



분수의 덧셈과 뺄셈

단원 개관

생활 속에서 학생들은 요리하거나 케이크를 나누는 등 분수의 덧셈과 뺄셈이 필요한 상황을 많이 겪지만, 분수의 덧셈과 뺄셈은 학생들의 오개념이 가장 많이 발생하는 영역 중 하나이다. 이러한 오개념은 자연수에서 배운 덧셈과 뺄셈이 분수가 포함된 덧셈과 뺄셈으로 확장되는 과정에서 단위분수에 대한 이해 부족으로 나타나는 경우가 많다. 이번 단원에서는 실생활 상황에서 분수의 덧셈과 뺄셈이 단위분수가 몇 개인지 파악하는 과정이라는 점을 이해한 후, 계산 방법을 형식화하도록 구성하였다.

분수의 덧셈과 뺄셈은 분수 연산의 가장 기초이므로 충분한 학습이 이루어지지 못하면, 이후에 배울 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈이나 분수의 곱셈과 나눗셈을 학습하는 데 어려움이 생길 수밖에 없다. 분수의 덧셈과 뺄셈을 이해하기 위해서는 3학년에서 배운 분수의 의미와 대분수, 가분수에 대해 이해하고 있어야 한다. 특히, $\frac{6}{5}$ 을 ‘ $\frac{1}{5}$ 이 6개인 분수’로 파악하는 것이 필요하다. 이를 통해 자연수의 연산을 분수의 연산으로 자연스럽게 연결할 수 있다.

또한, 덧셈과 뺄셈의 의미를 이해하기 위해서는 다양한 모델을 활용해야 한다. 이 단원에는 실생활 문제 상황에서 영역 모델, 길이 모델을 활용하여 분수의 덧셈과 뺄셈의 결과를 구해 본다. 그리고, 여러 가지 수학적 모델을 통한 조작 활동으로 계산 원리를 형식화하는 과정에서 추론 능력, 의사소통 능력과 정보 처리 능력 등을 기를 수 있도록 지도한다.

수학 속으로

자연수에서 배운 덧셈과 뺄셈을 확장하여 분수의 덧셈과 뺄셈을 이해한다. 분수의 덧셈과 뺄셈은 단위분수의 개수를 세어 보는 활동을 통해 이해하고, 다양한 실생활 문제를 해결한다.

배움 속으로

조각의 수를 세어 보는 활동을 통해 진분수의 합과 차를 구하는 방법을 알아본다. 진분수의 덧셈과 뺄셈을 확장하여 대분수의 덧셈과 뺄셈 방법을 알아보고 형식화하게 된다.

분수의 덧셈과 뺄셈

가르침 속으로

단위분수의 개수를 세어 보는 활동을 통해 분수의 덧셈과 뺄셈을 이해하고, 영역 모델, 길이 모델을 이용하여 덧셈과 뺄셈의 계산 원리를 형식화하도록 한다.

생활 속으로

요리하거나 요리를 나누어 먹는 상황에서 분수의 연산을 경험한다. 이 단원에서는 음식을 만드는 과정에서 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 경험하게 한다.

단원 학습 계열

선수 학습	본학습	후속 학습
<ul style="list-style-type: none"> • 분수의 의미 알아보기 • 분모가 같은 분수와 단위분수의 크기 비교하기 (3-1, 6. 분수와 소수) • 대분수와 가분수 알아보기 • 분모가 같은 여러 가지 분수의 크기 비교하기 (3-2, 4. 분수) 	<ul style="list-style-type: none"> • 진분수의 덧셈과 뺄셈 하기 • 분수 부분끼리의 합이 10이 넘지 않는 분수의 덧셈과 분수 부분끼리 뺄 수 있는 분수의 뺄셈 하기 • 분수 부분끼리의 합이 10이 넘는 분수의 덧셈 하기 • 분수 부분끼리 뺄 수 없어서 1을 분수로 고쳐야 하는 분수의 뺄셈 하기 	<ul style="list-style-type: none"> • 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈 하기 (5-1, 5. 분수의 덧셈과 뺄셈)

교육과정

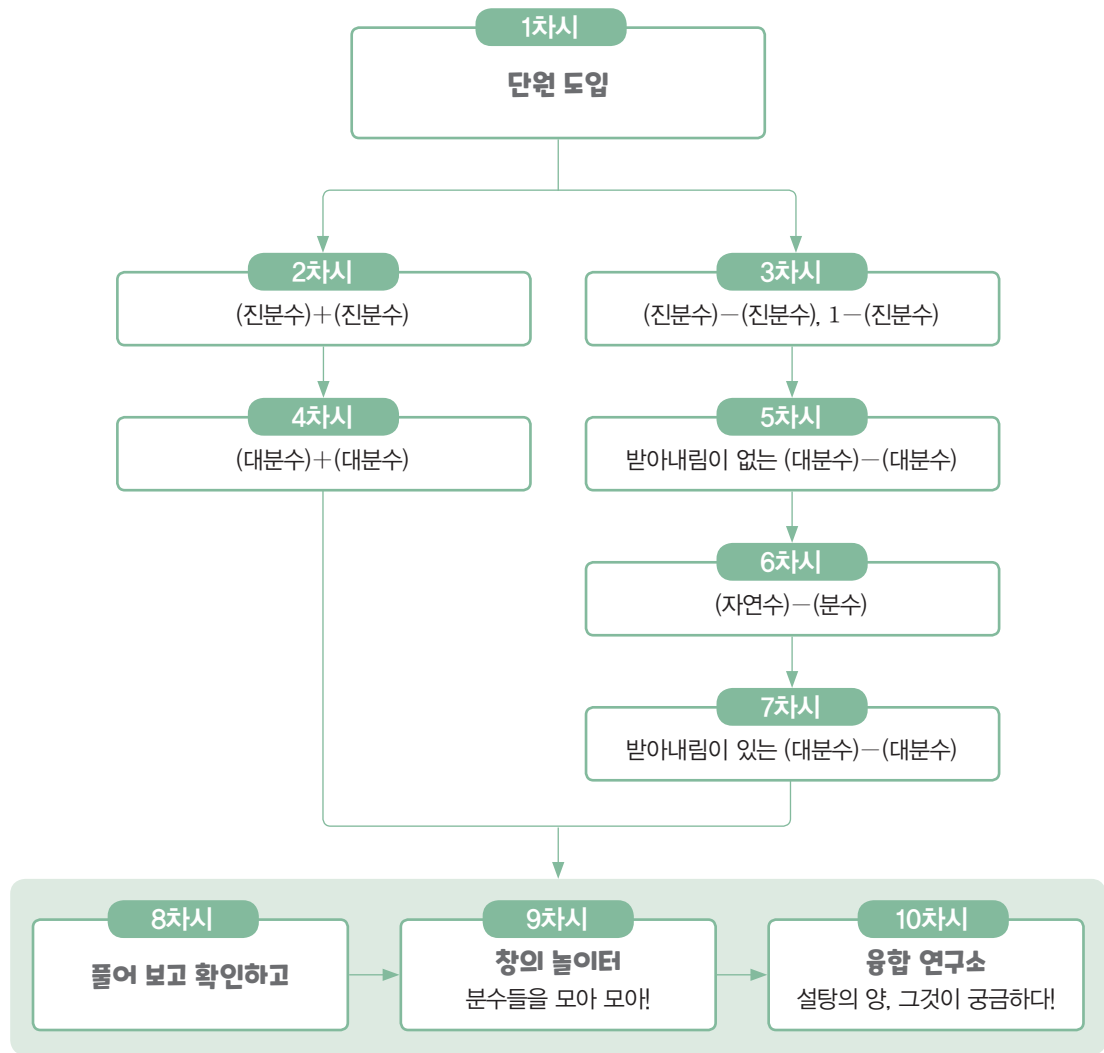
2015 개정 수학과 교육과정	
성취 기준	[4수01-16] 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.

[교수·학습 방법 및 유의 사항]

- 수와 연산 영역의 문제 상황에 적합한 문제 해결 전략을 지도하고, 문제 해결 과정을 설명하게 하여 문제 해결 능력을 기르게 한다.

단원 학습 목표

교과 역량		문	문	문	문	문	문	문
교과 역량		문	문	문	문	문	문	문
영역	단원 학습 목표							
내용	<ol style="list-style-type: none"> 1. 두 진분수의 합과 차를 구하는 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있다. 2. 분수 부분의 합이 1보다 큰 두 분수의 합을 구하는 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있다. 3. 분수 부분끼리 뺄 수 있는 두 분수의 뺄셈 계산 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있다. 4. (자연수)－(분수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있다. 5. 분수 부분끼리 뺄 수 없는 두 분수의 뺄셈 계산 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있다. 6. 분수의 덧셈과 뺄셈이 필요한 문제를 다양한 문제 해결 전략을 이용하여 해결할 수 있다. 							
교과 역량	<ol style="list-style-type: none"> 1. 실생활 상황을 분수의 덧셈과 뺄셈으로 나타내는 활동을 통해 수학에 관심과 흥미를 높일 수 있다. 창 태 2. 분수의 개념을 토대로 덧셈과 뺄셈에 대해 토론하고 설명하는 과정을 통해 계산 원리를 이해할 수 있으며 자신의 사고를 효율적으로 표현하는 능력을 길러 줄 수 있다. 추 의 3. 분수의 덧셈과 뺄셈을 여러 영역 모델을 통해 살펴봄으로써 원리를 설명하는 데 필요한 정보를 파악하고 바르게 해석, 종합하는 능력을 길러 줄 수 있다. 정 4. 분수의 덧셈과 뺄셈이 필요한 문제를 해결하고, 해결 과정을 설명하고, 여러 가지 문제 해결 방법을 비교하는 활동을 통해 수학적 문제 해결 능력을 길러 줄 수 있다. 문 							



- ① 분수의 덧셈과 뺄셈 계산 원리를 지도할 때 학생들이 직접 영역 모델을 등분할하고, 주어진 분수만큼 색칠하거나 제거하는 구체적인 활동을 한다.
- ② 분수의 덧셈과 뺄셈이 새로운 개념이 아니라 자연수에서 학습한 덧셈과 뺄셈 개념이 확장된 것임을 이해할 수 있도록 지도한다.
- ③ 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 도구적 이해가 아니라 관계적 이해를 하게 하려면 구체적인 활동과 계산 과정의 각 단계를 의미 있게 연결해 주어야 한다.
- ④ 4학년 1학기에는 분수에 대해 학습하는 단원이 없으므로 학생들이 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 더하거나 빼는 오류를 범하지 않도록 3학년 2학기 분수 단원에서 학습한 내용을 확인하게 한다.
- ⑤ 분수의 약분, 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈, 동치분수의 개념은 5학년 1학기에 배우는 내용 이므로 이를 이용해 지도하지 않도록 주의한다.
- ⑥ 분수의 덧셈과 뺄셈을 계산하는 방법은 자연수 부분끼리, 분수 부분끼리 더하거나 빼는 방법과 가분수로 바꾸어 계산하는 방법으로 두 가지이다. 이 중 어느 한 가지 방법만 강조하지 말고 학생들이 방법을 선택하여 계산할 수 있도록 지도한다.
- ⑦ 분수의 곱셈과 나눗셈, 중학교에서 학습하게 될 유리수 계산에서는 가분수로 바꾸어 계산하는 활동이 주가 되므로 이 단원에서도 가분수로 바꾸어 계산하는 방법을 이해하게 하는 것이 필요하다.

단원의 전개 계획

차시 『수학』 쪽수 『수학 익힘』 쪽수	차시명	수업 내용 및 활동	교과 역량	성취 기준	준비물
1차시 [수] 10~11쪽 [익] 7쪽	단원 도입	<ul style="list-style-type: none"> 그림 속의 상황과 동시를 살펴보게 한다. 선수 학습의 내용을 알아보게 한다. 	추 창		
2차시 [수] 12~13쪽 [익] 8~9쪽	분수의 덧셈을 해 볼까요(1)	<ul style="list-style-type: none"> 실생활에서 진분수의 합을 구하는 상황을 이해하게 한다. 영역 모델로 진분수의 합을 구하는 활동을 바탕으로 진분수의 합을 구하는 계산 원리를 이해하고 계산 방법을 형식화하게 한다. 진분수의 합을 능숙하게 계산하도록 연습 활동을 한다. 	문 추 창 의 정	[4수01-16]	색연필
3차시 [수] 14~15쪽 [익] 10~11쪽	분수의 뺄셈을 해 볼까요(1)	<ul style="list-style-type: none"> 실생활에서 진분수의 차를 구하는 상황을 이해하게 한다. 영역 모델로 분수의 차를 구하는 활동을 바탕으로 분수의 차를 구하는 계산 원리를 이해하고 계산 방법을 형식화하게 한다. 분수의 차를 능숙하게 계산하도록 연습 활동을 한다. 	문 추 창 의 정	[4수01-16]	색연필
4차시 [수] 16~17쪽 [익] 12~13쪽	분수의 덧셈을 해 볼까요(2)	<ul style="list-style-type: none"> 실생활에서 대분수의 덧셈 상황을 이해하게 한다. 영역 모델로 대분수의 덧셈 결과를 구하는 활동을 바탕으로 대분수의 덧셈 계산 원리를 이해하고 계산 방법을 형식화하게 한다. 대분수의 덧셈을 능숙하게 계산하도록 연습 활동을 한다. 	문 추 창 의 정	[4수01-16]	색연필
5차시 [수] 18~19쪽 [익] 14~15쪽	분수의 뺄셈을 해 볼까요(2)	<ul style="list-style-type: none"> 실생활에서 대분수의 뺄셈 상황을 이해하게 한다. 길이 모델로 대분수의 뺄셈 결과를 구하는 활동을 바탕으로 대분수의 뺄셈 계산 원리를 이해하고 계산 방법을 형식화하게 한다. 대분수의 뺄셈을 능숙하게 계산하도록 연습 활동을 한다. 	문 추 창 의 정	[4수01-16]	색연필
6차시 [수] 20~21쪽 [익] 16~17쪽	분수의 뺄셈을 해 볼까요(3)	<ul style="list-style-type: none"> 실생활에서 (자연수) - (진분수)의 상황을 이해하게 한다. 영역 모델과 수직선 모델로 (자연수) - (진분수)의 결과를 구하는 활동을 바탕으로 (자연수) - (대분수)의 계산 원리를 이해하고 계산 방법을 형식화하게 한다. (자연수) - (분수)를 능숙하게 계산하도록 연습 활동을 한다. 	문 추 창 의 정 태	[4수01-16]	색연필
7차시 [수] 22~23쪽 [익] 18~19쪽	분수의 뺄셈을 해 볼까요(4)	<ul style="list-style-type: none"> 실생활에서 1을 가분수로 바꾸어야 하는 (대분수) - (대분수)의 상황을 이해하게 한다. 영역 모델과 수직선 모델로 1을 가분수로 바꾸어야 하는 (대분수) - (대분수)의 결과를 구하는 활동을 바탕으로 계산 원리를 이해하고 계산 방법을 형식화하게 한다. 대분수의 뺄셈을 능숙하게 계산하도록 연습 활동을 한다. 	문 추 창 의 정	[4수01-16]	색연필
8차시 [수] 24~25쪽 [익] 20쪽	[풀어 보고 확인하고]	<ul style="list-style-type: none"> 다양한 문제를 해결하며 이 단원에서 배운 내용을 정리하게 한다. 	문 추 창 의 정	[4수01-16]	
9차시 [수] 26~27쪽	[창의 놀이터] 분수들을 모아 모아!	<ul style="list-style-type: none"> 분수의 합과 차가 자연수 또는 2보다 큰 수가 되는 경우를 찾아 놀이에 참여하게 한다. 	문 추 창 의 정 태	[4수01-16]	
10차시 [수] 28~29쪽	[융합 연구소] 설탕의 양, 그것이 궁금하다!	<ul style="list-style-type: none"> 분수의 덧셈을 이용해 간식으로 먹은 설탕의 양을 다양한 방법으로 구하도록 한다. 간식 계획표를 만든 후, 분수의 덧셈을 이용해 먹게 되는 설탕의 양을 구하도록 한다. 	문 추 창 의 정	[4수01-16]	

교육과정에 따른 평가 기준

교육과정 성취 기준	평가 기준	
[4수01-16] 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.	상	분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 여러 가지 방법으로 계산하고, 그 방법을 설명할 수 있다.
	중	분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
	하	안내된 절차에 따라 분모가 같은 간단한 분수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

단원 학습 평가

영역	평가 내용	차시	평가 방법
내용	1. 두 진분수의 합과 차를 구하는 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있는가?	2, 3	지필, 구술
	2. 분수 부분의 합이 1보다 큰 두 분수의 합을 구하는 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있는가?	2, 4	지필, 구술
	3. 분수 부분끼리 뺄 수 있는 두 분수의 뺄셈 계산 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있는가?	5	관찰, 구술
	4. (자연수)-(분수)의 계산 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있는가?	6	관찰, 지필
	5. 분수 부분끼리 뺄 수 없는 두 분수의 뺄셈 계산 원리와 형식을 이해하고 계산할 수 있는가?	7	지필, 관찰, 구술, 자기 평가, 동료 평가
	6. 분수의 덧셈과 뺄셈이 필요한 문제를 다양한 문제 해결 전략을 이용하여 해결할 수 있는가?	8	지필, 관찰
교과 역량	1. 실생활 상황을 분수의 덧셈과 뺄셈으로 나타내는 활동을 통해 수학에 관심과 흥미를 높일 수 있는가?  	1~10	관찰, 질문, 면담
	2. 분수의 개념을 토대로 덧셈과 뺄셈에 대해 토론하고 설명하는 과정을 통해 계산 원리를 이해할 수 있으며 자신의 사고를 효율적으로 표현하는 능력을 길러 줄 수 있는가?  	2~7	지필, 관찰, 구술, 자기 평가, 동료 평가
	3. 분수의 덧셈과 뺄셈을 여러 영역 모델을 통해 살펴봄으로써 원리를 설명하는 데 필요한 정보를 파악하고 바르게 해석, 종합하는 능력을 길러 줄 수 있는가? 	2~7	지필, 관찰, 구술, 자기 평가, 동료 평가
	4. 분수의 덧셈과 뺄셈이 필요한 문제를 해결하고, 해결 과정을 설명하고, 여러 가지 문제 해결 방법을 비교하는 활동을 통해 수학적 문제 해결 능력을 길러 줄 수 있는가? 	8, 10	관찰, 질문, 면담

과정 중심 평가 계획 - 7차시를 중심으로

1. 평가 개요

평가 목표	분수 부분끼리 뺄 수 없는 두 분수의 뺄셈 계산 원리를 여러 모델을 활용하여 정보를 해석하고 종합하여 이해하고, 계산 형식을 설명할 수 있다.
평가 방법	지필, 관찰, 구술, 자기 평가, 동료 평가
평가 도구	체크리스트(전자 저작물), 학습지
유의 사항	<ul style="list-style-type: none"> 한 가지 모델을 강조하기보다는 학생들이 생각한 다양한 모델을 인정한다. 절차적 계산보다는 원리를 이해하고 있는지 평가한다.

2. 평가 계획

수업 설계	주요 교수·학습 활동 개요	평가 계획	평가 방법
도입	<p>전 차시 상기 및 문제 상황 이해하기</p> <ul style="list-style-type: none"> 지난 시간에 배운 내용 점검하기 (자연수)-(분수)의 계산 원리 알아보기 (자연수)-(분수)의 계산해보기 <p>실생활 상황에서 대분수의 뺄셈 알아보기</p> <ul style="list-style-type: none"> 비교의 상황을 뺄셈식으로 이해하기 	<p>[전 차시 학습 점검하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> 실생활의 문제 상황을 뺄셈식으로 표현할 수 있는가? (자연수)-(대분수)의 계산 원리를 알고 계산할 수 있는가? <p>[문제 상황 이해하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> 주어진 상황을 뺄셈식으로 이해할 수 있는가? 	지필, 관찰, 구술
전개	<p>영역 모델과 수직선 모델을 통해 (대분수)-(대분수)의 계산 원리 알아보기</p> <ul style="list-style-type: none"> 사용한 우유의 양의 차이 어렵하기 영역 모델로 사용한 우유의 양의 차이 알아보기 수직선 모델로 사용한 우유의 양의 차이 알아보기 해결한 방법을 친구들에게 설명하기 	<p>[과정 평가 1]</p> <ul style="list-style-type: none"> 사용한 우유의 양의 차이를 어렵할 수 있는가? (문) (추) 영역 모델로 사용한 우유의 양의 차이를 계산할 수 있는가? (추) (정) 수직선 모델로 사용한 우유의 양의 차이를 계산할 수 있는가? (추) (정) 해결한 방법을 친구들에게 설명할 수 있는가? (의) (정) 	관찰, 구술, 동료 평가
	<p>(대분수)-(대분수)의 계산 원리 알아보기</p> <ul style="list-style-type: none"> 영역 모델을 이용하여 자연수끼리, 분수끼리 빼는 방법 형식화하기 수직선 모델을 이용하여 모두 가분수로 바꾸어 빼는 방법 형식화하기 	<p>[과정 평가 2]</p> <ul style="list-style-type: none"> 영역 모델을 이용해 자연수끼리, 분수끼리 빼는 방법을 이해하고 형식화할 수 있는가? (문) (추) (정) 수직선 모델을 이용해 모두 가분수로 바꾸어 빼는 방법을 이해하고 형식화할 수 있는가? (문) (추) (정) 	관찰, 구술
정리	<p>정리 및 차시 예고</p> <ul style="list-style-type: none"> 여러 가지 받아내림이 있는 두 분수의 뺄셈 계산하기 배운 내용에 대하여 정리하기 차시 예고하기 	<p>[학습 결과 확인하기]</p> <ul style="list-style-type: none"> 이번 차시에서의 평가 결과 분석 및 필요시 추가적인 사후 평가 활용 받아내림이 있는 두 분수의 뺄셈을 계산할 수 있는가? 	지필 또는 자기 평가

3. 과정 중심 평가에 따른 지도 방안 예시

평가	학생 반응	지도 방안 예시
선수 학습 확인	<ul style="list-style-type: none"> • (자연수)－(대분수)의 계산 원리를 이해하지 못한다. 	<p>6차시의 학습 결과 확인을 바탕으로 7차시를 계획</p> <ul style="list-style-type: none"> • 수직선 모델에서 한 눈금이 얼마를 가리키는지 찾아보고 수직선에 나타내 보게 한다. • 영역 모델에서 한 칸이 얼마인지 찾아보고, 뺄셈 상황을 나타내 보게 한다.
문제 상황 이해하기	<ul style="list-style-type: none"> • 주어진 상황을 뺄셈식으로 나타내지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 자연수의 뺄셈 상황에서 뺄셈식을 알아본 후 주어진 상황의 뺄셈식을 분수로 세워 보게 한다.
과정 평가 1	<ul style="list-style-type: none"> • 우유의 양의 차이를 어렵하여 영역 모델과 수직선 모델로 우유의 양의 차이를 구하고, 해결한 방법을 설명할 수 있다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 스스로 받아내림이 있는 대분수와 대분수의 뺄셈식을 만들어 풀어 보게 한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 우유의 양의 차이를 어렵하지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 대분수를 가장 가까운 자연수로 바꾸는 방법을 지도한다. • 다른 학생들이 어려운 방법을 발표하는 것을 듣고 이해할 수 있게 한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 영역 모델로 우유의 양의 차이를 구하지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 영역 모델에서 한 칸이 얼마인지 찾아보게 한다. • 영역 모델에서 뺄셈을 나타내기 위해 ×표 하는 방법을 지도한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 수직선 모델로 우유의 양의 차이를 구하지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 수직선 모델에서 눈금 한 개가 얼마인지 찾아보게 한다. • 2L에서 남아 있는 물의 양만큼 표시하는 방법을 지도한다. • 수직선 모델에서 구하고자 하는 양이 어떤 부분인지 찾아보게 한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 해결한 방법을 설명하지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 문제를 해결한 과정을 단계별로 써 보게 한다. • 각 모델에서 자신이 표시한 부분이 무슨 의미인지 말해 보게 한다. • 사용할 수학 용어의 목록을 보며 용어들의 의미를 말해 보게 한다.
과정 평가 2	<ul style="list-style-type: none"> • 영역 모델을 이용하여 자연수끼리, 분수끼리 빼는 방법을, 수직선 모델을 이용해 모두 가분수로 바꾸어 빼는 방법을 형식화한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 영역 모델과 수직선 모델을 비교해 보고 편리한 점과 불편한 점을 말해 보게 한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 영역 모델을 이용해 자연수끼리, 분수끼리 빼는 방법을 형식화하지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 대분수에서 분수 부분끼리 뺄 수 없을 때 자연수 부분에서 받아내림을 해야 한다는 사실을 지도한다. • 영역 모델에서 받아내림을 표현한 부분을 찾고 그 부분을 식으로 나타내 보게 한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 수직선 모델을 이용해 모두 가분수로 바꾸어 빼는 방법을 형식화하지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 수직선 모델에서 빼는 부분을 표시하고, 뺄셈의 결과가 어떤 부분인지 찾게 한다. • 모두 가분수로 바꾸면 수직선 모델에서 눈금의 개수가 가분수의 분자 부분이 된다는 것을 지도한다.
학습 결과 확인	<ul style="list-style-type: none"> • 받아내림이 있는 두 분수의 뺄셈을 계산한다. 	<p>학습 결과 확인(지필 또는 자기 평가)을 바탕으로 보충 학습 계획 및 8차시 수업을 계획</p> <ul style="list-style-type: none"> • 학생들에게 문장제 문제를 제시하여 문제를 해결해 보게 한다.
	<ul style="list-style-type: none"> • 받아내림이 있는 두 분수의 뺄셈을 계산하지 못한다. 	<ul style="list-style-type: none"> • ②의 분수를 더 작은 수로 바꾼 후, 영역 모델과 수직선 모델을 뺄셈식과 연결하는 과정을 지도한다.

1. 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈의 중요성

이 단원에서 학습하게 되는 분수의 덧셈과 뺄셈은 실생활에서 생기는 문제를 해결하는 방법일 뿐만 아니라 유리수를 이해하는 데 필요한 하나의 단계이다. 자연수에서 유리수로 수의 범위가 확장되더라도 자연수에서의 연산의 의미가 변화되는 것은 아니다. 대신에 학습한 덧셈과 뺄셈의 적용 범위가 확대 되는 것이다.

자연수에서 덧셈과 뺄셈의 의미를 제대로 학습했더라도 구체적인 실생활 장면에서 분수의 덧셈과 뺄셈을 도입하여 지도하는 것이 중요하다. 초등학생들은 분수를 수로 생각하는 것이 아니라 단순한 기호로 받아들이기 때문이다. 연산의 결과를 구하는 계산을 능숙하게 할 수 있도록 지도해야 하지만, 자연수의 계산에서처럼 계산 결과가 타당한지를 검토할 수 있는 어림 활동이 필요하다.

분수의 덧셈과 뺄셈은 분모가 같은 분수와 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈으로 나누어진다. 분모가 다른 덧셈과 뺄셈은 동치분수의 개념과 이를 바탕으로 하는 통분과 약분의 개념도 추가로 필요하지만, 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 이해가 핵심적으로 필요하다. 뿐만 아니라 분수를 특정한 양을 나타내는 기호가 아니라 연산이 가능한 수로 바라볼 수 있게 해주는 첫 단계로 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 지도하는 것은 중요하다.

2. 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈의 지도 내용

- 합과 차가 진분수가 되는 진분수끼리의 덧셈과 뺄셈
- 합이 1보다 큰 진분수끼리의 덧셈
- 분수 부분의 합이 1보다 크게 되는 대분수의 덧셈 예 $2\frac{2}{4} + 1\frac{3}{4}$
- 분수 부분끼리 뺄셈이 가능한 대분수의 뺄셈 예 $4\frac{4}{5} - 1\frac{3}{5}$
- (자연수) - (분수) 예 $2 - \frac{3}{4}$
- 분수끼리 뺄 수 없어 1을 분자와 분모가 같은 분수로 고쳐서 빼야 하는 분수의 뺄셈
예 $4\frac{2}{4} - 1\frac{3}{4}$







▲ 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈의 지도 내용과 예

분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 원리의 핵심은 자연수끼리 더하거나 빼고, 분수 부분끼리 더하거나 빼는 것이다. 분수 부분끼리 뺄 수 없을 때는 자연수 부분에서 1을 분자와 분모가 같은 분수로 고쳐야 한다. 이는 자연수 뺄셈에서 일의 자리의 두 수를 뺄 수 없을 때 받아내림하는 상황과 본질에서 같은 상황이다. 자연수의 뺄셈에서 받아내림의 의미를 지도하기 위해 했던 활동과 노력이 분수의 덧셈과 뺄셈의 지도에서 필요한 이유이다.

3. 단위분수의 활용

분자가 1인 분수, 즉 단위분수는 분수의 여러 가지 의미 중 측정과 관련이 깊다. 실생활의 물건들은 자연수 단위로 측정할 수 없는 경우가 더 많다. 이때, 분수가 필요하다. 예를 들어, 길이가 $\frac{2}{3}$ m인 것은 $\frac{1}{3}$ m가 2개 있는 것과 같다. 이렇게 길이를 측정하는 과정은 분모가 같은 분수의 덧셈 과정과 동일하다(NCTM, 방정숙 외 5명 공역, 2017).

주어진 분수를 단위분수가 몇 개인 분수로 생각하는 것은 분수의 덧셈과 뺄셈을 학생들이 익히 알고 있는 자연수의 덧셈과 뺄셈으로 자연스럽게 연결할 수 있게 해준다. 다음 두 상황은 자연수에서의 덧셈과 분수에서의 덧셈이지만 연산의 구조는 같다.

<p>빨간 사과 3개와 초록 사과 2개를 더하면 사과는 모두 5개가 있다.</p>	→	 $+$  $=$ 
		$3 \quad + \quad 2 \quad = \quad 5$
<p>8등분 된 케이크를 내가 3조각 먹고, 누나가 2조각 먹으면, 모두 5조각 먹은 것이다.</p>	→	 $+$  $=$ 
		$\frac{3}{8} \quad + \quad \frac{2}{8} \quad = \quad \frac{5}{8}$

▲ 자연수의 덧셈과 분수의 덧셈

분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 지도할 때, 분모는 그대로 두고 분자만 더하면 된다는 알고리즘을 강조하기보다는 단위분수의 개수를 세어 보는 활동을 통해 분모가 변하지 않는 이유에 대해 생각해 보게 하는 것이 중요하다(Krantz, S. G., 김부윤, 정영우 공역, 2013).

4. 분수 연산의 지도

분수 연산을 이해하기 위해서는 먼저 분수를 수로 인식해야 한다. 분수를 수로 인식한다는 것은 크기를 비교할 수 있는 양으로 인식하는 것이며, 이는 분수를 더하고, 빼고, 곱하고 나눌 수 있는 것으로 인식하게 해 준다. 분수 연산의 의미는 본질적으로 자연수 연산과 동일하지만 학생들은 분수의 연산을 분리하여 생각하는 경향이 있다. 따라서 자연수의 연산에서 다른 다양한 양의 종류와 연산의 의미를 분수의 연산에서도 다루어 줄 필요가 있다.

가. 양의 종류

양은 분리량과 연속량으로 나눌 수 있으며, 분리량은 이산량이라고도 한다. 분리량이란 더 이상 쪼갤 수 없는 양으로 사람이 몇 명, 연필이 몇 자루, 자동차가 몇 대, 사과가 몇 개 등과 같이 독립된 개체의 수를 나타내는 양이다. 이와는 반대로 연속량은 길이, 넓이, 부피, 무게 등과 같이 쪼갤 수 있는 양을 의미한다.

양의 종류	분수의 연산 상황	식
분리량 (이산량)	사탕이 한 봉지에 4개가 들어 있습니다. 형이 사탕 1개를, 동생이 사탕 2개를 먹었다면 형과 동생이 먹은 사탕은 몇 봉지인가요?	$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$
연속량	형은 우유 $\frac{1}{4}$ L를, 동생은 우유 $\frac{2}{4}$ L를 마셨습니다. 형과 동생은 우유를 모두 몇 L 마셨나요?	

▲ 양의 종류별 분수의 연산 상황

나. 연산의 의미

연산해야 하는 상황은 다를 수 있다. 덧셈 상황은 합병과 첨가로, 뺄셈 상황은 비교와 제거로 나눌 수 있다. 분수의 다양한 상황을 모두 다루어주는 것이 좋다(Reys, R. E. 외 3명, 박성선 외 3명 공역, 2017).

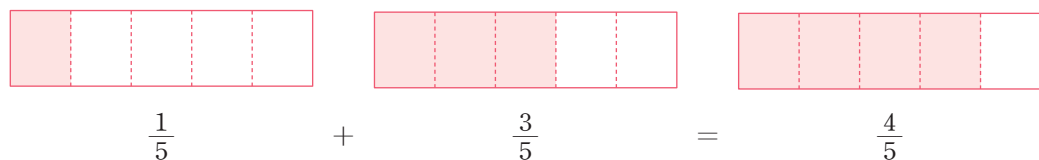
비교 뽕샘 상황	<div> <div> <h3>분수의 뽕샘을 해 볼까요(1)</h3> <p> ^{열기} 동생이랑 말랑말랑한 콩강정을 나눠 먹기로 했어. 콩강정 한 판을 똑딱 똑딱이 8조각으로 나누어 내가 5조각을, 동생은 3조각을 맛있게 남남 찢쩍! </p> </div>  </div>
제거	<div> <div> <h3>분수의 뽕샘을 해 볼까요(2)</h3> <p> ^{열기} 쌀케이크를 예쁘게 포장해야지. 갖고 있던 리본 $3\frac{3}{4}$ m로 왕리본을 다니까 더 근사해 보여. 어? 리본이 $1\frac{2}{4}$ m 남았네. 얼마나 사용한 거지? </p> </div>  </div>

4. 분수 지도에서 다양한 모델의 활용

분수를 지도하는 데 있어서 구체물과 수학적 모델의 사용은 학생들이 분수의 연산을 이해하는 데 많은 도움을 준다. 하지만 수학적 모델의 활용이 단순히 결과를 확인하는 데 그쳐서는 안 되며 학생들의 활동 과정에서 개념을 발견할 수 있어야 한다.

가. 영역 모델

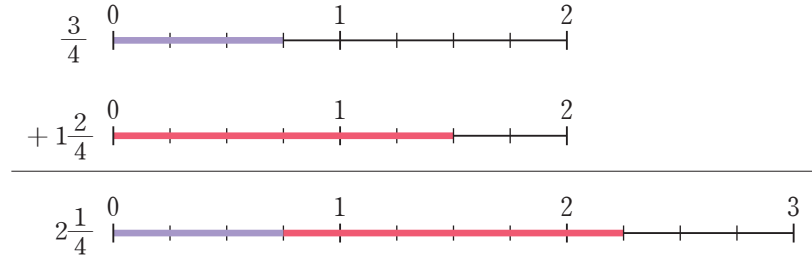
영역 모델은 가장 구체적이고 학생들이 가장 쉽게 조작할 수 있기 때문에, 가장 많이 사용되는 모델이다. 넓이 모델의 특별한 한 형태인 영역 모델에서, 영역은 전체(단위)이고 부분은 크기와 형태가 동일(합동)하다. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$ 을 영역 모델로 해결하기 위해서 직사각형을 크기와 형태가 동일하게 5조각으로 나누는 후, 1조각을 색칠하여 $\frac{1}{5}$ 을 나타내고, 3조각을 색칠하여 $\frac{3}{5}$ 을 나타내 합쳐 보는 과정을 거친다.



영역은 원이나 직사각형, 정사각형, 삼각형 등 어떤 형태로 나타낼 수 있다. 다양한 모양을 다루어 분수를 전체와 부분을 나타내는 수로 이해하는 것이 필요하다.

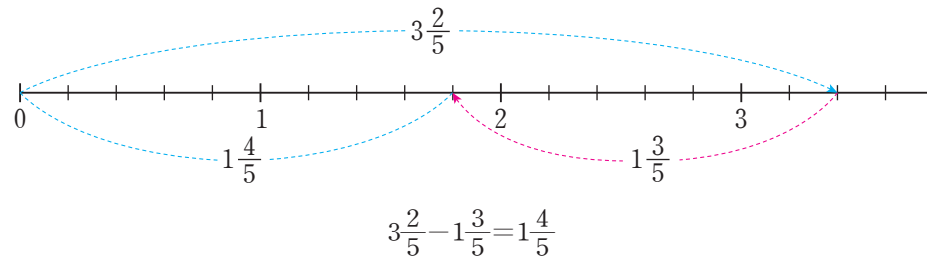
나. 길이 모델

임의의 길이는 분수 부분으로 등분할 할 수 있다. 학생들은 가느다란 종이띠를 반으로, 반의반으로 접어 보는 활동을 통해 분수를 직관적으로 이해할 수 있다. 분수의 덧셈에 길이 모델을 이용하는 것은 분수의 덧셈을 수직선에 나타내는 활동의 기초가 된다. 분수의 연산에서 길이 모델을 바로 도입하여 이용하는 것보다 자연수의 연산을 배울 때부터 길이 모델을 꾸준히 지도할 필요가 있다.



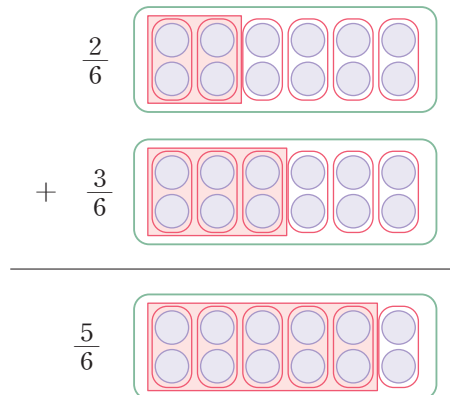
다. 수직선 모델

수직선 모델은 특별한 형태의 길이 모델로서 변화량을 수직선에 화살표로 나타내 직관적으로 분수의 연산을 이해할 수 있게 한다. 하지만 길이 모델에 익숙해지지 않은 상태에서는 수직선 위에 분수를 표시하는 것을 어려워할 수 있으므로 세심한 지도가 필요하다.


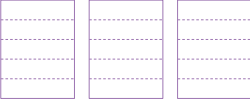
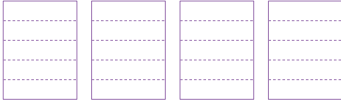
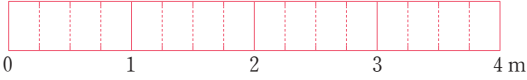
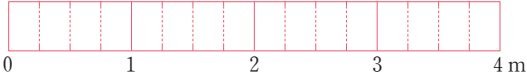

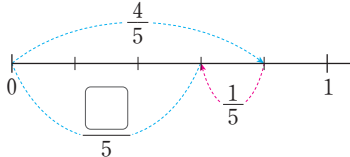


라. 집합 모델

집합 모델은 한 집합을 전체(단위)로 사용한다. 집합 모델은 이산량을 다루기 때문에 다른 모델보다 더 이해하기 어려워하는 학생이 많다. 또, 집합 모델은 묶는 방법에 따라 다양한 동치분수로 나타나므로 학생들의 입장에서는 혼란스러울 수 있다. 집합 모델을 어려워하는 가장 근본적인 원인은, 예를 들면, 12개의 사물의 모임을 하나의 단위로 인식해야 한다는 점이다. 이러한 이유로 분수의 연산에서 연속량만을 지도한다면 분수의 연산은 연속량에 대해서만 성립한다는 오개념을 심어 줄 수 있다. 따라서 연속량과 더불어 이산량에 대해서도 분수의 연산을 지도할 필요가 있다(김성준 외 7명, 2013).



마. 교과서에 반영된 여러 가지 모델

영역 모델	<p>다지기 1 두 사람이 사용한 쌀가루의 양을 알아보시다.</p> <ul style="list-style-type: none"> 두 사람이 사용한 쌀가루의 양이 4컵보다 많은지 적은지 어렵해 보세요. 사용한 쌀가루의 양을 각각 그림에 나타내 보세요. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>나</p> <p>$1\frac{1}{5}$</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>아버지</p> <p>$2\frac{2}{5}$</p>  </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> 두 사람이 사용한 쌀가루의 양을 구하는 식을 써 보세요. 두 사람이 사용한 쌀가루의 양을 그림으로 나타내 알아보세요. <div style="text-align: center;">  </div>
길이 모델	<p>다지기 1 사용한 리본의 길이를 알아보시다.</p> <ul style="list-style-type: none"> 사용한 리본의 길이가 2 m보다 긴지 짧은지 어렵해 보세요. 리본의 길이를 각각 그림에 나타내 보세요. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>처음 리본의 길이</p> <p>$3\frac{3}{4}$</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>남은 리본의 길이</p> <p>$1\frac{2}{4}$</p>  </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> 사용한 리본의 길이를 구하는 식을 써 보세요. 사용한 리본의 길이를 그림으로 나타내 알아보세요. <div style="text-align: center;">  </div>
수직선 모델	<p>2 그림을 이용하여 $\frac{4}{5} - \frac{1}{5}$이 얼마인지 알아보세요.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-around;">  <div style="text-align: center;"> $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{\boxed{}}{5} - \frac{\boxed{}}{5} = \frac{\boxed{}}{5}$ </div> </div>

집합 모델

1


토마토 6모종을 똑같이 나누고, 부분은 전체의 얼마인지 알아보시다.



- 전체 6모종을 똑같이 나누는 방법을 이야기해 보세요.



바둑돌을 사용하여
나눌 수도 있어.



- 은 전체를 똑같이 2부분으로 나눈 것 중 부분입니다.

-  은 전체를 똑같이 3부분으로 나눈 것 중 부분입니다.

* 「수학 3-2」 4. 분수

인용 자료 출처

- 김성준 외 7명, 『초등학교 수학과 교재연구와 지도법』, 동명사, 2013, 152-154쪽
- Krantz, S. G., 『How to teach mathematics(2nd ed)』, AMS, 1999, 김부운, 정영우 공역, 『수학, 어떻게 가르칠 것인가』, 경문사, 2013, 123-124쪽
- National Council of Teachers of Mathematics, 『Developing essential understanding of rational numbers for teaching mathematics in grades 3-5』, Reston, VA: The Author, 2010, 방정숙 외 5명 공역, 『유리수의 필수 이해』, 교우사, 2017, 49-51쪽
- Reys, R. E. 외 3명, 『Helping children learn mathematics(11th ed)』, John Wiley & Sons, 2015, 박성선 외 3명 공역, 『초등교사를 위한 수학과 교수법』, 경문사, 2017, 297-309쪽

단원 도입

수업의 흐름

• 그림 속 상황 살펴보기



• 동시 살펴보기



• 선수 학습 내용 알아보기

더불어 사는 삶

현대 사회는 정보 통신 기술의 발달로 다른 사람의 도움 없이 각종 디지털 기기만으로도 거의 모든 생활을 할 수 있게 되었다. 하지만 이러한 기술의 발달로 서로 이해하지 않고, 다른 사람을 물건으로 취급한다면 우리들의 공동체는 더 지속 가능할 수 없다. 세상이 개별화되고 발전할수록, 서로를 배려하고 풍요롭게 해 주는 더불어 살아가는 삶의 가치를 더 소중하게 여겨야 한다.

그림 속 상황 살펴보기

단원 도입 그림은 건강한 요리를 함께 만들고, 나누어 먹는 모습이다. 이렇게 나누어 먹는 상황을 통하여 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 학습할 수 있도록 구성하였다. 친구와 함께 요리하거나 맛있는 음식을 나누어 먹는 경험을 떠올리며 함께하는 것의 소중함을 일깨우고 나아가 모두가 더불어 사는 삶을 영위할 방안에 대해 생각해 볼 기회를 제공하였다.

핵심 발문

- 다른 사람과 같이 음식을 만들어 본 경험이 있나요?
- 야영 가서 아빠와 함께 라면을 끓여 보았습니다.
- 친구들은 무엇을 하고 있나요?
- 쌀로 만든 케이크를 나누어 먹으려고 합니다.
- 쌀케이크를 친구들과 어떻게 나누어 먹을 수 있을까요?
- 사람 수만큼 똑같이 나누어 먹는 것이 좋을 것 같습니다.
- 접시에 담은 쌀케이크의 양을 분수로 어떻게 나타낼 수 있을까요?
- 한 조각이 $\frac{1}{8}$ 개이므로 $\frac{2}{8}$ 입니다.



분수의 덧셈과 뺄셈

분수의 덧셈과 뺄셈은 언제 필요할까요?



10

- 접시에 덜고 남아 있는 케이크의 양을 분수로 어떻게 나타낼 수 있을까요?
- 1에서 $\frac{2}{8}$ 를 빼면 될 것 같습니다.
- 한 조각이 $\frac{1}{8}$ 개이므로 $\frac{6}{8}$ 정도일 것 같습니다.
- 분수의 덧셈과 뺄셈은 언제 필요할까요?
- (각자 자신이 경험한 내용을 발표한다.)

생활 속에서 똑같이 나누는 경험을 이야기하는 과정에서 분수의 연산이 필요하다는 것을 깨닫게 한다.



오늘은 특별한 날

오늘은 특별한 날!
그래, 특별한 날엔 케이크지!
빠빠 마른 초 하나 꼬아 놓고
촛불 켜고 박수를 짹짹!

오늘은 신나는 날!
그래, 신나는 날엔 케이크지!
쌀로 만들어서 맛있고
과일로 꾸며서 예쁜 케이크!

엇, 누가 누가 케이크를 먹었나?
케이크가 사라지는 바람에
이발 빠진 동그라미가 되었네.
사라진 케이크는 전체의 얼마일까?

11

동시 살펴보기

- 동시를 읽어 보세요.
- (각자 동시를 읽어 본다.)
- 동시를 읽고 느낀 점을 이야기해 보세요.
- 쌀로 케이크를 만들어 먹고 싶습니다.
- 사라진 케이크의 크기는 어떻게 알 수 있을까요?
- 사라진 케이크가 똑같이 몇으로 나눈 것 중의 몇 조각인지 확인합니다.
- 케이크를 똑같이 4조각으로 나누었다면 사라진 케이크는 몇 분의 몇인가요?
- $\frac{1}{4}$ 일 것 같습니다.
- 케이크를 똑같이 8조각으로 나누었다면 사라진 케이크는 몇 분의 몇인가요?
- $\frac{2}{8}$ 입니다.
- 무엇을 배울 것 같은지 이야기해 보세요.
- 분수를 더하거나 빼는 것을 배울 것 같습니다.

즐겁게 시작해요

1 색종이 접기 추 창

• 색종이로 다양한 분수를 만드는 활동이다.

- ① 모둠별로 색종이를 10장씩 나누어 준다.
- ② 모둠별로 색종이로 다양한 분수를 만든다.
- ③ 모둠별로 만든 분수를 크기순으로 칠판에 붙인다.

색종이 1장은 전체 1을 의미하는 것을 학생들에게 지도한다.

색종이로 다양한 분수를 추론하여 만들며 수학과 미술을 연계하는 과정을 통해 추론 능력과 창의·융합 능력을 기를 수 있다.

선수 학습 내용 알아보기 (『수학 익힘』 7쪽)

• 성취 기준

[4수01-10] 양의 등분할을 통하여 분수를 이해하고 읽고 쓸 수 있다.

[4수01-11] 단위분수, 진분수, 가분수, 대분수를 알고, 그 관계를 이해한다.

[4수01-12] 분모가 같은 분수끼리, 단위분수끼리 크기를 비교할 수 있다.

학생들은 3학년 때 분수를 그림과 수직선 등 다양한 모델로 나타내는 활동을 통해 여러 가지 분수를 학습하고, 분모가 같은 분수의 크기를 비교하는 방법을 배웠다.

이를 바탕으로 이번 단원에서는 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 학습하게 된다. 이를 위해 학생들은 단위분수의 개수를 세는 활동을 기본으로 영역 모델과 길이 모델을 이용해 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈 계산 원리를 형식화한다. 분수를 다양하게 나타내고, 단위분수의 개수를 세는 활동이 기초가 되므로 선수 학습 내용을 반드시 이해하고 이번 단원을 학습할 수 있어야 한다.