UNIDAD 2: Distribuciones de Probabilidad
TRABAJO PRÁCTICO

1) Se lanza un dado repetidas veces, y considere éxito si sale el 5 o el 6. (Para cada inciso, defina la variable a utilizar y su distribución de probabilidad)
   a) Si el dado se lanza 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener por lo menos 2 éxitos?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de tener que lanzar el dado 15 veces hasta obtener el 3º éxito?
   c) ¿Cuál es el número medio de lanzamientos necesarios hasta la obtención del 1º éxito?

2) En un departamento de control de calidad se inspeccionan las unidades terminadas que provienen de una línea de ensamble. Suponga que el 25% de las unidades resultan defectuosas.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que en la décima unidad inspeccionada se encuentre la segunda defectuosa?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que la tercera unidad inspeccionada resulte ser la primera defectuosa?

3) Un embarque de 12 televisores contiene 3 aparatos defectuosos.
   Un hotel compra 5 de esos televisores.
   a) Defina la variable y su distribución de probabilidad.
   b) Exprese la función de cuantía y la distribución probabilidad acumulada.
   c) ¿Cuál es la probabilidad de recibir al menos 2 aparatos defectuosos?
   d) ¿Cuál es el número esperado de televisores defectuosos en la compra?

4) Suponga que una clase consiste de 10 varones y 15 mujeres, y que se selecciona al azar un grupo de 5 estudiantes de la clase. Sea X: número de varones seleccionados.
   a) Indique la distribución de la variable y sus parámetros.
   b) Exprese la función de cuantía y la distribución de probabilidad acumulada. Represente gráficamente.
   c) Calcule e interprete $P(1 \leq X < 3)$. Represente gráficamente.
   d) Calcule e interprete E(X). Calcule la V(X).
   e) Suponga que de un gran colegio que contiene 1000 varones y 1500 mujeres se selecciona al azar un grupo 5 estudiantes de la clase. Sea X el número de varones seleccionados
      i. Indique la distribución de la variable y sus parámetros.
      ii. Calcule $P(1 \leq X < 3)$
      iii. Calcule e interprete E(X). Calcule la V(X).

5) La cantidad de interferencias en un sistema eléctrico sigue una ley de Poisson con una media de 2 interferencias por día.
   Para cada inciso defina convenientemente la variable a utilizar y su distribución de probabilidad.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día elegido al azar haya más de 5 interferencias?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya a lo sumo 2 interferencias en el transcurso de tres días consecutivos elegidos al azar?

c) A partir de un momento aleatoriamente escogido, ¿cuál es la probabilidad de que transcurran entre 1 y 3 días hasta la ocurrencia de alguna interferencia?

6) En promedio se reciben 6 solicitudes por hora en un departamento de reparación de maquinarias. Considerando que la cantidad de solicitudes recibidas tiene una distribución Poisson:
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que en 15 minutos no se reciba ninguna solicitud? (Defina la variable y su distribución)
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que en media hora se reciban 2 o 3 solicitudes? (Defina la variable y su distribución)
   c) ¿Cuál es la probabilidad de que en las próximas tres horas se reciban más de 15 solicitudes?
   d) A partir de un determinado momento, cuál es la probabilidad de que transcurran más de 20 minutos hasta la llegada de la próxima solicitud? (Defina la variable "tiempo" y su distribución de probabilidad)

7) La cantidad de buques que llegan cada día a cierta refinería tiene una distribución de Poisson con parámetro λ=2. Las actuales instalaciones portuarias pueden despachar tres buques al día. Si llegan más de tres buques en un día, los que están en exceso deben enviarse a otro puerto.
   a) En un día elegido al azar, ¿cuál es la probabilidad de tener que enviar buques a otro puerto?
   b) ¿Cuál es la cantidad esperada de buques atendidos diariamente?
   c) ¿Cuál es la cantidad esperada de buques enviados diariamente a otro puerto?
   d) Considere la variable T: tiempo transcurrido hasta la llegada de un buque (a partir de la llegada anterior)
      d_1) Defina la distribución de T y exprese su función de densidad.
      d_2) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran entre 1 y 2 días hasta la llegada del próximo buque? Represente gráficamente el suceso y la probabilidad.

8) La cantidad de polvo en la atmósfera se distribuye según una ley de Poisson con 0,1 partículas por mm^3 ¿Cuál es la probabilidad de que al examinar un cm^3 de aire se encuentre entre 85 y 112 partículas de polvo inclusive?

9) En la fabricación de petróleo, la temperatura de destilación del aceite (X, en grados centígrados) es crucial para determinar la calidad del producto final. Supongamos que X se considera como una variable aleatoria distribuida según la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{150} & 150 < x < 300 \\ 0 & \forall\ otro\ valor\ de\ x \end{cases}$$

   a) Grafique f(x). Calcule F(x) y grafique.
   b) Calcule la esperanza e interprete. Calcule la variancia y el desvío estándar.
   c) Calcule x_0 tal que $P(X < x_0) = 0{,}3$. Interprete. Represente en ambos gráficos.
   d) Verifique la cota de Tchebycheff para k=1,5.

10) La resistencia (en mm.) de probetas de un determinado material cuando son sometidas a cargas de 1 tn., viene dada por una variable aleatoria X con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} x & si\ \ 0 \le x \le 1 \\ 2 - x & si\ 1 < x\ \le 2 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Verificar que realmente se trata de una función de densidad.
b) Calcular $P(0,5 < X < 1,5)$ y representar gráficamente.
c) Ese material se encuentra en estado ideal de resistencia si ésta se encuentra entre 0,5 y 1,5. Si se considera una muestra de 10 probetas seleccionadas al azar, cuál es la probabilidad de que al menos el 90% de ellas tengan resistencia ideal?
d) Si se seleccionan probetas de ese material al azar, cuál es el número medio de extracciones hasta encontrar una que no cumple con las especificaciones?

11) El tiempo que transcurre entre dos llamadas consecutivas a cierto teléfono sigue una distribución exponencial con una media igual a 5 minutos.

a) Exprese y represente gráficamente la función de densidad de la variable.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran más de 4 minutos entre dos llamadas consecutivas? Represente gráficamente la probabilidad.
c) ¿Cuál es la probabilidad de que en un intervalo de 10 minutos lleguen exactamente 3 llamadas? Represente gráficamente la probabilidad.
d) ¿Cuál es la probabilidad de que en un intervalo de 1 (una) hora lleguen más de 10 llamadas?

12) Demostrar que la media y la varianza de la distribución uniforme están dadas respectivamente por $\mu=(a+b)/2$ y $\sigma^2=(b-a)^2/12$