UNIDAD 3: Estimación de parámetros
TRABAJO PRÁCTICO –Parte I

1. a) Considere una muestra de tamaño n extraída de una población: i) Geométrica y ii) Exponencial Para cada una de ellas obtenga el estimador de máxima verosimilitud del parámetro correspondiente.
b) Considere una muestra de tamaño n extraída de una población Poisson: obtenga el estimador de máxima verosimilitud del parámetro y pruebe que es insesgado y consistente.

2. Una muestra aleatoria de ***n*** observaciones tomadas de una población normal con σ(x) = 4 arroja como resultado una media igual a 33.
a) ¿La media de 33 obtenida es una media muestral $\bar{x}$ o una media poblacional μ?
b) ¿La media de 33 obtenida es un parámetro, un estimador o una estimación?
c) Si la media poblacional es μ = 34 cuál es valor del error de muestreo?
d) Obtenga la estimación de μ mediante intervalos del 95% de confianza cuando:
   i. ***n*** = 5
   ii. ***n*** = 15
   iii. ***n*** = 25

La expresión para calcular los intervalos de confianza es:

$$\bar{x}_{obs} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma(x)}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x}_{obs} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma(x)}{\sqrt{n}}$$

e) Verifique que la ***precisión*** de los intervalos obtenidos es la siguiente:

n	5	15	25
precisión	3,506	2,024	1,568

f) Teniendo en cuenta los incisos anteriores, analizar qué ocurre con la ***precisión*** de la estimación a medida que aumenta el tamaño la muestra.
g) Indique si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: en cualquiera de los intervalos hay un 95% de confianza que el ***Error*** es como máximo igual a la precisión.

3. Una muestra aleatoria de 25 mediciones tomadas de una población **normal** arroja como resultado una media igual a 300. Halle un intervalo del 95% de confianza para la media poblacional cuando
a) σ(x) = 20 b) σ(x) = 40 c) σ(x) = 80
e) Teniendo en cuenta los incisos anteriores, analizar qué ocurre con la ***precisión*** de la estimación a medida que aumenta σ(x).

4. El diámetro de las varillas de una caja de cambios tiene una distribución normal con un desvío estándar σ = 1,5 mm. Se seleccionó al azar 16 varillas y resultó una media de 20 mm.
a) Verifique que el intervalo del 90% de confianza para la media es: 19,38 ≤ μ ≤ 20,61.
b) La siguiente tabla presenta los intervalos de confianza del 90%, 95% y 99% de confianza para la media y sus amplitudes. Indique que ocurre con la precisión de los intervalos a medida que aumenta el nivel de confianza:

Nivel de Confianza	***li***	***ls***	**amplitud**
90%	19,383125	20,616875	1,23375
95%	19,265	20,735	1,47
99%	19,03625	20,96375	1,9275

5. En relación a la precisión de la estimación (amplitud del intervalo), completar las siguientes afirmaciones de modo que resulten verdaderas:

a) Si ***n*** y σ son fijos, entonces a medida que aumenta el ***nivel de confianza*** . . . . la precisión.
b) Si σ y el ***nivel de confianza*** son fijos, a medida que aumenta el tamaño de la muestra ***n*** . . . . la precisión.
c) Si ***n*** y el ***nivel de confianza*** son fijos, a medida que aumenta el desvío estándar poblacional σ, ... la precisión.

6. Responda las siguientes preguntas:

a) Suponga que ud. es el jefe de personal y le corresponde recomendar el ascenso de un empleado a su cargo. ¿qué error cometería (si ha habido alguno) si:
   - i La hipótesis de que está capacitado (H_0) se acepta erróneamente.
   - ii La hipótesis de que está capacitado se rechaza erróneamente.
   - iii La hipótesis de que está capacitado se acepta correctamente.
   - iv La hipótesis de que está capacitado se rechaza correctamente.
b) Indique las probabilidades de cada uno de los incisos del punto anterior. ¿Qué inciso del punto anterior tiene una probabilidad igual a la potencia de la prueba?
c) En los siguientes ítems se da H_0,α, valor *p* y estado real, es decir, cómo es en verdad la realidad. Señale la decisión que se debe tomar de acuerdo al valor p y el tipo de error cometido, si ha habido alguno.
   - i. H_0: $\sigma^2(x) = 4$, α=0,05, valor p=0,03. Estado real: H_0 verdadera.
   - ii. H_0: μ= 500, α=0,05, valor p=0,04. Estado real: H_0 falsa.
   - iii. H_0: p = 0,4, α=0,01, valor p=0,10. Estado real: H_0 falsa.
   - iv. H_0: μ= 1000, α=0,01, valor p=0,006. Estado real: H_0 falsa

7. En el desarrollo de fármacos para hacer dormir se busca que induzcan al sueño a la mayor proporción posible de personas. Un investigador afirma que ha creado un medicamento que induce al sueño al menos al 80% de la gente que padece insomnio. Para estudiar su hipótesis se administrará el medicamento a 20 personas elegidas aleatoriamente y observaremos X: número de individuos en los que el medicamento induce al sueño.
Deseamos poner a prueba las siguientes hipótesis nula y alternativa adecuadas a esta situación:

$$H_0: p=0,8 \quad \text{vs} \quad H_1: p<0,8$$

Suponga que se usa la siguiente región de rechazo $\{ x \leq 12 \}$.

a) Formule el error tipo I en el contexto de este problema.
b) Para la Región de Rechazo propuesta encuentre el valor de α.
c) Formule el error tipo II en el contexto de este problema.
d) Encuentre β cuando *p*=0,6; p=0,5; p=0,4. Comente que ocurre con β a medida que el verdadero valor del parámetro se aleja del valor hipotético.
e) Defina la RR= $\{ x \leq c \}$ tal que $\alpha \approx 0,01$.
f) Encuentre β cuando p=0,6; p=0,5; p=0,4 para la RR del inciso e. Comente que ocurre con β a medida que el verdadero valor del parámetro se aleja del valor hipotético.
g) Considere n = 40:
   - Defina la RR= $\{y \leq c\}$ tal que $\alpha \approx 0,01$.
   - Encuentre β cuando p=0,6 para la RR anterior.
   - Compare el valor de β con el hallado en inciso f. Comente que ocurre con β si se mantiene fijo α y se aumenta el tamaño de la muestra.

8. Un torno automático produce una pieza cuya longitud es una variable aleatoria que se distribuye normal con **$\sigma(x)$=0,12 mm**. Si está bien ajustado, la media es de **20 mm**; pero, cuando la herramienta adopta una posición incorrecta, dicho promedio se altera. Ante cualquier alteración la posición de la herramienta debe ser ajustada. En un control se toma una muestra aleatoria de **9 piezas** de la producción de la que se obtuvo **$\bar{x}$ =20,04 mm.**

a) Enuncie simbólica y coloquialmente las hipótesis: nula y alternativa.

b) A un nivel de significación del **5%** ¿Cuál sería su conclusión? Desarrolle la prueba justificando la distribución de la variable pivotal y expresando la Regla de Decisión en términos del estimador ($\bar{x}$). **Grafique**.

c) Si el torno esta desajustado, produciendo la pieza con una longitud media de **19,95 mm**. e igual desvío: ¿Cuál sería la probabilidad de **no** efectuar el ajuste?: **Represente la probabilidad hallada**.

d) Entre las siguientes opciones, marque *con una cruz* el suceso cuya probabilidad fue calculada en el inciso c).

cometer			
Error tipo 1		Error tipo 2	

NO cometer			
Error tipo 1		Error tipo 2	

e) Calcule la **potencia** de la prueba. **Interprete**.

9. Se supone que la resistencia al rompimiento de una fibra textil tiene una distribución normal con un desvío estándar de 4,08 psi (libra-fuerza por pulgada cuadrada). El proceso de fabricación está bajo control si la resistencia media al rompimiento es igual al valor de 150 psi. Para controlar el proceso, periódicamente se toma una muestra al azar de 16 fibras y si la media muestral es muy diferente se considera que el proceso está fuera de control y debe ser ajustado.

a) Enuncie coloquial y simbólicamente la hipótesis nula y alternativa adecuada.

b) A un nivel de significación del 5%, exprese la región de rechazo/no rechazo y la regla de decisión en términos del estimador. Represente gráficamente.

c) Si la muestra arrojó una media de 152,18 psi. Debe reajustarse el proceso de fabricación?

d) Calcule un intervalo del 95% de confianza para la resistencia media de rompimiento. Interprete y concluya teniendo en cuenta el inciso c)

e) Si el proceso de fabricación no está bajo control, produciendo fibras con una resistencia media de 153 psi (igual desvío) ¿Cuál es la probabilidad de no efectuar el ajuste?

f) Calcule la potencia de la prueba correspondiente a μ=153. Interprete.

10. El número de accidentes automovilísticos registrados diariamente en una ciudad, medido en un período de 100 días, se muestra a continuación

N° de accidentes	0	1	2	3	4	5	6
N° de días	19	26	26	15	9	4	1

a) Determine la frecuencia teórica del número de días suponiendo que la variable número de accidentes presenta una distribución de Poisson.

b) Realice la prueba de bondad de ajuste correspondiente y concluya con un α=0,05

11. Para estudiar la dependencia entre la práctica de algún deporte y el estado de ánimo, se seleccionó una muestra aleatoria de 100 jóvenes, con los siguientes resultados:

	Sin depresión	Con depresión
Deportista	38	9
No deportista	31	22

a) Calcule la tabla de frecuencias relativas condicionales por fila.
b) Construya el gráfico para las frecuencias relativas condicionales por fila.
c) Intuitivamente a partir de a) y b) le parece que hay asociación entre las variables en cuestión?
d) Realice la prueba de hipótesis no paramétrica qué le permita concluir respecto a la relación entre la actividad del sujeto y su estado de ánimo?

12. Para comparar las cualidades de dos procesos de fabricación se seleccionan al azar 100 unidades de la producción obtenida por cada proceso, obteniendo

Proceso	No defectuosas	Defectuosas
A	94	6
B	90	10

¿Qué conclusiones pueden extraerse de los datos? Plantee la prueba de hipótesis apropiada para esta problemática.