rattrapé par un temps moins long que prévu initialement pour le couplage des méthodes.

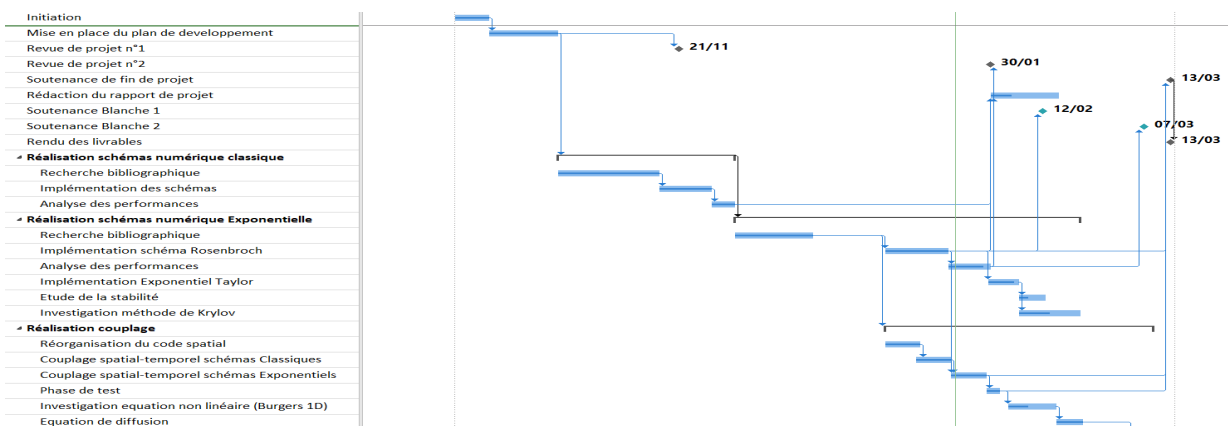


FIGURE 3.2 – Diagramme de Gantt initial

Nous avons eu des difficultés sur l'implémentation des schémas numériques, comme l'équipe couplage avait de l'avance et qu'il était possible de déplacer une ressource humaine dans l'équipe implémentation. Nous avons donc fait le choix de changer la répartition des ressources afin d'avancer plus vite sur la partie implémentation des schémas.

De plus le client exige des soutenances de projet « blanches » courant le mois de février. Ceci nous impose donc de préparer le compte rendu de projet 1 semaine plus tôt que la date à laquelle nous avions prévu de le débiter. Ceci impose aussi de préparer en parallèle une présentation orale avec Power Point.

A ce jour nous avons déjà tous les éléments nécessaires pour répondre aux besoins du client. Mais comme il s'agit d'un sujet recherche il est toujours possible d'aller plus loin dans le travail effectué. C'est pourquoi après plusieurs réunions avec le client nous sommes tombés d'accord sur les pistes qu'il souhaitait creuser davantage. C'est pourquoi dans le diagramme de Gantt de prévision à mi-janvier n'a rien à voir avec le diagramme de Gantt initial de début de projet.

Chapitre 4

Definition détaillée du projet (Diagrammes PBS et WBS)

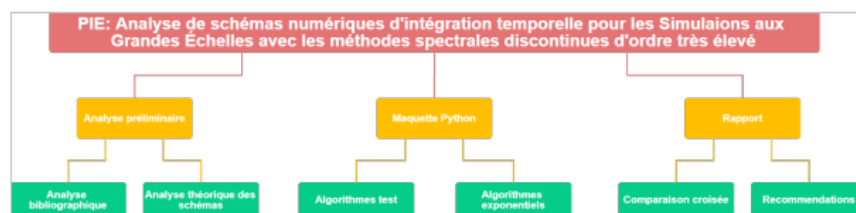


FIGURE 4.1 – Diagramme PBS



FIGURE 4.2 – Diagramme WBS

Chapitre 5

Les livrables du projet

a Liste des produits livrables au client

Les livrables du projet :

- Revue bibliographique avec pour objectif de répondre aux questions qu'est ce qu'on conseil d'utiliser et pourquoi ? Pour quelles applications ?
- Compte rendu de projet sous format papier (ci-présent)
- Rendu des supports utilisés pour la soutenance finale, très certainement un fichier Power Point
- Code informatique avec pour critère d'acceptation d'être fait en langage Python et transmis par la plateforme Github.

b Liste des livrables demandés par l'école

Dans le cadre de la gestion de projet nous devons rendre un plan de développement de notre projet. D'autre part nous sommes évalués sur un rapport de projet et une soutenance qui aura lieu mi-Mars ce sont donc des livrables requis.

Chapitre 6

Risques et opportunités

Nature du risque	Description	Occurrence	Gravité	Actions préventives	Actions correctives	TT
Perte du code	Perte des sauvegardes	1	4	Sauvegarder sous plusieurs emplacements Utilisation de drive	Refaire le code sous 5 jours	4
Manque contact client	Manque d'informations pour progresser	1	3	Conversation Whatsapp Diffusion des coordonnées (mail,telephone)	Prendre contact autrement	3
Incompatibilité des plates-formes	Version logiciel	1	2	Création d'un fichier Requirements	Tous télécharger la même version	2
Prise en main des outils	Difficulté avec les nouveaux logiciels type Github et Python	2	2	Formation individuelle	Entre-aide	4
Inaboutissement de la méthode temporelle	Non faisabilité de la méthode	2	4	Vérification des méthodes avec nos connaissances	Recherche de nouvelles méthodes	8
Difficultés à répartir les tâches	Parallélisation du développement du code	3	1	Election d'un chef de projet Utilisation de Github	Meilleure communication au sein du groupe	3
Retard livraison d'éléments d'entrée de la part du client	Source bibliographique et code source méthode spatiale	1	4	Garder un contact régulier avec le client Jalon	Se déplacer au bureau du client	4
Surcharge de travail	Periode d'examen Entretien stage	2	3	Prendre de l'avance sur le planning si possible	Redistribution des tâches	6
Non respect des deadlines	Code informatique non livré Soutenance non faite	2	4	Réalisation d'un diagramme de Gantt Respect du planning	Replanification Masse de travail supplémentaire	8
Mauvaise définition des métriques	Mauvaise interprétation des résultats	1	2	Bien discuter avec le client	Definition d'une meilleure métrique	2

Chapitre 7

Suivi et Contrôle

a Tableau de bord de suivi

Nous avons l'opportunité d'utiliser MS-Project pour faire un suivi du projet. Nous avons réalisé un diagramme de Gantt de référence que nous mettrons à jours au fur et à mesure que le projet va avancer. Nous savons déjà qu'en fin de projet des personnes sont en surcharge de travail, nous sommes déjà en train de voir comment nous allons pouvoir répartir la charge de travail.

b Communication

Nous avons la chance d'avoir un de nos clients qui est très proche de nous, c'est pourquoi nous avons une conversation Whatsapp avec celui-ci. Mais notre référent école qui est aussi l'un de nos clients n'utilise pas cette interface c'est pourquoi pour dialoguer nous utilisons principalement les mails. C'est l'unique moyen de communication que nous avons d'ailleurs avec notre tuteur de gestion de projet.

D'autre part en moyenne nous avons décidé de faire des réunions bimensuelles ce qui permet rester à l'écoute de nos clients concernant leurs exigences qui peuvent évoluer au cours du temps.

Concernant la communication au sein de l'équipe nous avons un groupe sur le web de façon à partager et modifier facilement des documents sur lesquels nous travaillons. Une conversation téléphonique de groupe a été créée afin de se coordonner lors de réunions et de créneaux projet.

Deuxième partie

Méthodes numériques

Chapitre 8

Méthodes spectrales

a Intérêt

Les méthodes spectrales se distinguent des autres méthodes car elles permettent de conserver des propriétés physiques des phénomènes étudiés. Notamment en mécanique des fluides une des propriétés importante c'est la conservation du flux. Cela permet aussi un gain de temps de calcul considérable par rapport au différence finies. Et les performances d'un solveur étant en partie lié à la rapidité de résolution on comprend l'intérêt porté à ces méthodes.

En terme de précision nous pouvons obtenir des ordres très élevés avec ces méthodes. Car on cherche la solution sous forme d'une combinaison linéaire sur des fonctions de base et que ces fonctions sont définies par cellules.

b Formalisme et Définition

Comme nous l'avons vu les méthodes spectrales permettent d'assurer la continuité du flux aux interfaces. Elles sont donc particulièrement intéressantes dans les cas des EDP rencontrés dans les problèmes de nos clients. Par exemple on peut considérer l'équation aux dérivées partielles suivante en 1D :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F(W)}{\partial x} = 0$$

W est la grandeur considérée et F le flux qui dépend de W. Les méthodes spectrales supposent quand dans chaque cellule du domaine de calcul il y ait s degrés de liberté pour définir la solution ainsi que p degrés de liberté pour définir le flux. Les grandeurs F et W sont approximées par des fonctions polynomiales. En général, ce sont les polynômes de

Lagrange qui sont utilisés pour approximer ces grandeurs. Mais des recherches ont montrées qu'ils pouvaient être plus judicieux d'utiliser des polynômes de Legendre.

La résolution de chaque cellule ne se fait pas dans l'espace réel mais dans l'espace isoparamétrique qui est normalisé. En 1D, la cellule isoparamétrique est le segment $[-1;1]$ et le passage d'un espace à l'autre s'effectue par une homothétie et une translation.

Des propriétés importantes de ce formalisme sont établies :

- Consistence du schéma : L'approximation polynomiale fournit une condition sur les degrés des polynômes solution et flux : $p = s + 1$
- Conservation du flux : Il faut que le flux se conserve aux interfaces il vient donc : $F_{\Omega_i}(-1) = F_{\Omega_{i-1}}(1)$ et $F_{\Omega_i}(1) = F_{\Omega_{i+1}}(-1)$

Une brève description de la méthode permettra de comprendre le fonctionnement.

Etape 1 : Interpolation de la solution dans la cellule avec un polynôme de degré p aux $p+1$ points solution

Etape 2 : Interpolation de la solution aux p points flux intercalés entre les $p+1$ points solution et extrapolation aux points flux des interfaces par le polynôme de degré p basé sur la solution

Etape 3 : Calcul du flux aux points flux grâce aux valeurs de la solution interpolée

Etape 4 : Résolution du problème de Riemann pour calculer les flux communs aux interfaces

Etape 5 : Interpolation du nouveau flux corrigé aux interfaces aux points flux par un polynôme de degré $p+1$

Etape 6 : Dérivation du flux corrigé aux points solution et intégration en temps pour avancer la solution

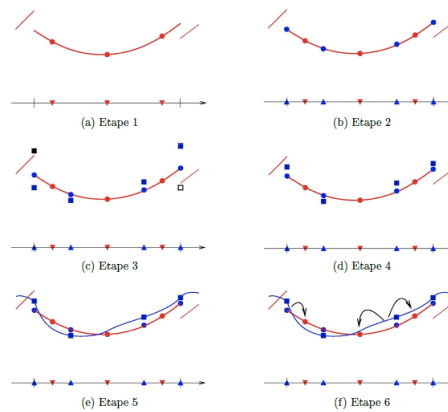


FIGURE 8.1 – Schématisation de la méthode

Chapitre 9

Méthodes temporelles

a Méthodes classiques

Dans cette section nous allons présenter les méthodes numériques de résolution temporelles qui sont les plus utilisées à l'heure actuelle. Nous savons que la principale difficulté de ces méthodes c'est de pouvoir avoir un ordre élevé ce qui permettra d'augmenter la rapidité des calculs de logiciel de CFD.

Nous nous attarderons particulièrement sur les méthodes de Runge-Kutta et les méthodes de Gear. Les méthodes donc Gear sont plus utilisées pour la résolution de problèmes physiques ayant des temps physique différents du type réaction chimique. Tandis que les méthodes de Runge-Kutta sont plus utilisées pour des problèmes d'advection diffusion.

b Exponentiel

Tout l'objet de ce projet repose sur ces nouvelles méthodes. La théorie est développée à travers des articles scientifiques très récents. Ce qui montre que c'est un sujet actuelle de recherche, et qu'il y a des possibilités d'amélioration avec ces méthodes. Nous allons vous décrire brièvement le fonctionnement de ces méthodes, puis nous vous montrerons les résultats que nous avons obtenus.

c Rosenbroch

Troisième partie

Couplage spatial - temporel

Table des figures

2.1	Organisation de l'équipe	10
3.1	Diagramme de Gantt initial	12
3.2	Diagramme de Gantt initial	12
4.1	Diagramme PBS	14
4.2	Diagramme WBS	15
8.1	Schématisation de la méthode	21

Liste des sigles et acronymes

ASK	<i>Amplitude Shift Keying</i>
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BABG	Bruit Additif Blanc Gaussien
BCJR	<i>Bahl, Cocke, Jelinek, Raviv</i>
BER	<i>Binary Error Rate</i>
BFDM	<i>Biorthogonal Frequency Division Multiplexing</i>

Résumé — Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Sed non risus. Suspendisse lectus tortor, dignissim sit amet, adipiscing nec, ultricies sed, dolor. Cras elementum ultrices diam. Maecenas ligula massa, varius a, semper congue, euismod non, mi. Proin porttitor, orci nec nonummy molestie, enim est eleifend mi, non fermentum diam nisl sit amet erat. Duis semper. Duis arcu massa, scelerisque vitae, consequat in, pretium a, enim. Pellentesque congue. Ut in risus volutpat libero pharetra tempor. Cras vestibulum bibendum augue. Praesent egestas leo in pede. Praesent blandit odio eu enim. Pellentesque sed dui ut augue blandit sodales. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Aliquam nibh. Mauris ac mauris sed pede pellentesque fermentum. Maecenas adipiscing ante non diam sodales hendrerit. Ut velit mauris, egestas sed, gravida nec, ornare ut, mi. Aenean ut orci vel massa suscipit pulvinar. Nulla sollicitudin. Fusce varius, ligula non tempus aliquam, nunc turpis ullamcorper nibh, in tempus sapien eros vitae ligula. Pellentesque rhoncus nunc et augue. Integer id felis.

Mots clés : Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Sed non risus. Suspendisse lectus tortor.

ISAE
10, avenue Édouard Belin
BP 54032
31055 Toulouse CEDEX 4