



사각형

단원 개관

수직과 평행, 여러 가지 사각형은 건축의 조형미와 예술을 표현하는 데 중요한 요소로서 일상생활에서 쉽게 접할 수 있다. 이번 단원에서는 2~4학년에서 배운 사각형과 선분, 직선, 각, 평면도형에 대한 이해를 바탕으로 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형과 정사각형의 성질을 학습하게 된다. 여러 건축물들을 살펴보고 그 속에서 수직과 평행, 여러 가지 사각형을 찾아보는 활동을 통해 수학에 흥미를 갖게 하고, 삼각자와 각도기를 사용해 수선과 평행선을 그어 보고, 평행선 사이의 거리를 재어 보도록 함으로써 여러 가지 모양의 사각형을 정의하는 데 기초 개념이 되는 수직과 평행을 이해하게 한다.

여러 가지 기준에 따라 사각형을 분류하고 이름을 지어 보는 활동을 통해 도형의 정의에 대해 학생 스스로 생각하도록 하고, 구체적인 조작 활동을 하면서 여러 가지 사각형의 성질을 귀납적으로 추론하게 한다. 특히, 수직과 평행, 여러 가지 사각형을 디자인에 적용하도록 함으로써 수학의 아름다움과 유용성을 깨달을 수 있게 한다.

수학 속으로

이전에 배운 사각형, 선분과 직선, 각과 평면도형을 이해하고, 이를 바탕으로 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형과 정사각형의 성질을 학습한다.

배움 속으로

직각이나 서로 만나지 않는 직선을 찾는 활동을 통해 수직과 평행 관계를 이해하고, 사각형을 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형 등으로 분류해 보면서 사각형의 성질을 이해하게 된다.

사각형

가르침 속으로

여러 가지 사각형의 성질은 간단한 것만 다루고, 여러 가지 사각형 사이의 관계는 다루지 않는다. 즉, 정사각형을 직사각형으로 인식하는 것은 정사각형도 '네 각이 모두 직각이기 때문에'라는 직사각형의 정의에 따르도록 한다.

생활 속으로

수직과 평행, 사각형이 건축의 조형미와 예술을 표현하는 데 필요한 요소임을 알게 하고, 수직과 평행을 활용하여 디자인하는 활동을 통해 수학의 유용성을 깨닫고 수학에 흥미를 가질 수 있게 한다.

단원 학습 계열

선수 학습

- 원, 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형의 의미와 특징 알아보기 (2-1, 2. 여러 가지 도형)
- 선분과 직선, 각과 평면도형 알아보기 (3-1, 2. 평면도형)
- 각도를 알고 예각과 둔각 구별하고 이해하기 (4-1, 2. 각도)

본학습

- 수직과 수선 알아보기, 수선 긋기
- 평행과 평행선 알아보기
- 평행선을 긋고 평행선 사이의 거리 알아보기
- 사다리꼴 알아보기
- 평행사변형 알아보기
- 마름모 알아보기
- 직사각형과 정사각형 알아보기

후속 학습

- 다각형과 정다각형 알아보기
- 대각선 알아보기
- 여러 가지 모양 만들기 (4-2, 6. 다각형)
- 직육면체와 정육면체의 성질 알아보기 (5-2-5. 직육면체)

2015 개정 수학과 교육과정	
성취 기준	<p>[4수02-03] 교실 및 생활 주변에서 직각인 곳이나 서로 만나지 않는 직선을 찾는 활동을 통하여 직선의 수직 관계와 평행 관계를 이해한다.</p> <p>[4수02-10] 여러 가지 모양의 사각형에 대한 분류 활동을 통하여 직사각형, 정사각형, 사다리꼴, 평행 사변형, 마름모를 알고, 그 성질을 이해한다.</p>

[교수·학습 방법 및 유의 사항]

- 여러 가지 사각형을 이름 짓는 활동을 통하여 각 도형의 정의에 대해서 학생들 스스로 사고하게 한다.
- 여러 가지 사각형의 성질은 구체적인 조작 활동을 통하여 간단한 것만 다루고, 여러 가지 사각형 사이의 관계는 다루지 않는다.
- 도형 영역의 문제 상황에 적합한 문제 해결 전략을 지도하고, 문제 해결 과정을 설명하게 하여 문제 해결 능력을 기르게 한다.

교과 역량

문 문제 해결

추 추론

창 창의·융합

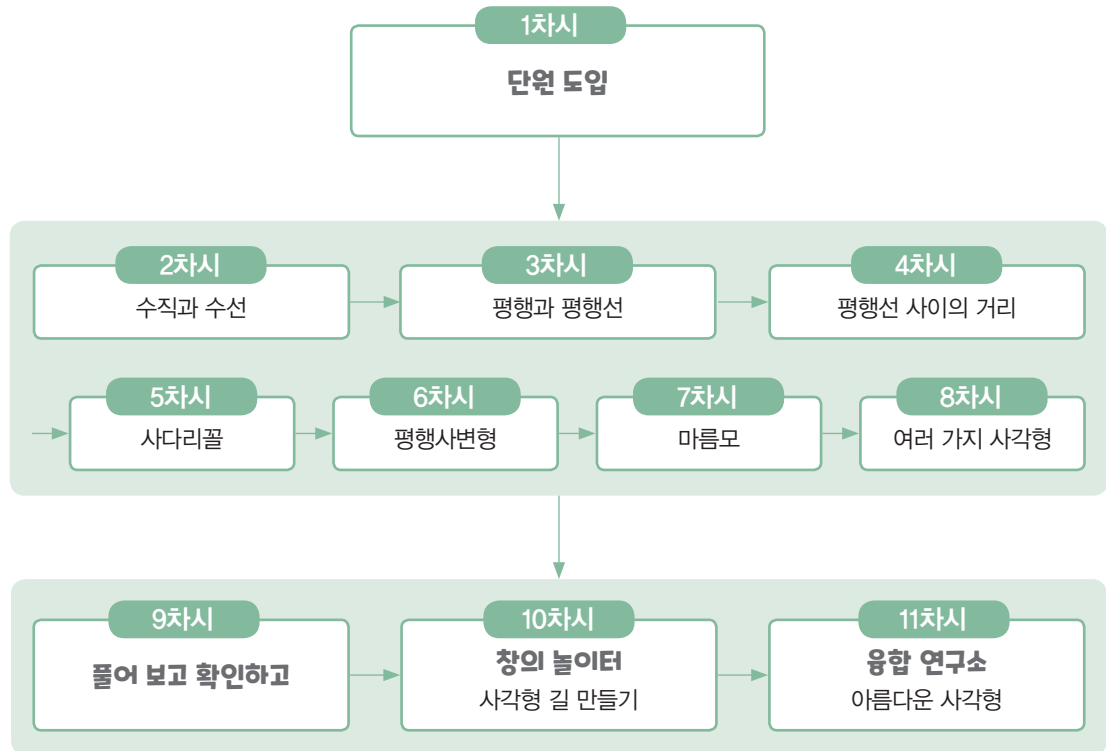
의 의사소통

정 정보 처리

태 태도 및 실천

영역	단원 학습 목표
내용	<ol style="list-style-type: none"> 1. 수직과 수선을 이해하고 수선을 그을 수 있다. 2. 평행과 평행선을 이해하고 평행선을 그을 수 있다. 3. 평행선 사이의 거리를 이해하고 그 거리를 잴 수 있다. 4. 사다리꼴을 이해하고 그 성질을 알 수 있다. 5. 평행사변형을 이해하고 그 성질을 알 수 있다. 6. 마름모를 이해하고 그 성질을 알 수 있다. 7. 여러 가지 사각형의 성질을 이해할 수 있다.
교과 역량	<ol style="list-style-type: none"> 1. 수선이나 평행선을 긋는 방법을 친구들에게 논리적으로 설명할 수 있다. (추 의) 2. 실생활에서 수선, 평행선이 활용되는 예를 찾는 활동을 통해 수학적 문제 해결 능력을 기를 수 있다. (문 창 정) 3. 삼각자나 각도기를 이용하여 수선과 평행선을 긋는 방법을 배우는 과정을 통해 한 가지 문제를 여러 가지 방법으로 해결할 수 있다. (문 의 정) 4. 수직과 평행이 건축의 조형미를 나타내는 데 필요한 요소임을 이해하여 수학의 아름다움을 느끼고, 수직과 평행을 활용하여 디자인하는 활동을 통하여 수학의 유용성을 깨닫고 수학에 흥미를 가질 수 있다. (창 의 태) 5. 도형의 공통점을 찾아 분류하고 몇 개의 사례에서 도형의 성질을 귀납적으로 추론할 수 있다. (추 정) 6. 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형의 의미와 특징을 친구들에게 논리적으로 설명하고 토의할 수 있다. (추 의) 7. 서로 다른 사각형들을 다양하게 모눈종이에 그려 볼 수 있다. (추 의) 8. 여러 가지 사각형들의 공통점을 찾아서 분류하고 이름을 지어 봄으로써 수학 학습에 대한 관심과 적극성을 가질 수 있다. (창 의 태)

단원의 흐름



단원 지도 유의 사항

- ① 수직인 직선과 평행한 직선을 찾아보는 예들은 입체물에서는 동일 평면으로 제한을 두어 찾도록 한다.
- ② 수선과 평행선을 약속할 때 수학책에서는 동일 평면 위의 직선들의 관계로서 약속하고 있지만 실제 활용할 때 보통은 직선의 일부인 선분(또는 변, 모서리)들에 적용된다. 그러므로 수학책에 이런 사실이 명시되어 있지는 않지만 지도할 때 포함하여야 한다.
- ③ 평행선은 만나지 않는 두 직선으로 약속하게 되는데 두 직선을 아무리 늘여도 실제로는 만나지 않는 것을 확인하기가 불가능할 수 있다. 따라서 두 직선이 만나지 않는다는 사실을 실제 늘여서 확인하는 것이 아니라 두 직선과 동시에 수직인 직선을 생각할 수 있는지 여부로 판정하도록 지도해야 한다.
- ④ 도형의 개념을 이해한다는 것은 어떤 대상에 대한 식별과 특징을 인식하는 것으로 초등학교에서의 도형에 대한 개념은 직관적 방법에 의존하기 때문에 관찰, 구성, 작도 등의 구체적인 조작 활동이 중심이 되도록 한다.
- ⑤ 관찰 활동에서는 모형을 제시할 때 예인 것과 예가 아닌 것을 적절히 활용한다.
- ⑥ 수학적 다양성의 원리에 따라 다양한 모양과 방향의 사각형을 제시하여 학생이 정형화된 모양에 고착화되지 않도록 한다.
- ⑦ 정사각형을 직관과 실측의 방법으로 그것이 가지는 성질을 모두 알아보도록 하여 정리하도록 한다.
- ⑧ ‘열기’의 소재로 사용된 건축물과 건축의 요소를 통해 수직과 평행, 사각형 모양이 건축의 조형미를 나타내는 중요한 요소이며, 생활에서 다양하게 활용됨을 알게 한다.

단원의 전개 계획

차시 『수학』 쪽수 『수학 익힘』 쪽수	차시명	수업 내용 및 활동	교과 역량	성취 기준	준비물
1차시 [수] 78~79쪽 [익] 53쪽	단원 도입	<ul style="list-style-type: none"> 그림 속의 상황과 동시를 살펴보게 한다. 선수 학습 내용을 알아보게 한다. 	추의 정		
2차시 [수] 80~81쪽 [익] 54~55쪽	수직을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 두 직선이 수직으로 만나는 곳을 찾아보게 한다. 수직과 수선을 이해하게 한다. 삼각자와 각도기를 사용하여 주어진 직선에 대한 수선을 그어 보게 한다. 	추의 정	[4수02-03]	
3차시 [수] 82~83쪽 [익] 56~57쪽	평행을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 서로 만나지 않는 두 직선을 찾아보게 한다. 평행과 평행선을 이해하게 한다. 삼각자를 사용하여 주어진 직선과 평행한 직선을 긋는 방법을 알게 하고 그어 보게 한다. 한 점을 지나고 주어진 직선과 평행한 직선을 그어 보게 한다. 	추의 정	[4수02-03]	막대, 털실 2개, 집게 2개
4차시 [수] 84~85쪽 [익] 58~59쪽	평행선 사이의 거리를 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 평행선 위의 두 점을 잇는 선분을 여러 개 긋고 길이를 비교 하게 한다. 평행선 사이의 거리를 이해하게 한다. 주어진 평행선 사이의 거리를 재어 보게 한다. 평행선 사이의 거리가 주어진 길이만큼 되도록 평행선을 그어 보게 한다. 	문추 의정	[4수02-03]	
5차시 [수] 86~87쪽 [익] 60~61쪽	사다리꼴을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 여러 가지 사각형의 분류 활동을 통해 평행한 변이 한 쌍이 라도 있는 사각형을 찾고 사다리꼴이라고 약속하게 한다. 종이띠를 잘라서 여러 가지 모양의 사다리꼴을 만들어 보게 하고, 사다리꼴의 성질을 이해하게 한다. 서로 다른 모양의 사다리꼴을 그어 보게 한다. 	추정 의	[4수02-10]	가위
6차시 [수] 88~89쪽 [익] 62~63쪽	평행사변형을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 여러 가지 사각형의 분류 활동을 통해 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행한 사각형을 찾고 평행사변형이라고 약속하게 한다. 평행사변형의 여러 가지 성질을 조작 활동을 통해 알게 한다. 주어진 선분을 이용하여 평행사변형을 완성하게 한다. 	추창 의정	[4수02-10]	
7차시 [수] 90~91쪽 [익] 64~65쪽	마름모를 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 여러 가지 사각형의 분류 활동을 통해 네 변의 길이가 모두 같은 사각형을 찾고 마름모라고 약속하게 한다. 마름모의 여러 가지 성질을 조작 활동을 통해 알게 한다. 주어진 선분을 이용하여 마름모를 완성하게 한다. 	추창 의정	[4수02-10]	
8차시 [수] 92~93쪽 [익] 66~67쪽	여러 가지 사각형을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> 직사각형과 정사각형의 성질을 여러 가지 사각형을 살펴보는 활동을 통해 확인하게 한다. 종이띠로 여러 가지 사각형을 만들어 보게 한다. 	추창 의정	[4수02-10]	
9차시 [수] 94~95쪽 [익] 68쪽	[풀어 보고 확인하고]	<ul style="list-style-type: none"> 다양한 문제를 해결하며 이 단원에서 배운 내용을 정리하게 한다. 	문추 의정	[4수02-03] [4수02-10]	
10차시 [수] 96~97쪽	[창의 놀이터] 사각형 길 만들기	<ul style="list-style-type: none"> 사각형 5개의 이름과 특징을 찾아보게 한다. 사각형을 연결하며 길을 만들어 보게 한다. 	문추 의태	[4수02-10]	주사위
11차시 [수] 98~99쪽	[융합 연구소] 아름다운 사각형	<ul style="list-style-type: none"> 스테인드글라스에서 여러 가지 사각형 모양을 찾아보게 한다. 선을 그어서 여러 가지 사각형 모양을 만들어 보게 한다. 	문추 창의	[4수02-03] [4수02-10]	색연필

교육과정에 따른 평가 기준

교육과정 성취 기준		평가 기준	
[4수02-03] 교실 및 생활 주변에서 직각인 곳이나 서로 만나지 않는 직선을 찾는 활동을 통하여 직선의 수직 관계와 평행 관계를 이해한다.		상	수직 관계 또는 평행 관계인 직선을 그리고, 그 성질을 설명할 수 있다.
		중	교실이나 생활 주변에서 수직 관계 또는 평행 관계인 직선을 찾아 수직 또는 평행의 의미를 설명할 수 있다.
		하	주어진 그림에서 한 직선에 수직 또는 평행인 직선을 찾을 수 있다.
[4수02-10] 여러 가지 모양의 사각형에 대한 분류 활동을 통하여 직사각형, 정사각형, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모를 알고, 그 성질을 이해한다.	[평가준거 성취 기준 ①] 여러 가지 모양의 사각형에 대한 분류 활동을 통해 직사각형과 정사각형을 알고, 그 성질을 이해한다.	상	직사각형과 정사각형의 의미와 성질을 설명하고, 여러 가지 예를 제시할 수 있다.
		중	사각형의 분류 활동을 통하여 직사각형과 정사각형을 구분하고, 그 성질을 말할 수 있다.
		하	안내된 절차에 따라 구체물을 이용하여 주어진 사각형에서 직사각형과 정사각형을 찾을 수 있다.
	[평가준거 성취 기준 ②] 여러 가지 모양의 사각형에 대한 분류 활동을 통하여 사다리꼴, 평행사변형, 마름모를 알고, 그 성질을 이해한다.	상	사다리꼴, 평행사변형, 마름모의 의미와 성질을 설명하고, 여러 가지 예를 제시할 수 있다.
		중	사각형의 분류 활동을 통하여, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모를 구분하고, 그 성질을 말할 수 있다.
		하	안내된 절차에 따라 구체물을 이용하여 주어진 사각형에서 사다리꼴, 평행사변형, 마름모를 찾을 수 있다.

단원 학습 평가

영역	평가 내용	차시	평가 방법
내용	1. 수직과 수선을 이해하고 수선을 그을 수 있는가?	2	관찰, 지필, 구술
	2. 평행과 평행선을 이해하고 평행선을 그을 수 있는가?	3	관찰, 지필, 구술
	3. 평행선 사이의 거리를 이해하고 그 거리를 잴 수 있는가?	4	관찰, 지필, 구술
	4. 사다리꼴을 이해하고 그 성질을 알 수 있는가?	5	관찰, 지필, 구술
	5. 평행사변형을 이해하고 그 성질을 알 수 있는가?	6	관찰, 지필, 구술
	6. 마름모를 이해하고 그 성질을 알 수 있는가?	7	관찰, 지필, 구술
	7. 여러 가지 사각형의 성질을 이해할 수 있는가?	8	지필, 구술
교과 역량	1. 수선이나 평행선을 긋는 방법을 친구들에게 논리적으로 설명할 수 있는가? 	2, 3	관찰, 구술
	2. 실생활에서 수선, 평행선이 활용되는 예를 찾는 활동을 통해 수학적 문제 해결 능력을 기를 수 있는가?   	2, 3	관찰, 구술
	3. 삼각자나 각도기를 이용하여 수선과 평행선을 긋는 방법을 배우는 과정을 통해 한 가지 문제를 여러 가지 방법으로 해결할 수 있는가?   	2, 3	관찰, 지필, 구술
	4. 수직과 평행이 건축의 조형미를 나타내는 데 필요한 요소임을 이해하여 수학의 아름다움을 느끼고, 수직과 평행을 활용하여 디자인하는 활동을 통하여 수학의 유용성을 깨닫고 수학에 흥미를 가질 수 있는가?   	2, 3	관찰, 프로젝트
	5. 도형의 공통점을 찾아 분류하고 몇 개의 사례에서 도형의 성질을 귀납적으로 추론할 수 있는가? 	5~8	관찰, 지필, 구술

교과 역량	6. 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형의 의미와 특징을 친구들에게 논리적으로 설명하고 토의할 수 있는가? 추 의	5~8	관찰, 프로젝트
	7. 서로 다른 사각형들을 다양하게 모눈종이에 그려 볼 수 있는가? 추 의	5~8	관찰, 지필
	8. 여러 가지 사각형들의 공통점을 찾아서 분류하고 이름을 지어 봄으로써 수학 학습에 대한 관심과 적극성을 가질 수 있는가? 창 의 태	5~8	자기 평가, 동료 평가

과정 중심 평가 계획 - 7차시를 중심으로

1. 평가 개요

평가 목표	<ul style="list-style-type: none"> 마름모를 이해하고, 그 성질을 찾아 설명할 수 있다. 여러 가지 마름모를 그릴 수 있다.
평가 방법	지필, 구술, 관찰, 동료 평가, 자기 평가
평가 도구	체크리스트(전자 저작물)
유의 사항	<ul style="list-style-type: none"> 구체적인 조작 활동을 통하여 마름모의 뜻과 성질을 알 수 있도록 지도한다. 다양한 형태의 마름모를 모눈종이에 그려 봄으로써 마름모를 한 가지 형태로만 그리지 않도록 유의한다.

2. 평가 계획

수업 설계	주요 교수·학습 활동 개요	평가 계획	평가 방법
도입	전 차시 상기 및 문제 상황 이해하기 • 선수 학습 내용 확인하기 • 단원 학습 내용 및 문제 상황 이해하기	[전 차시 학습 점검하기] • 평행사변형을 이해하고, 그 성질을 이야기할 수 있는가? [문제 상황 이해하기] • 식물원의 유리 벽에서 볼 수 있는 사각형의 특징을 이야기할 수 있는가?	관찰, 구술
전개	변의 길이에 따라 사각형 분류하기 • 변의 길이에 따라 사각형 분류하기 • 네 변의 길이가 같은 사각형을 무엇이라고 부르면 좋을지 이야기하기	[과정 평가 1] • 변의 길이에 따라 사각형을 분류할 수 있는가? 추	관찰
	마름모의 성질 알아보기 • 마주 보는 두 각의 크기 비교하기 • 마주 보는 꼭짓점끼리 이은 두 선분이 만나는 점을 중심으로 나누어진 두 선분의 길이 비교하기 • 마주 보는 꼭짓점끼리 이은 두 선분이 만나서 이루는 각도 재어 보기	[과정 평가 2] • 마름모의 네 각을 재고 마주 보는 두 각의 크기를 비교하여 이야기할 수 있는가? 문 의 정 • 마주 보는 꼭짓점끼리 이은 두 선분이 만나는 점을 중심으로 나누어진 두 선분의 길이를 비교하고 두 선분이 만나서 이루는 각도를 비교할 수 있는가? 문 의 정	지필
	서로 다른 모양의 마름모 그리기 • 짝과 함께 선분을 하나씩 그어 보면서 마름모 그리기	[과정 평가 3] • 친구와 협력하며 서로 다른 모양의 마름모를 그릴 수 있는가? 추 정 의	동료 평가
정리	정리 및 차시 예고 • 마름모의 성질과 관련된 문제 해결하기 • 배운 내용에 대해 정리하기	[학습 결과 확인하기] • 마름모의 성질을 이해하고, 마름모의 성질과 관련된 문제를 해결할 수 있는가? • 이번 차시에서의 평가 결과 분석, 필요시 추가로 사후 평가를 활용	지필, 자기 평가

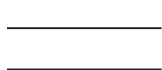
3. 과정 중심 평가에 따른 지도 방안 예시

평가	학생 반응	지도 방안 예시
선수 학습 확인	<ul style="list-style-type: none"> • 평행사변형의 성질을 이야기하지 못한다. 	<p>6차시의 학습 결과 확인을 바탕으로 7차시를 계획</p> <ul style="list-style-type: none"> • 평행사변형과 그 성질을 이해하지 못하는 학생이 많을 경우에는 7차시 수업 전에 보충 활동을 실시한다.
문제 상황 이해하기	<ul style="list-style-type: none"> • 식물원의 유리 벽에서 볼 수 있는 사각형의 특징을 이야기하지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 사각형의 구성 요소인 각과 변을 중심으로 관찰하는 활동을 통해 특징을 찾아보게 한다.
과정 평가 1	<ul style="list-style-type: none"> • 변의 길이에 따라 사각형을 분류할 수 있다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 도형판을 이용해서 교과서에 나와 있는 사각형 외에 네 변의 길이가 같은 다른 모양의 사각형을 만들어 보게 한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 변의 길이에 따라 사각형을 분류하지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 사각형의 변이 그려진 모눈종이의 눈금을 세어 보거나 자를 이용해서 사각형의 변의 길이를 재어 보게 한다.
과정 평가 2	<ul style="list-style-type: none"> • 마주 보는 두 각의 크기를 비교하고, 마름모의 꼭짓점끼리 이은 두 선분이 만나는 점을 중심으로 나누어진 두 선분의 길이를 비교할 수 있다. 	<ul style="list-style-type: none"> • ‘다지기 1’에 나와 있는 여러 가지 모양의 마름모의 네 각의 크기를 재어 보고, 마주 보는 두 각의 크기를 비교하게 하고, 마름모에서 마주 보는 꼭짓점끼리 이은 두 선분이 만나는 점을 중심으로 나누어진 두 선분의 길이를 비교하게 한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 마주 보는 두 각의 크기를 비교하지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 각도기를 이용해서 사각형의 네 각의 크기를 재어 보게 하고, 마주 보는 각의 크기를 이야기하게 한다. 세 개의 사각형에서 동일한 활동을 하고 공통점을 찾게 한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 마름모의 꼭짓점끼리 이은 두 선분이 만나는 점을 중심으로 나누어진 두 선분의 길이를 비교하는 것을 어려워한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 자를 이용해서 사각형의 마주 보는 꼭짓점끼리 선을 긋게 하고, 각 꼭짓점에서 두 선분이 만나는 점까지의 거리를 재어 보게 한다. 세 개의 사각형에서 동일한 활동을 하고 공통점을 찾게 한다.
과정 평가 3	<ul style="list-style-type: none"> • 짝과 함께 서로 다른 모양의 마름모를 그린다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 모눈종이 위에 혼자서 서로 다른 모양의 마름모를 그리게 한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 서로 다른 모양의 마름모를 그리는 것을 어려워한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 도형판을 이용해서 여러 가지 모양의 마름모를 만들어 보게 하고, 도형판 위의 마름모를 모눈종이에 옮겨 그리게 한다.
학습 결과 확인	<ul style="list-style-type: none"> • 마주 보는 꼭짓점끼리 이은 선분이 수직으로 만나고 서로 이등분한다는 것을 알지 못한다. 	<p>학습 결과 확인(지필 평가)후 8차시 수업 계획</p> <ul style="list-style-type: none"> • 각도기를 이용해서 마주 보는 꼭짓점끼리 이은 두 선분이 만나서 이루는 각을 재어 보게 한다. • 자를 이용해서 사각형의 마주 보는 꼭짓점끼리 선을 긋게 하고, 각 꼭짓점에서 두 선분이 만나는 점까지의 거리를 재어 보게 한다.

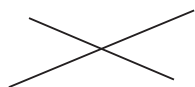
1. 수직과 평행

한 평면에서 두 직선의 관계인 수직과 평행 관련 개념들은 직사각형이나 평행사변형을 정의하거나 이해하는 데 필요한 선행 개념으로, 여러 가지 사각형의 성질을 확인하고 이해하는 데 필수적인 요소이다.

평면도형의 위치 관계에서 가장 기본적인 것은 두 직선의 위치 관계이다. 평면 위의 두 직선은 만나는 경우와 만나지 않는 경우로 나눌 수 있으며, 두 직선이 만나는 경우는 수직으로 만나는 경우와 그렇지 않는 경우로 나눌 수 있다. 따라서 평면 위의 두 직선의 위치 관계를 다음과 같이 세 가지로 구분할 수 있다(김성준 외 7명, 2013).



▲ 평행하다.

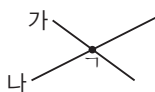


▲ 만난다
(교차한다).

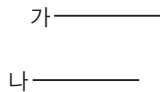


▲ 수직으로 만난다
(직교한다).

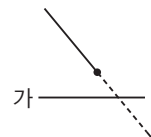
3차원 공간에서는 다음과 같이 두 직선이 한 점에서 만나는 경우, 두 직선이 평행한 경우, 두 직선이 꼬인 위치에 있는 경우와 같이 세 가지 경우로 나눌 수 있다. 초등학교에서는 꼬인 위치에 있는 경우를 다루지 않으나 정글짐과 같은 입체적인 구체물에서 꼬인 위치에 있는 두 직선을 찾아볼 수는 있다.



▲ 한 점에서
만난다.



▲ 평행하다.



▲ 꼬인 위치에
있다.

가. 서로 수직으로 만나는 경우

한 평면 위에 있는 두 직선이 만나는 경우에는 각이 이루어지고, 이루어진 각의 크기가 직각일 때 두 직선은 서로 수직이라고 하며, 이때 한 직선을 다른 직선의 수선이라고 한다(교육부, 2018). 즉, 수직은 두 직선이 직각으로 만나는 상태를, 수선은 수직으로 만나는 직선을 의미한다.



두 직선이 만나서 이루는 각이 직각일 때, 두 직선은 서로 **수직**이라고 합니다. 또 두 직선이 서로 수직으로 만났을 때, 한 직선을 다른 직선에 대한 **수선**이라고 합니다.

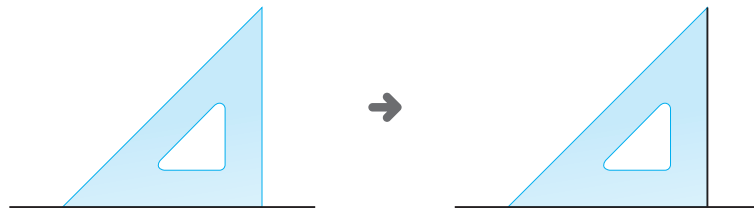


생활 속에서는 직선과 선분, 선분과 선분이 만나서 이루는 각이 직각일 때도 이들을 수직이라고 해.

▲ 수직과 수선의 개념 정의 예

• 삼각자를 이용하여 수선 긋기

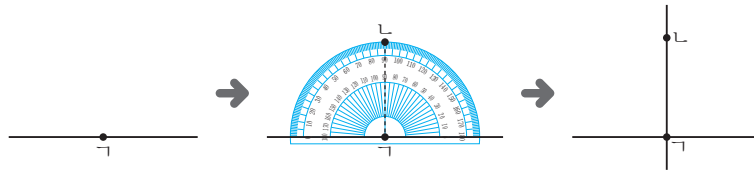
- ① 삼각자를 이용하여 그림과 같이 직선 한 개를 긋는다.
- ② 그은 직선에 그림과 같이 직각이 있는 삼각자의 변을 겹쳐 놓고 직선을 긋는다(교육부, 2018).



그린 두 직선이 이루는 각을 각도기로 재어 본 결과 90° 인 것과 이용한 삼각자의 각도가 직각인 것으로 두 직선이 수직이 됨을 알 수 있다.

• 각도기를 이용하여 수선 긋기

- ① 주어진 직선 위에 임의의 점 Γ 을 표시한다.
- ② 각도기의 중심을 점 Γ 에 맞추고 각도기의 밑금을 주어진 직선에 맞춘다.
- ③ 각도기의 90° 가 되는 눈금 위에 점 Δ 을 찍는다.
- ④ 점 Γ 과 점 Δ 을 직선으로 잇는다.



이때 두 직선이 이루는 각이 90° 이므로 두 직선이 서로 수직임을 알 수 있다.

나. 평행한 경우

한 평면 위에서 서로 만나지 않는 두 직선을 평행선이라고 하고, 평행선은 아무리 길게 늘여도 서로 만나지 않는다. 초등학교 수학에서 이런 평행선의 정의와 관련하여 다양한 의견들이 있지만 학생들이 지각하고 있는 평행선은 크게 다음의 세 가지 경우로 볼 수 있다.

- ① 방향이 같은 두 직선은 평행하다.
- ② 같은 간격의 두 직선은 평행하다.
- ③ 아무리 늘여도 만나지 않는 두 직선은 평행하다(교육부, 2018).

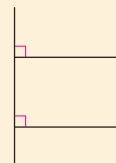
개념 확인



한 직선에 수직인 두 직선을 그었을 때, 그 두 직선은 서로 만나지 않습니다. 이와 같이 서로 만나지 않는 두 직선을 **평행**하다고 합니다. 이때 평행한 두 직선을 **평행선**이라고 합니다.



두 선분을 끝없이 늘려 그어도 서로 만나지 않을 때 두 선분을 평행하다고 해.



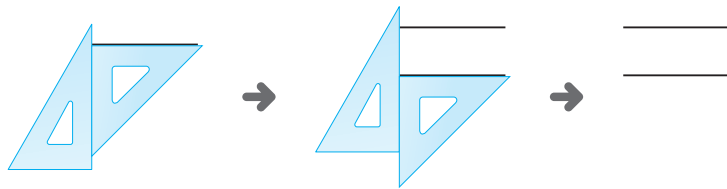
▲ 평행과 평행선의 개념 정의 예

초등학교에서는 한 직선에 수직인 두 직선을 그어 두 직선이 서로 만나지 않음을 직관적으로 확인한 후, 만나지 않는 두 직선을 평행이라 정의한다. 이 개념 지도 시 유의할 점으로, 수직과 평행 알아보기 차시에서는 동일한 평면 위에서의 직선들의 위치 관계를 다루고 있다는 점이다. 주변의 실제 사물 속에서 발견되는 직선들이라 한다면 서로 꼬인 위치에 있는 직선들도 해당되며 이런 경우에 다음 차시에 학습하게 되는 평행선 사이의 거리는 모든 곳에서 같다는 성질이 일반적으로 성립하지 않는다.

(1) 평행선 그리기

• 삼각자를 이용하여 평행선 그리기

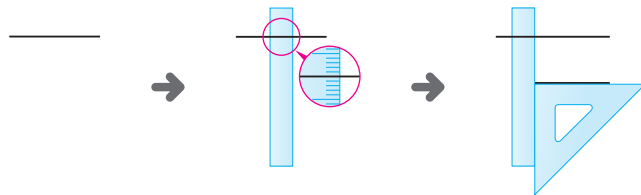
- ① 왼쪽 삼각자를 고정시키고 오른쪽 삼각자를 그림과 같이 맞추어 한 직선을 그린다.
- ② 가운데 그림과 같이 왼쪽 삼각자를 고정시키고 오른쪽 삼각자를 밑으로 내려 다른 직선을 그린다(교육부, 2018).



이와 같이 그은 두 직선은 주어진 직선과 서로 평행함을 알 수 있다.

• 자와 삼각자를 이용하여 주어진 직선과 평행한 직선 그리기

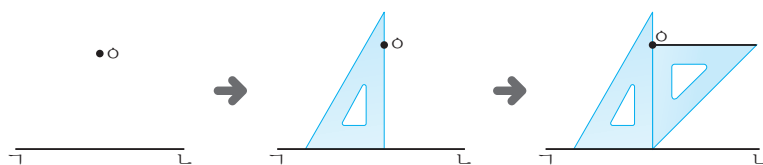
- ① 가운데 그림과 같이 주어진 직선과 자의 눈금을 겹쳐 놓는다.
- ② 오른쪽 그림과 같이 자를 고정시키고 삼각자를 밑으로 내려 직선을 그린다(교육부, 2018).



이와 같이 그은 직선은 주어진 직선과 서로 평행함을 알 수 있다.

• 삼각자를 이용하여 한 점을 지나고 주어진 직선에 평행한 직선 그리기

- ① 그림과 같이 점 ○에 삼각자의 한 변을 맞추고 주어진 직선과 삼각자의 다른 한 변을 겹치게 한다.
- ② 아래 오른쪽 그림과 같이 왼쪽 삼각자를 고정시키고 오른쪽 삼각자 직각의 꼭짓점을 점 ○에 맞추어 직선을 긋는다(교육부, 2018).



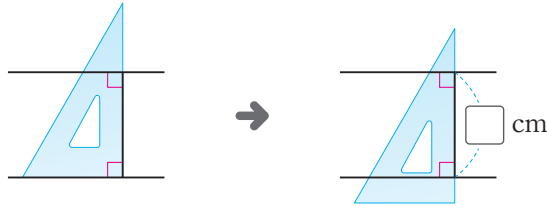
이와 같이 그은 직선은 주어진 직선과 서로 평행함을 알 수 있다.

(2) 평행선 사이의 거리 재기

평행선에 수직인 선분의 길이를 평행선 사이의 거리라고 한다. 이 수선의 길이는 평행선 사이에 그을 수 있는 여러 가지 선분의 길이 중 가장 짧고, 그 길이는 모두 같다.

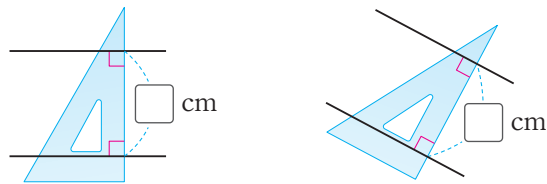
평행선 사이의 거리를 잴 때는 삼각자 1개를 이용하여 다음과 같이 잰다.

- ① 삼각자의 직각인 부분을 이용하여 평행선의 한 직선에서 다른 직선에 수선을 긋는다.
- ② 삼각자의 눈금과 평행선을 겹쳐 놓고, 평행선 사이의 거리를 읽는다.



그러나 삼각자 1개로 다음과 같이 잴 수도 있다.

- ① 삼각자의 눈금과 평행선을 겹쳐 놓는다.
- ② 평행선 사이의 거리를 읽는다(교육부, 2018).




2. 여러 가지 사각형의 정의와 성질, 포함 관계

초등학교에서 도형에 대한 개념은 직관에 의한 관찰과 구체적 조작 활동을 통해 이루어지기 때문에 주변의 구체물을 이용하고 예인 것과 예가 아닌 것을 적절히 제시함으로써 도형의 기본적인 구성 요소와 성질을 파악하고, 개념을 기를 수 있도록 한다.

가. 사각형의 정의

4개의 선분으로 둘러싸인 도형을 사각형이라 한다. 초등학교에서는 오목사각형은 개념의 일반화가 어렵기 때문에 취급하지 않고 볼록사각형만 취급한다. 사각형의 구성 요소에서 변의 위치와 각의 크기를 고려하여 사각형을 구성하고 특수화하며, 이에 따라 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형의 개념을 도입하고 성질을 이해한다(김성준 외 7명, 2013).

도형		정의
사각형		네 변으로 둘러싸인 다각형
	사다리꼴	적어도 한 쌍의 평행한 변을 가진 사각형
	평행사변형	두 쌍의 마주 보는 변이 평행인 사각형

	마름모	네 변의 길이가 같은 사각형
	직사각형	네 각이 모두 직각인 사각형
	정사각형	네 변의 길이가 같고 네 각이 모두 직각인 사각형

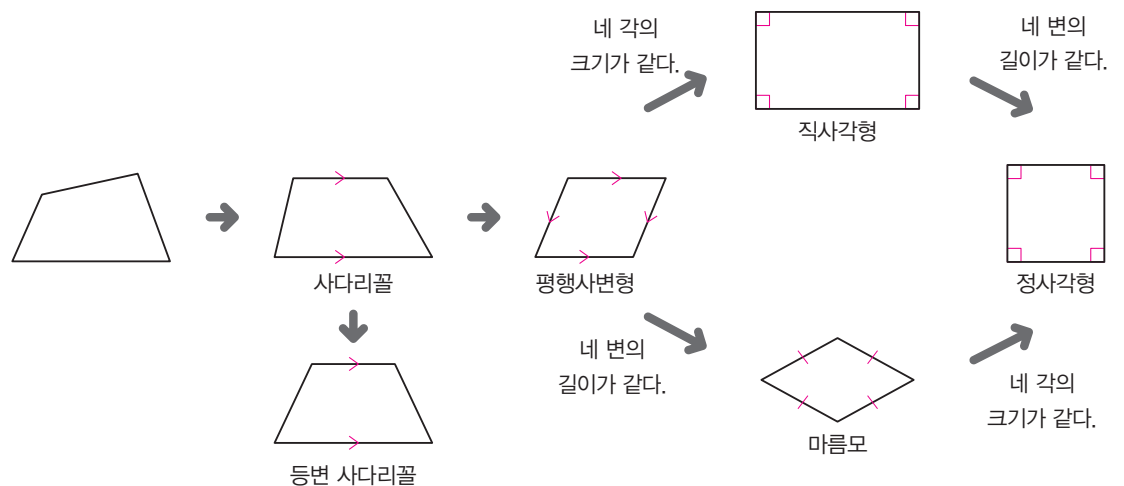
나. 사각형의 성질

사각형의 정의에 따라 정리한 성질은 다음 표와 같다.

성질	사다리꼴	평행사변형	마름모	직사각형	정사각형
한 쌍의 대변이 평행	○	○	○	○	○
두 쌍의 대변이 평행		○	○	○	○
두 쌍의 대변이 합동		○	○	○	○
모든 변이 합동			○		○
모든 각이 합동				○	○
이웃하는 변이 서로 수직				○	○
대각선이 수직			○		○
대각선이 서로 이등분		○	○	○	○
대각선이 합동				○	○
선대칭			○	○	○
점대칭		○	○	○	○

다. 사각형의 포함 관계

수학적 다양성의 원리나 지각적 다양성의 원리를 적절하게 이용하여 사각형의 관계를 아래의 그림과 같이 정리할 수 있다.



여러 가지 사각형의 성질은 조작 활동을 통해 간단한 것만 다루고, 관계는 다루지 않는다. 예를 들면, 정사각형을 직사각형으로 인식하는 것은 정사각형이 직사각형에 포함된다는 포함 관계로 추론하지 않고, 정사각형도 네 각이 모두 직각이라는 직사각형의 정의에 따른다.

사각형을 보고 표를 완성해 봅시다.

사각형	기호	까닭
사다리꼴		
	나, 다, 라, 마	
마름모		네 변의 길이가 모두 같습니다.
직사각형		
		네 변의 길이가 모두 같고, 네 각이 모두 직각입니다.

▲ 여러 가지 사각형의 성질 학습 예

3. 사각형의 인식 오류

2. 다음 그림을 보고 각 문제에 알맞은 도형을 골라 보고, 그렇게 생각한 이유를 써 보시오.
(문제는 뒷장에 있습니다.)

A	B	C	D
E	F	G	H
I	J	K	L
M	N	O	P

▲ 사각형의 분류 · 인식 조사 설문 예

가. 사다리꼴의 인식 오류

사다리꼴이란? 한 쌍만 평행한 도형	사다리꼴을 고르세요. B, D, F, M 그렇게 생각한 이유는 무엇인가요? 사다리꼴 같아서
------------------------	---

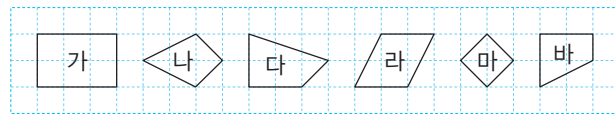
▲ 사다리꼴의 인식 오류 실제 사례

사다리꼴은 ‘사다리 모양’이라는 신념이 강하게 작용해서 아랫변이 윗변보다 길다고 인식하며, 마름모나 정사각형을 사다리꼴로 식별하지 못할 수 있다(김현은, 2011). 따라서 학생들이 ‘사다리 모양’이라는 개념으로 도형을 인식하지 않도록 유의한다. 사다리꼴은 ‘한 쌍의 변이 평행한 도형’이라 지도한다. 따라서 ‘한 쌍만 평행한 도형’과 같은 오개념에 유의하며 지도해야 한다. 이번 단원에서는 아랫변이 윗변보다 길고 아랫변과 윗변이 평행한 일반적인 사다리꼴 모양의 도형뿐만 아니라 다양한 모양과 방향의 사다리꼴 모양을 제시하여 정형화된 모양에 고착화하지 않도록 한다.

다지기

1

평행한 변이 있는지에 따라 사각형을 분류해 봅시다.



▲ 평행한 변이 있는지에 따라 사각형 분류하기 학습 예

나. 평행사변형의 인식 오류

평행사변형이란? 마름모	평행사변형을 고르세요. B, I, L 그렇게 생각한 이유는 무엇인가요? 평행사변형의 조건을 다 갖추고 있어 비슷해 보이고 직사각형처럼 두 변의 길이가 같다.
-----------------	--

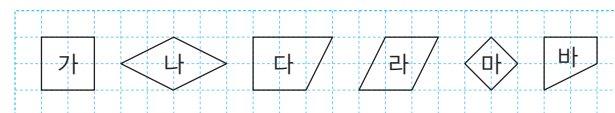
▲ 평행사변형의 인식 오류 실제 사례

학생들은 오른쪽으로 기울어진 평행사변형을 원형으로 생각하고 평행사변형의 내각은 직각이 될 수 없다고 생각함으로써 정사각형이나 마름모를 평행사변형으로 식별하는 데 어려움을 겪는다(김현은, 2011). 이러한 이유로 오른쪽으로 기울어진 모양의 일반적인 평행사변형 모양의 도형뿐만 아니라 여러 가지 모양과 방향의 평행사변형 모양을 제시하여 다양한 모양의 평행사변형 모양을 접할 수 있도록 한다.

다지기

1

평행한 변의 수에 따라 사각형을 분류해 봅시다.



▲ 평행한 변의 수에 따라 사각형 분류하기 학습 예

다. 마름모의 인식 오류

마름모란?	마름모를 고르세요.
보석 모양이다. □가 꺾인 것 ◇	H, J
	그렇게 생각한 이유는 무엇인가요?
	정사각형을 45°로 돌려서

▲ 마름모의 인식 오류 실제 사례

학생들은 마름모의 개념을 학습할 때 주변 사물에서 다이아몬드 모양을 탐구하여 마름모와 유사성을 통해 마름모의 개념을 형성하는 경우가 많은데, 마름모를 ‘다이아몬드 모양처럼 생긴 것’이나 ‘보석 모양’이라는 인식을 갖고 있는 학생들이 많고, ‘정사각형을 45° 왼쪽이나 오른쪽으로 돌린 것’의 일반적인 마름모 모양의 도형뿐만 아니라 다양한 모양과 방향의 마름모 모양을 제시하여 네 변의 길이가 같다는 성질을 이해하고 시각적인 다이아몬드 모양의 도형과 마름모의 차이를 발견할 수 있게 한다.

1 변의 길이에 따라 사각형을 분류해 봅시다.

▲ 변의 길이에 따라 사각형 분류하기 학습 예

라. 직사각형과 정사각형의 인식 오류

직사각형이란?	직사각형이란?	정사각형이란?
세로, 가로 길이가 다른 사각형(각은 같다.)	네 변의 길이가 같지 않은 도형	4개의 변의 길이가 같은 것

▲ 직사각형, 정사각형 인식 오류 실제 사례

전형적인 정사각형의 개념 이미지를 가지고 있는 학생은 비스듬한 정사각형은 정사각형으로 인식하지 못한다. 전형적인 직사각형의 개념 이미지를 가지고 있는 학생은 직사각형의 모양으로 수평 방향의 변이 수직 방향의 변의 길이보다 더 긴 직사각형 모양을 생각하였기에 직사각형의 정의를 ‘두 개의 긴 변과 두 개의 짧은 변이 있고 긴 변과 짧은 변은 서로 평행이고 그 길이가 같아야 한다.’는 것으로 한정한다. 따라서 정확한 인식을 위해 일반적인 직사각형과 정사각형 모양의 도형뿐만 아니라 다양한 모양과 방향의 직사각형, 정사각형 모양 제시를 통해 직사각형과 정사각형을 발견하고 이해할 수 있도록 한다(김현은, 2011).

1 여러 가지 사각형을 살펴봅시다.

▲ 여러 가지 사각형 분류하기 학습 예

4. 수학적 게임의 효과

게임은 학생들의 자발적 참여를 이끌어 내는 효과적인 수단으로 학생들의 적극적인 참여를 독려하고 학습이 이루어지는 동기를 부여한다. 적극적인 참여는 학습을 강화할 뿐만 아니라 학습이 일어나기 위한 본질적인 조건이다. 학생들이 수학적 게임에 참여한다는 것은 그 게임의 규칙이 만들어 놓은 장애물을 극복하기 위해 여러 가지 수학적 수단을 적극적으로 고려한다는 것이다. 수학적 게임에 참여한 학생들 사이의 상호 작용이 활발해지면 학생들은 자신의 직관적 아이디어와 문제 해결 전략을 검증하는 기회를 풍부하게 가질 수 있다. 또한 수학적 게임에서 상대방의 존재는 서로 다른 생각을 허용하고 이는 곧 서로에게 배우는 기회가 된다. 함께 게임을 하면서 어떤 학생은 개념을 처음 마주할 수 있고, 다른 학생은 자신이 이해한 것을 더 심화할 수 있으며, 또 다른 학생은 그 개념을 복습할 수 있다(고은성 외 7명, 2017).

가. 셰이프스 업(SHAPES UP)

삼각형과 사각형 모양 조각으로 게임판을 먼저 채우면 이기는 놀이로, 큰 삼각형 32개, 작은 삼각형 32개, 정사각형 16개로 구성되어 있다.

나. 탱그램 배틀(Tangram Battle)

큰 정사각형을 7개의 조각으로 잘라 만든 탱그램을 이용하여 여러 가지 모양을 만드는 놀이이다. 주어진 조건에서 카드에 그려진 모양을 맞추는 놀이도 가능하다.

인용 자료 출처

- 고은성 외 7명, 『초등수학 교과교육론』, 동명사, 2017, 224쪽
- 교육부, 『수학 4-2 교사용 지도서』, 2018, 231-233쪽
- 김성준 외 7명, 『초등학교 수학과 교재연구와 지도법』, 동명사, 2013, 207-208쪽, 213쪽
- 김현은, 「사각형의 정의와 성질에 관한 학생들의 이해 분석」, 고려대학교 대학원 석사 학위 논문, 2011, 22쪽, 48-49쪽, 52쪽, 57-58쪽, 61-62쪽, 90쪽

단원 도입

수업의 흐름

• 그림 속 상황 살펴보기



• 동시 살펴보기



• 선수 학습 내용 알아보기

아름다운 삶

개인과 사회, 각 시대별로 아름다움의 기준은 다르지만 사람은 누구나 '아름다운 삶'을 추구한다.

누군가는 내적 아름다움을 추구하며 정신적 수양을 쌓거나 타인을 위해 봉사하는 삶을 살고, 누군가는 외적 아름다움을 추구하며 자신의 외모를 가꾸거나 아름다운 물건을 가지려고 노력한다. 이와 같은 아름다운 삶에 대한 인간의 욕구는 다양한 건축물에 그대로 녹아 나타난다.

이번 단원에서는 '건축물'을 학습 소재로 하여 건축물에 수학적 아름다움을 어떻게 활용했는지 생각해 볼 수 있도록 한다. 특히 인간은 수직과 평행의 수학적 요소를 바탕으로 아름다움을 느끼기 때문에 건축물에서 다양한 수학적 요소를 찾아보는 활동을 통해 수학적 아름다움을 느끼는 경험을 제공하도록 한다.

그림 속 상황 살펴보기

단원 도입 그림은 선물 카드를 펼쳤더니 내가 살고 싶은 집이 나타나는 모습으로, 집을 구성하고 있는 여러 가지 사각형을 살펴봄으로써 수학적 아름다움을 느낄 수 있다.

집에서 수직과 평행, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형 등 여러 가지 사각형을 찾아보는 활동을 통해 이번 단원에서 배울 여러 가지 사각형에 대해 미리 생각해 볼 수 있도록 한다.



사각형

어떤 모양의 사각형이 있을까요?



선물 카드

카드를 펼치면 보이는 예쁜 집,
이다음에 내가 살고 싶은 집이야.

오리오리한 직사각형 벽과
반듯반듯 정사각형 창문도 많고
뾰족뾰족 삼각형 지붕도 있지.

이 집이 완성되면 우리 가족이랑
오손도손 행복하게 살 거야.

내가 커서 이다음에 어른 되면
우리 강아지 또또 집도 만들고
할머니 할아버지 집도 만들어야지.

78

핵심 발문

- 두 직선이 만나서 직각을 이루는 부분을 찾아볼까요?
- (두 직선이 만나서 직각을 이루는 부분을 찾아본다.)
- 유리창의 창틀이 직각입니다.
- 건물의 유리창에 직각이 있습니다.
- 서로 만나지 않는 직선을 찾아볼까요?
- (만나지 않는 직선을 찾아본다.)
- 지붕의 위와 아래가 서로 만나지 않습니다.
- 집의 왼쪽 벽과 오른쪽 벽이 서로 만나지 않습니다.
- 집에서 볼 수 있는 사각형에는 어떤 특징이 있나요?
- (찾은 사각형에 대해 말해 본다.)
- 직사각형이 많습니다.
- 네 각이 모두 직각입니다.



79

동시 살펴보기

■ 동시를 읽어 보세요.

— (동시를 읽어 본다.)

■ 동시를 읽고 느낀 점을 이야기해 보세요.

- 내가 살고 싶은 집은 어떤 모습인지 생각했습니다.
- 할머니, 할아버지 집은 어떻게 만들면 좋을지 생각했습니다.
- 강아지 집은 어떻게 만들지 생각했습니다.
- 집에 왜 사각형이 많은지 궁금해졌습니다.

■ 무엇을 배울 것 같은지 이야기해 보세요.

- 두 직선이 만나서 직각을 이루는 부분에 대해 배울 것 같습니다.
- 서로 만나지 않는 두 직선에 대해 배울 것 같습니다.
- 여러 가지 사각형에 대해 배울 것 같습니다.

즐겁게 시작해요

1 그림에서 각도 알아보기

- ① 사각형에서 예각을 찾고 ○표 하세요.
- ② 사각형에서 직각을 찾고 ×표 하세요.
- ③ 사각형에서 둔각을 찾고 △표 하세요.

예각과 직각, 둔각을 구분하고 각도기를 이용해서 확인하는 활동을 통해 추론과 정보처리 능력을 기를 수 있다.

2 그림에서 사각형 살펴보기

- ① 집에서 서로 다른 모양의 사각형을 찾아서 색 연필로 따라 그려 보세요.
- ② 찾은 사각형을 친구와 비교해 보고, 서로 다른 모양이라고 생각하는 까닭을 이야기해 보세요.

서로 다른 모양의 사각형을 찾고 그렇게 생각하는 까닭을 설명하는 활동을 통해 의사소통 능력을 기를 수 있다.

선수 학습 내용 알아보기 (『수학 익힘』 53쪽)

• 성취 기준

[4수02-02] 각과 직각을 이해하고, 직각과 비교하는 활동을 통하여 예각과 둔각을 구별할 수 있다.
[4수02-10] 여러 가지 모양의 사각형에 대한 분류 활동을 통하여 직사각형, 정사각형, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모를 알고, 그 성질을 이해한다.
[4수03-12] 각의 크기 단위인 1도(°)를 알고, 각도기를 이용하여 각의 크기를 측정하고 어림할 수 있다.

[4수03-14] 여러 가지 방법으로 삼각형과 사각형의 내각의 크기의 합을 추론하고, 자신의 추론 과정을 설명할 수 있다.

3~4학년에서 배웠던 평면도형(직각삼각형, 직사각형, 정사각형)과 각도(예각, 직각, 둔각)의 학습 수준을 확인하고 이를 바탕으로 구체적인 조작 활동을 통해 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형과 정사각형의 성질을 알아본다.