第2章 调节器

回顾-调节器原理概述

- 比例调节 $y_O = K_P e$ 传递函数 $G(s) = \dfrac{Y(S)}{X(S)} = K_P$
- 积分调节 $y_O = K_I \int_0^t edt$ 传递函数 $G(s) = \dfrac{Y(S)}{X(S)} = \dfrac{1}{T_I s}$
- 比例积分调节 $y_O = K_P(e + \dfrac{1}{T_I}\int_0^t edt)$

传递函数 $G(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = K_P(1 + \dfrac{1}{T_I s})$

回顾-调节器原理概述

- **微分调节** $y_O = T_D \dfrac{de}{dt}$ **传递函数** $G(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = T_D s$

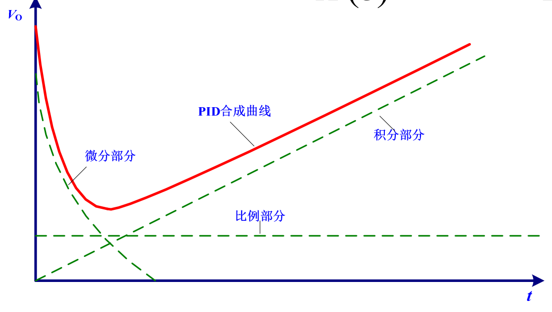
- **比例微分调节** $y_O = K_P(e + T_D \dfrac{de}{dt})$

传递函数 $G(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = K_P(1 + T_D s)$

回顾-调节器原理概述

比例积分微分调节 $y_O = K_P(e + \dfrac{1}{T_I}\int_0^t edt + T_D \dfrac{de}{dt})$

传递函数 $G(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = K_P(1 + \dfrac{1}{T_I s} + T_D s)$



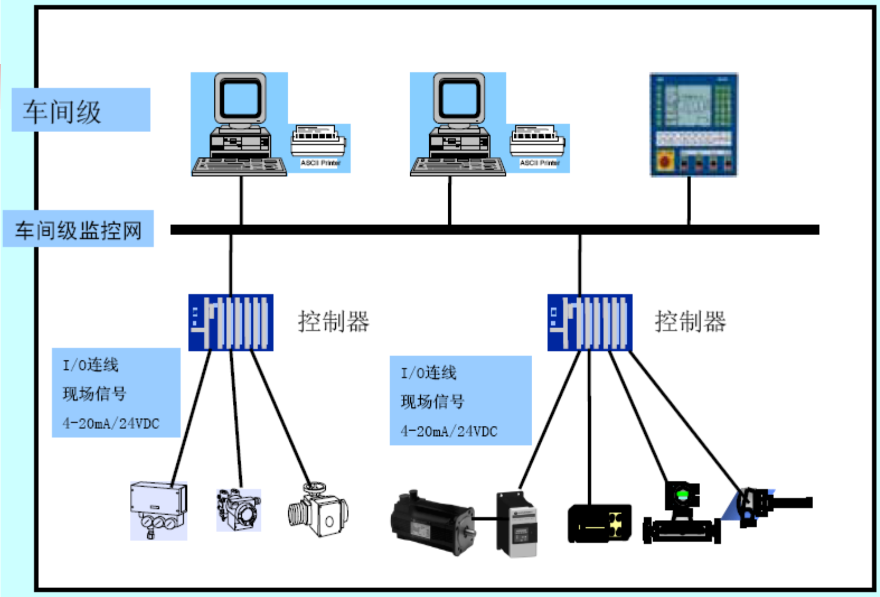
回顾-算法总结

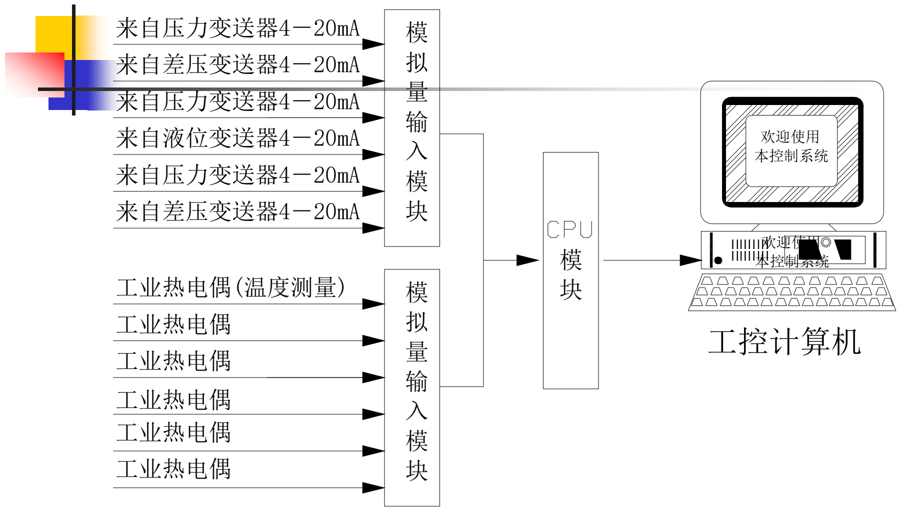
- P—控制系统的响应快速性—现在

（现在就起作用：检测到水位偏差信号后，阀门有一个成比例的开度）

- I—控制系统的准确性，消除过去积累误差—过去（清除先前错误，检测到水位偏差信号后逐渐打开阀门）
- D—控制系统的稳定性，有超前作用—将来（提前预计控制）

传统方式：现场级设备与控制器之间连接采用一对一所谓I/O接线方式，传递4-20mA或24VDC信号。




来自压力变送器4－20mA
来自差压变送器4－20mA
来自压力变送器4－20mA
来自液位变送器4－20mA
来自压力变送器4－20mA
来自差压变送器4－20mA
模拟量输入模块
工业热电偶(温度测量)
工业热电偶
工业热电偶
工业热电偶
工业热电偶
工业热电偶
模拟量输入模块
CPU模块
欢迎使用本控制系统
工控计算机

常规仪表控制室外观

DCS 控制室外观

第二章调节器

主要内容：

2.1 控制系统及其性能

2.2 调节器的调节规律

2.3 PID运算电路

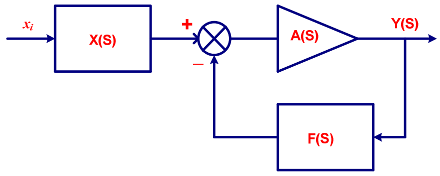
2.4 PID 调节器的阶跃响应和频率特性

2.5 PID 调节器的完整结构

2.6 数字控制算法

2.3 PID运算电路

高精度传函的实现



负反馈放大器输出表达式：

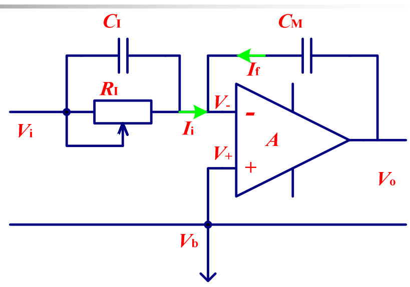
$$W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{A(s)X(s)}{1+A(s)F(s)}$$

当 $A(s)F(s)>>1$ $\qquad W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{X(s)}{F(s)}$

结论：简化后传递函数完全由输入回路和反馈回路的内容决定---与运放本身无关

2.3 PID运算电路

比例积分PI运算电路



近似分析

基本条件： $V_+-V_-=\frac{V_o}{A}\approx 0$ $\quad V_+\approx V_-$ $\quad I_+=I_-=0$

电流平衡方程: $I_i+I_f=0$ $\quad I_i=\frac{V_i}{R_I}+C_I\frac{dV_i}{dt}$ $\quad I_f=C_M\frac{dV_o}{dt}$

2.3 PID运算电路

代入电流平衡方程

$$\frac{V_i}{R_I}+C_I\frac{dV_i}{dt}+C_M\frac{dV_o}{dt}=0$$

解出输出表达式

$$V_o=-\frac{C_I}{C_M}(V_i+\frac{1}{R_I C_I}\int_0^t V_i dt)$$

相当于 P、I 两部分作用

比例部分: $-\frac{C_I}{C_M}V_i$ **积分部分:** $-\frac{C_I}{C_M}\frac{1}{T_I}\int_0^t V_i dt$

其中 积分时间: $T_I=R_I C_I$

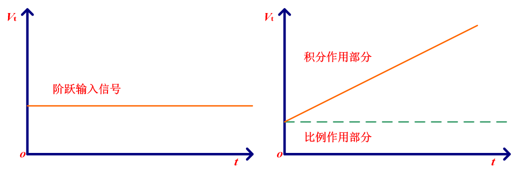
响应分析结论:

T_I 值大， 积分曲线上升缓慢；值小，积分曲线上升快。

2.3 PID运算电路

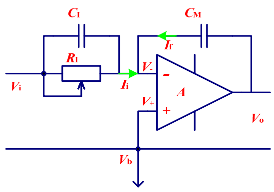
阶跃响应分析

理想输入输出曲线



$$V_+-V_-=\frac{V_o}{A}\neq 0 \quad V_+\neq V_-$$

精确关系分析（利用基尔霍夫第一定律及拉氏变换式）



$$\frac{V_i(s)-V_-(s)}{R_I}+\frac{V_i(s)-V_-(s)}{1/C_I s}+\frac{V_o(s)-V_-(s)}{1/C_M s}=0$$

另有关系式:

$$V_o(s)=-AV_-(s)$$

2.3 PID运算电路

输出表达式推导

得： $V_-(s) = -\dfrac{V_o(s)}{A}$ $\qquad \dfrac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\dfrac{1+R_IC_Is}{\dfrac{1}{A}+(\dfrac{R_IC_I+R_IC_M}{A}+R_IC_M)s}$

A 很大时， $\dfrac{R_IC_I+R_IC_M}{A} \langle\langle R_IC_M$

可化简为 $$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{C_I}{C_M}\frac{1+1/R_IC_Is}{1+1/AR_IC_Ms} \quad (2\text{-}10)$$

2.3 PID运算电路

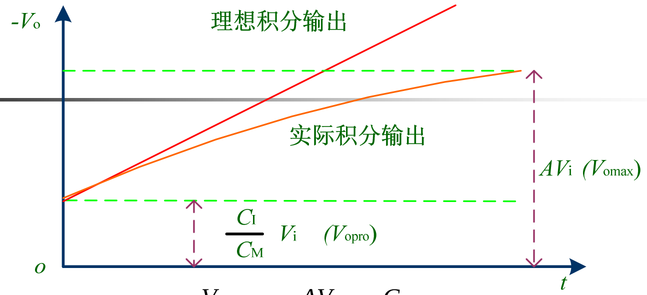
时域表达式 $$V_o(t) = L^{-1}[V_o(s)] = -\left[\frac{C_I}{C_M}+(A-\frac{C_I}{C_M})(1-e^{\frac{t}{-AR_IC_M}})\right]V_i$$

$$V_0(t\to\infty) = -AV_i$$

$t << AR_IC_M$ 时，泰勒级数后简化指数项分析

$$V_o(t) = -\left[\frac{C_I}{C_M}+(A-\frac{C_I}{C_M})\frac{t}{AR_IC_M}\right]V_i$$

$A >> \dfrac{C_I}{C_M}$ 时 $\quad V_o(t) = -(\dfrac{C_I}{C_M}+\dfrac{t}{R_IC_M})V_i = -\dfrac{C_I}{C_M}V_i - \dfrac{t}{R_IC_I}V_i$



总结： 积分增益 $K_i = \dfrac{V_{o\max}}{V_{opro}} = \dfrac{AV_i}{\dfrac{C_I}{C_M}V_i} = \dfrac{C_M}{C_I}A$ $\quad T_i = R_I C_I$

结论： **K_i与放大系数A成正比，K_i越大，调节静差越小。**

公式（2-10） $\dfrac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\dfrac{C_I}{C_M}\dfrac{1+1/R_I C_I s}{1+1/AR_I C_M s}$ $\quad \dfrac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\dfrac{C_I}{C_M}\dfrac{1+1/T_i s}{1+1/K_i T_i s}$

注： 工程应用： 比例度 $P = \dfrac{V_i/V_{iM}}{V_o/V_{oM}} \times 100\% = \dfrac{C_M}{C_I} \times \dfrac{V_{oM}}{V_{iM}} \times 100\%$

比例度与比例增益成反比关系

2.3 PID运算电路

积分增益： 使用积分增益 K_i 分析调节作用：

$$K_i = \frac{y(\infty)}{y(0)} = \frac{V_{o最大}}{V_{比例}} = \frac{AV_i}{\dfrac{C_I}{C_M}V_i} = \frac{C_M}{C_I}A$$

作为衡量积分消除静差的参考

$$K_i = \frac{C_M}{C_I}A \qquad T_I = R_I C_I$$

代入传递函数表达式 $\dfrac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\dfrac{C_I}{C_M}\dfrac{1+1/R_I C_I s}{1+1/AR_I C_M s}$

$$W(S) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{C_I}{C_M}\frac{1+1/T_I s}{1+1/K_i T_I s} = -K_P\frac{1+1/T_I s}{1+1/K_i T_I s}$$

2.3 PID运算电路

1．比例带

一般表达式：
$$\delta = \frac{\dfrac{e}{x_{\max} - x_{\min}}}{\dfrac{y}{y_{\max} - y_{\min}}} \times 100\%$$

单元组合仪表中有 $\delta = \dfrac{e}{y} = \dfrac{1}{K_P} \times 100\%$

2.3 PID运算电路

积分增益： $K_I = \dfrac{y(\infty)}{y(0)}$ PI输出变化终值与输出变化初值之比

稳态增益： $K = \dfrac{y(\infty)}{e} = K_P K_I$ PI比例增益与积分增益的乘积

控制点偏差：PI稳定时测量值与给定值之间存在的偏差。

满量程时控制点偏差最大，表示为： $e_{\max} = \dfrac{y_{\max} - y_{\min}}{K_P K_I}$

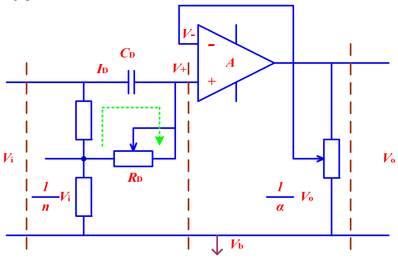
调节精度：输入、输出量程相等时的最大控制点偏差

$$\Delta = \frac{e_{\max}}{x_{\max} - x_{\min}} \times 100\% = \frac{\dfrac{y_{\max} - y_{\min}}{K_P K_I}}{y_{\max} - y_{\min}} \times 100\% = \frac{1}{K_P K_I} \times 100\%$$

2.3 PID运算电路

比例微分运算电路

PD运算电路



$$V_+(s)=\frac{1}{n}V_i(s)+I_D(s)R_D$$

$$I_D(s)=\frac{\frac{n-1}{n}V_i(s)}{R_D+\frac{1}{C_Ds}}=\frac{n-1}{n}\frac{C_Ds}{1+R_DC_Ds}V_i(s)$$

2.3 PID运算电路

$$V_+(s)=\frac{1+nR_DC_Ds}{1+R_DC_Ds}\cdot\frac{1}{n}\cdot V_i(s)$$

阶跃输入时的拉氏反变换 $V_+(t)=\frac{1}{n}\left[1+(n-1)e^{-\frac{t}{R_DC_D}}\right]V_i$ (2-15)

$\frac{1}{n}V_i$ 反映了比例项，$\frac{n-1}{n}e^{-\frac{t}{R_DC_D}}V_i$ 反映了微分项

2.3 PID运算电路

加入运放电路后的输出表达式推导

$$V_o(s) = \alpha V_+(s)$$

$$V_o(s) = \alpha V_+(s) = \frac{\alpha}{n}\frac{1+nR_DC_Ds}{1+R_DC_Ds}V_i(s)$$

2.3 PID运算电路

令 $K_D = n$ ， $T_D = nR_DC_D$

$$V_o(s) = \frac{\alpha}{n}\frac{1+T_Ds}{1+\frac{T_D}{K_D}s}V_i(s)$$

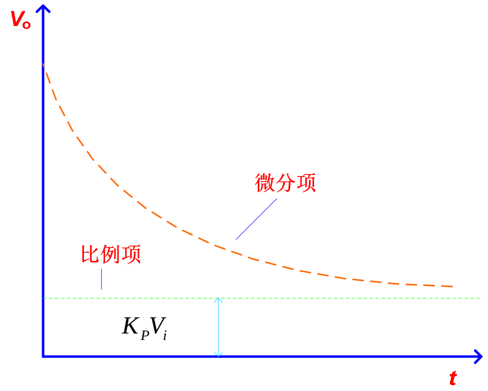
$$K_P = \frac{\alpha}{n}$$

$$V_o(s) = K_P\frac{1+T_Ds}{1+\frac{T_D}{K_D}s}V_i(s)$$

$$W(S) == K_P\frac{1+T_Ds}{1+\frac{T_D}{K_D}s}$$

$$V_o(t) = K_P\left[1+(K_D-1)e^{-\frac{K_D}{T_D}t}\right]V_i$$

2.3 PID运算电路



2.3 PID运算电路

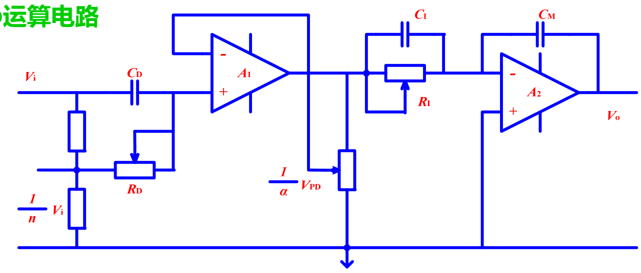
微分增益

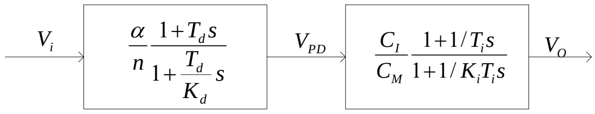
PD输出初值与终值之比 $$K_D = \frac{y(0)}{y(\infty)}$$

微分增益的意义：对于输入偏差变化的反应能力。

2.3 PID运算电路

PID运算电路





2.3 PID运算电路

两环节串联相当于两环节相乘

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)}=\frac{-\alpha}{n}\frac{1+T_D s}{1+\frac{T_D}{K_D}s}\cdot\frac{C_I}{C_M}\frac{1+1/T_I s}{1+1/K_I T_I s}=\frac{-\alpha}{n}\frac{C_I}{C_M}\frac{1+\frac{T_D}{T_I}+\frac{1}{T_I s}+T_D s}{1+\frac{T_D}{K_D K_I T_I}+\frac{1}{K_I T_I s}+\frac{T_D}{K_D}s}$$

$$W(S)=\frac{-\alpha}{n}\frac{C_I}{C_M}\frac{1+\frac{T_D}{T_I}+\frac{1}{T_I s}+T_D s}{1+\frac{T_D}{K_D K_I T_I}+\frac{1}{K_I T_I s}+\frac{T_D}{K_D}s}$$

2.3 PID运算电路

$$\frac{T_D}{K_D K_I T_I} << 1 \qquad F = 1 + \frac{T_D}{T_I} \qquad P = \frac{n}{\alpha}\frac{C_M}{C_I}$$

$$W(S) = -\frac{F}{P}\frac{1 + \frac{1}{FT_I s} + \frac{T_D}{F}s}{1 + \frac{1}{K_I T_I s} + \frac{T_D}{K_D}s}$$

引入 *F* 干扰系数得表达式

$$W(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{F}{P}(1 + \frac{1}{FT_I s} + \frac{T_D}{F}s)$$

忽略限制项得表达式

2.3 PID运算电路

实际PID调节规律 $W(S) = -\frac{F}{P}\left(1 + \frac{1}{FT_I s} + \frac{T_D}{F}s\right)$

令 $P^* = \frac{P}{F}$

$$T_D^{'} = \frac{T_D}{F}, T_I^{'} = FT_I$$

$$W(S) = -\frac{1}{P}\left(1 + \frac{1}{T_I' s} + T_D' s\right)$$

其中P称为调节器的比例度

2.4 PID 调节器的频率特性

$$W(S) = -\frac{F}{P}\frac{1+\frac{1}{FT_I s}+\frac{T_D}{F}s}{1+\frac{1}{K_I T_I s}+\frac{T_D}{K_D}s}$$

$F=1$

$$W(S) = -\frac{1}{P}\frac{1+\frac{1}{T_I s}+T_D s}{1+\frac{1}{K_I T_I s}+\frac{T_D}{K_D}s}$$

***s=jw*,两边取对数乘以20，求其对数幅频特性**

2.4 PID 调节器的频率特性

幅频特性

$$L(\omega) = 20\lg|W(j\omega)| = 20\lg\frac{1}{P} + 20\lg\sqrt{1+(T_D\omega - \frac{1}{T_I\omega})^2} - 20\lg\sqrt{1+(\frac{T_D\omega}{K_D} - \frac{1}{K_I T_I\omega})^2}$$

低频段，条件： $T_D\omega << 1$

$$L(\omega) \approx 20\lg\frac{1}{P} + 20\lg\sqrt{1+(\frac{1}{T_I\omega})^2} - 20\lg\sqrt{1+(\frac{1}{K_I T_I\omega})^2}$$

(1) 当频率很低 $\omega \le \frac{1}{K_i T_i}$ $L(\omega) \approx 20\lg\frac{1}{P} + 20\lg\frac{1}{T_I\omega} - 20\lg(\frac{1}{K_I T_I\omega})$

有： $L(\omega) = 20\lg\frac{1}{P} + 20\lg K_I$

$L(\omega)$ **为常数---对数幅频特性为水平直线**

2.4 PID 调节器的频率特性

(2) 当频率变化至 $\frac{1}{T_I} >> \omega >> \frac{1}{K_I T_I}$ $L(\omega) \approx 20\lg\frac{1}{P} + 20\lg\frac{1}{T_I\omega}$

有：$L(\omega) = 20\lg\frac{1}{P} - 20\lg T_I\omega$

$L(\omega)$ 为斜线---以十倍频程20分贝下降

(3) 当 $\omega > \frac{1}{T_I}$ 仍可忽略微分项作用，有：$L(\omega) \approx 20\lg\frac{1}{P}$

为一条幅值较低水平直线

2.4 PID 调节器的频率特性

当 $\frac{1}{\omega T_I} << 1$ 为高频可忽略积分项作用

$$L(\omega) \approx 20\lg\frac{1}{P} + 20\lg\sqrt{1+(T_D\omega)^2} - 20\lg\sqrt{1+(\frac{T_D}{K_D}\omega)^2}$$

(4) $\frac{K_D}{T_D} >> \omega >> \frac{1}{T_D}$ $L(\omega) \approx 20\lg\frac{1}{P} + 20\lg(T_D\omega)$

以十倍频程20分贝上升直线

(5) 当频率很高 $\omega >> \frac{K_D}{T_D}$ $K_D = n$ $n = 5 \sim 10$

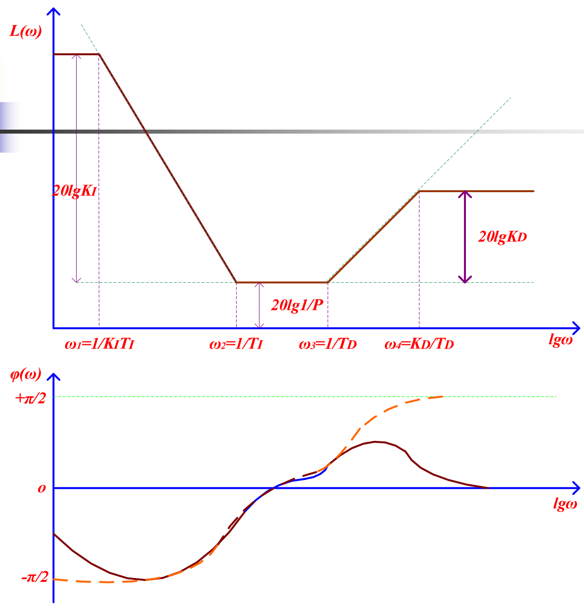
有：$L(\omega) \approx 20\lg\frac{1}{P} + 20\lg(T_D\omega) - 20\lg(\frac{T_D}{K_D}\omega) = 20\lg\frac{1}{P} + 20\lg K_D$

为幅值较高水平直线

2.4 PID 调节器的频率特性

(6) $\omega << \dfrac{1}{T_D}$ $\qquad L(\omega) \approx 20\lg\dfrac{1}{P}$

与频率无关的水平线。它在 $\omega = \dfrac{1}{T_D}$ 和 $\omega = \dfrac{1}{T_I}$ 处分别与幅频特性的上升段和下降段相接。



小结

1PI运算电路、PD运算电路、PID运算电路
2 PID 调节器的阶跃响应和频率特性

作业

P 101: 2-1,2-3

谢谢！