



삼각형



단원의 개관

삼각형은 다각형의 가장 기본적인 평면도형으로 다각형의 여러 성질을 배우는 데 기초가 된다. 학생들은 삼각형, 사각형, 그 외의 다각형 순으로 다각형을 학습하게 된다.

삼각형과 관련하여 학생들은 2학년 1학기에서는 삼각형의 구성 요소를 학습하였고, 3학년 1학기에서는 직각과 함께 직각삼각형을, 4학년 1학기에서는 예각과 둔각, 삼각형의 세 각의 크기의 합을 알아보았다. 이 단원에서는 삼각형을 변의 길이에 따라 분류해 보고, 분류한 삼각형의 특징을 이용하여 이름을 지어 보게 한다. 이후 이등변삼각형과 정삼각형의 성질을 구체적 조작 활동을 통해 학습하고, 학습한 성질을 이용하여 이등변삼각형과 정삼각형을 그릴 수 있음을 알게 한다. 삼각형을 분류하는 또 다른 기준인 각의 크기에 따라 삼각형을 분류해 보고, 분류한 삼각형의 특징을 이용하여 이름을 지어 보게 한다. 그리고 정의를 이용하여 예각삼각형과 둔각삼각형을 그려 보게 한다. 이후 하나의 삼각형을 두 가지 분류 기준으로 어떤 삼각형인지 파악하는 활동을 통해 삼각형에 대한 종합적인 이해를 할 수 있게 한다.

단원의 배경지식

이 단원에서는 삼각형을 변의 길이에 따라 분류하여 정삼각형과 이등변삼각형을 정의하고 각의 크기에 따라 분류하여 예각삼각형, 둔각삼각형을 정의한다. 이와 같은 삼각형에 대한 초등학교생들의 이해 정도를 조사한 연구들에 의하면 많은 학생이 예각삼각형과 둔각삼각형의 개념을 바르게 이해하지 못하고 있다고 한다(노영아·안병곤, 2007 / 김정미·김현은, 2010 / 최수임·김성준, 2012).

2015 개정 교육과정에서는 “여러 가지 모양의 삼각형에 대한 분류 활동을 통하여 이등변삼각형, 정삼각형을 이해한다.”와 “여러 가지 모양의 삼각형에 대한 분류 활동을 통하여 직각삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형을 이해한다.”와 같이 제시하여 여러 가지 삼각형을 분류하는 활동을 도입하도록 하고 있다. 여기서는 삼각형의 분류 활동이 여러 가지 삼각형을 이해하는 데 어떤 어려움을 주는지 더 자세하게 살펴보도록 하겠다.

1. 계층적 분류와 분할적 분류

남지현·장혜원은 삼각형의 분류에 있어 분류 방법의 논리적 문제를 두 가지 다각형의 분류 방법으로 설명하고 있다. 다각형의 분류를 계층적 분류와 분할적 분류로 구분하여 설명하고 있는데 계층적 분류는 정사각형을 특별한 형태의 직사각형으로 정의하는 것이나 직사각형을 특별한 형태의 평행사변형으로 정의하는 것과 같이 특별한 개념을 일반적 개념의 부분 집합으로 분류하는 방법이고, 분할적 분류는 개념들이 공유하는 부분이 전혀 없도록 분류하는 방법이다. 수학에서 어떤 집합의 분할은 전체 집합의 부분집합들로 서로



교집합이 없으면서 분할들의 합집합이 전체집합이 되는 경우를 의미한다(남지현·장혜원, 2017).

이를 여러 가지 삼각형의 분류에 적용해 보면 정삼각형은 이등변삼각형의 특별한 형태이므로 이등변삼각형과 정삼각형으로 나누는 것은 계층적 분류이고, 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형은 개념들이 공유하는 부분이 전혀 없으므로 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형으로 나누는 것은 분할적 분류이다. 즉, 이등변삼각형과 정삼각형으로 분류할 때와 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형으로 분류할 때의 분류 활동은 의미가 다른 분류 활동이다. 따라서 학생들에게 여러 가지 삼각형을 분류하라고 할 때, 길이에 따른 분류와 각의 크기에 따른 분류가 각각 다른 의미로 사용되는 문제점이 발생한다.

2. 길이에 따른 분류

유클리드(Euclid, 기원전 325?~기원전 265?) “원론(Elements)”에서 길이에 따른 삼각형의 분류는 다음과 같이 제시되어 있다.

정의 20 삼각형 중에서 정삼각형은 세 변의 길이가 같은 삼각형, 이등변삼각형은 두 변의 길이만 같은 삼각형, 부등변삼각형은 세 변의 길이가 모두 다른 삼각형이다.

유클리드 “원론(Elements)”에서 제시하고 있는 삼각형의 분류는 분할적 분류를 사용하고 있으며, 변의 길이에 따라 생겨날 수 있는 모든 경우를 다루고 있다. 이와 같이 정의하면 이등변삼각형과 정삼각형의 포함 관계가 성립되지 않으므로 학생들이 두 개념을 더 쉽게 이해할 수 있으며 세 변의 길이가 모두 다른 삼각형의 개념도 함께 학습할 수 있다. 그러나 2015 개정 교육과정에서 부등변삼각형 개념을 명시하고 있지 않으므로 이 교과서에서는 계층적 분류로 길이에 따른 분류 활동을 하게 하였다.

3. 각의 크기에 따른 분류

예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형으로 각의 크기에 따른 분류를 할 때는 또 다른 문제가 생겨난다. 직각삼각형과 둔각삼각형은 삼각형의 세 각 중 한 각이 직각이거나 둔각인 경우를 말한다. 반면에 예각삼각형은 삼각형의 세 각이 모두 예각인 경우를 말한다. 그러나 앞서 언급한 초등학생들의 삼각형 개념의 이해 정도를 조사한 논문에서는 많은 학생이 예각삼각형과 둔각삼각형의 개념을 바르게 이해하지 못하고 있고, 한 각 또는 두 각만 보고 예각삼각형이라고 인식하는 문제가 있다고 한다.

직각삼각형이 직각이 있는 삼각형이고, 둔각삼각형이 둔각이 있는 삼각형이면 예각삼각형을 예각이 있는 삼각형으로 생각하는 것이 자연스럽다. 그렇게 생각하면 직각삼각형이나 둔각삼각형에도 예각이 있으므로 이들을 예각삼각형으로 생각할 수도 있게 된다.

이처럼 분류되는 까닭은 삼각형의 세 각의 크기의 합이 항상 180° 이므로 삼각형에서 두

각 이상이 직각이나 둔각이 될 수 없기 때문이다. 즉, 삼각형의 세 각을 예각, 직각, 둔각의 개수에 따라 분류하면 다음과 같이 모두 8가지 경우가 있을 수 있다.

	경우 1	경우 2	경우 3	경우 4	경우 5	경우 6	경우 7	경우 8
예각의 개수	3	2	2	1	1	1	0	0
직각의 개수	0	1	0	2	1	0	2	1
둔각의 개수	0	0	1	0	1	2	1	2

8가지 경우에서 **경우 4~경우 8**은 모두 세 각의 크기의 합이 180° 가 넘기 때문에 성립할 수 없는 경우이다. 삼각형을 각의 크기에 따라 분류하면 세 가지 경우만 있다는 것을 이해하려면 위와 같이 모든 경우를 생각하고 성립하지 않는 경우를 삼각형의 성질로부터 추론할 수 있어야 한다. 이와 같은 활동은 초등학교 4학년 수준에 적합하지 않으므로 생략하고 분류하려다 보니 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형의 정의를 이해하기 어렵게 된 것으로 볼 수 있다.

참고 문헌

- 176쪽 | 노영아·안병곤, “도형 영역의 오류 유형과 원인 분석에 관한 연구 — 초등학교 4학년을 중심으로 — 11(2)”, 한국초등수학교육학회, 2007년, 199~216쪽
- 176쪽 | 김경미·김현은, “삼각형인 예와 삼각형이 아닌 예의 식별과정에서 나타나는 초등학교 4학년의 추론 유형 분석 13(2)”, 한국학교수학회, 2010년, 263~287쪽
- 176쪽 | 최수임·김성준, “정의하기와 이름짓기를 통한 도형의 이해 고찰 — 초등학교 4학년 도형 영역 중심으로 — 15(4)”, 한국학교수학회, 2012년, 719~745쪽
- 176~177쪽 | 남지현·장혜원, “각의 크기에 따른 삼각형 분류 지도 방안 27(3)”, 대한수학교육학회, 2017년, 431~449쪽

단원의 계열



교육과정

2015 개정 수학과 교육과정

성취기준	<p>㉔ 여러 가지 삼각형</p> <p>[4수02-08] 여러 가지 모양의 삼각형에 대한 분류 활동을 통하여 이등변삼각형, 정삼각형을 이해한다.</p> <p>[4수02-09] 여러 가지 모양의 삼각형에 대한 분류 활동을 통하여 직각삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형을 이해한다.</p>
------	---












〈학습 요소〉

- 이등변삼각형, 정삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형

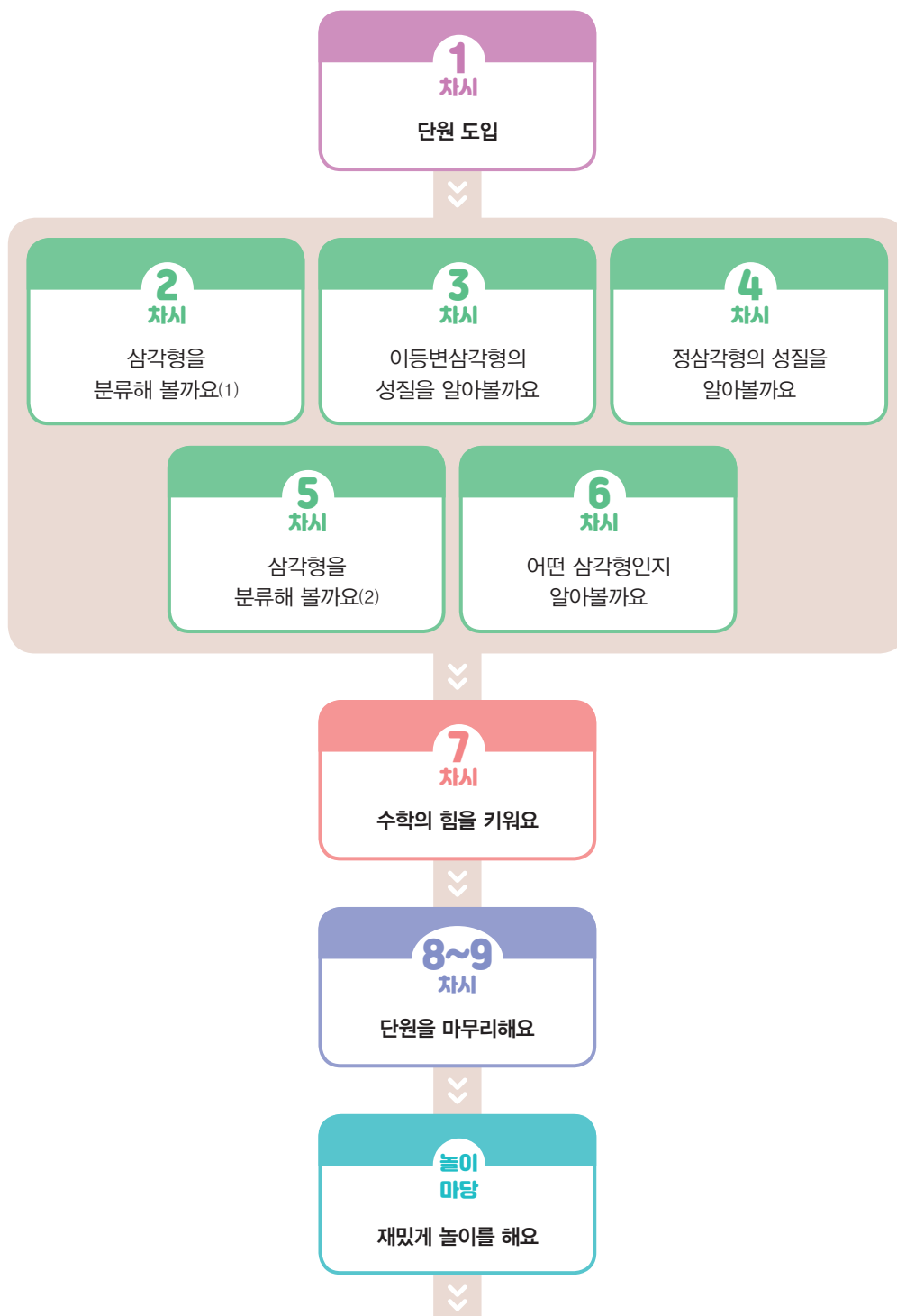
〈교수·학습 방법 및 유의 사항〉

- 여러 가지 삼각형과 사각형을 이름 짓는 활동을 통하여 각 도형의 정의에 대해서 학생들이 스스로 사고하게 한다.
- 도형 영역의 문제 상황에 적합한 문제 해결 전략을 지도하고, 문제 해결 과정을 설명하게 하여 문제 해결 능력을 기르게 한다.

단원의 학습 목표

영역	학습 목표
내용	<ol style="list-style-type: none"> 삼각형을 변의 길이에 따라 분류할 수 있다. 이등변삼각형의 정의와 성질을 이해할 수 있다. 정삼각형의 정의와 성질을 이해할 수 있다. 삼각형을 각의 크기에 따라 분류할 수 있다. 예각삼각형과 둔각삼각형의 정의를 이해할 수 있다. 하나의 삼각형을 변의 길이와 각의 크기에 따라 어떤 삼각형인지 파악할 수 있다.
교과 역량	<ol style="list-style-type: none"> 삼각형이 사용된 다양한 상황을 통해 자신의 경험을 수학과 연결할 수 있다.  삼각형을 기준에 따라 분류하고, 분류 과정을 설명할 수 있다.    조작 활동을 통해 이등변삼각형과 정삼각형의 성질을 추론하고, 알게 된 점에 대해 수학적 용어를 사용하여 설명할 수 있다.   이등변삼각형과 정삼각형의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있다.  여러 가지 도구를 사용하여 삼각형을 그리고 확인하는 조작 활동을 통해 수학적 사실을 논리적으로 수행할 수 있다.  삼각형을 이용하여 여러 가지 그림을 그리고 어떤 삼각형을 이용하였는지 설명하는 과정을 통해 수학에 대한 흥미와 관심을 높일 수 있다.   

단원의 흐름



단원 도입을 통해 실생활에서 다양한 삼각형을 찾아보게 하고 변의 길이에 따라 삼각형을 분류해 본다. 변의 길이에 따라 분류한 이등변삼각형과 정삼각형의 성질을 구체적 조작 활동을 통해 알아본다. 이후 삼각형을 각의 크기에 따라 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형으로 분류해 보고, 하나의 삼각형을 두 가지 분류 기준으로 어떤 삼각형인지 파악하는 활동을 한다. 삼각형을 이용하여 다양한 그림을 그려 보고, 어떤 삼각형을 이용하였는지 설명하는 활동을 통해 창의·융합 역량을 기를 수 있다.

단원의 지도 계획

차시 수학 쪽수	주제	수업 내용 및 활동	교과 역량	준비물	수학 익힘 쪽수
1차시 30~31쪽	단원 도입	<ul style="list-style-type: none"> • '무엇을 배웠는지 확인해 보세요'를 통해 수업 준비도를 확인한다. • 단원 도입 그림을 보면서 여러 가지 삼각형을 찾아보게 한다. 			24~25쪽
2차시 32~33쪽	삼각형을 분류해 볼까요(1)	<ul style="list-style-type: none"> • 변의 길이에 따라 삼각형을 분류해 보게 한다. • 이등변삼각형과 정삼각형을 알게 한다. • 이등변삼각형, 정삼각형을 그려 보게 한다. 	추론 의사소통	자, 색칠 도구	26~27쪽
3차시 34~35쪽	이등변삼각형의 성질을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> • 이등변삼각형의 성질을 알아보게 한다. • 이등변삼각형을 완성하고 세 각의 크기를 재어 보게 한다. • 두 각의 크기가 같은 삼각형이 이등변삼각형임을 알게 한다. 	추론 의사소통	색종이, 가위, 자, 각도기	28~29쪽
4차시 36~37쪽	정삼각형의 성질을 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> • 정삼각형의 성질을 알아보게 한다. • 정삼각형을 그리고 세 각의 크기를 재어 보게 한다. • 세 각의 크기가 같은 삼각형이 정삼각형임을 알게 한다. 	추론 의사소통	색종이, 가위, 자, 각도기	30~31쪽
5차시 38~39쪽	삼각형을 분류해 볼까요(2)	<ul style="list-style-type: none"> • 각의 크기에 따라 삼각형을 분류해 보게 한다. • 예각삼각형과 둔각삼각형을 알게 한다. • 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형을 그려 보게 한다. 	추론 의사소통 태도 및 실천	각도기, 자, 도형판	32~33쪽
6차시 40~41쪽	어떤 삼각형인지 알아볼까요	<ul style="list-style-type: none"> • 두 가지 분류 기준으로 삼각형을 파악해 보게 한다. • 어떤 삼각형인지 모두 골라 쓰게 한다. 	추론 의사소통 태도 및 실천	자, 각도기	34~35쪽
7차시 42~43쪽	수학의 힘을 키워요	<ul style="list-style-type: none"> • 삼각형을 활용하여 실생활 문제를 해결하고 어떻게 해결하였는지 설명하게 한다. 	문제 해결 추론 창의·융합 의사소통	자, 각도기, 색칠 도구	
8~9차시 44~47쪽	단원을 마무리해요	<ul style="list-style-type: none"> • 이 단원에서 배운 내용을 정리하고 다양한 문제를 해결하게 한다. 	문제 해결 추론 의사소통	자, 각도기	36~37쪽

차시별
학습
지도안

단원	2. 삼각형			차시	1/9	
차시 주제	단원 도입		수학	30~31쪽	수학 익힘	24~25쪽
학습 목표	• 선수 학습 내용을 알아보고, 이 단원에서 배울 내용을 확인할 수 있다.					
학습 단계	교수·학습 활동				시간 (분)	준비물
	교사		학생			
도입	선수 학습 내용 알아보기				10	
	• 어떤 삼각형을 직각삼각형이라고 하나요? • 예각과 둔각에 대해 말해 보세요. • 삼각형의 세 각의 크기의 합은 몇 도인가요? • 삼각형의 두 각의 크기를 알 때, 나머지 한 각의 크기는 어떻게 구할 수 있나요?		– 한 각이 직각인 삼각형을 직각삼각형이라고 합니다. – 예각은 0°보다 크고 직각보다 작은 각입니다. – 둔각은 직각보다 크고 180°보다 작은 각입니다. – 180°입니다. – 180°에서 나머지 두 각의 크기를 빼서 구합니다.			
전개	공부할 내용 살펴보기				25	
	• 그림은 어떤 상황인가요? • 그림에서 찾을 수 있는 도형은 무엇인가요? • 그림에서 삼각형을 찾아보세요. • 그림에서 직각삼각형을 찾아보세요. • 울타리에서 보이는 삼각형에서 예각, 직각, 둔각을 찾아보세요. • 교통 표지판에서 보이는 삼각형은 어떤 특징이 있을까요?		– 학교 앞의 모습입니다. – 학생들이 학교에 가고 있습니다. – 학교 앞에 울타리, 횡단보도, 교통 표지판 등이 있습니다. – 학생들이 삼각형을 찾아보고 있습니다. – 삼각형, 사각형, 오각형이 보입니다. – 울타리에 삼각형이 있습니다. – 학교 창문에 삼각형이 있습니다. – 횡단보도 앞 학교 담벼락에 삼각형이 있습니다. – 교통 표지판에 삼각형이 있습니다. – 학교 앞 울타리에 직각삼각형이 있습니다. – 학교 창문에 직각삼각형이 있습니다. – 모든 삼각형에는 예각이 있습니다. – 직각이 있는 삼각형도 있습니다. – 둔각이 있는 삼각형도 있습니다. – 세 각이 모두 예각입니다. – 직각과 둔각이 없습니다. – 세 변의 길이가 같습니다.			
정리	이 단원에서 배울 내용 확인하기				5	
	• 지금까지 알아본 내용을 통해 이 단원에서는 무엇을 공부할지 생각해 보세요. • 다음 시간에는 이등변삼각형과 정삼각형에 대해 알아볼게요.		– 예전에 배웠던 삼각형에 대해 더 자세히 배울 것 같습니다.			



단원	2. 삼각형			차시	2/9
차시 주제	삼각형을 분류해 볼까요(1)		수학	32~33쪽	수학 익힘 26~27쪽
학습 목표	• 삼각형을 변의 길이에 따라 분류하여 이등변삼각형과 정삼각형을 알 수 있다.				
학습 단계	교수·학습 활동			시간 (분)	준비물
	교사	학생			
도입	동기 유발 및 학습 목표 확인하기			5	
	<ul style="list-style-type: none">그림은 어떤 상황인가요?몇 가지 모양의 삼각형을 찾을 수 있나요?찾은 삼각형은 어떻게 분류할 수 있을까요?	<ul style="list-style-type: none">두 학생이 다리에서 여러 가지 삼각형 모양을 찾고 있습니다.어떤 기준으로 분류할 수 있을지 생각하고 있습니다.4가지 모양의 삼각형을 찾았습니다.삼각형의 크기에 따라 분류할 수 있을 것 같습니다.한 변이 다른 변에 비해 긴 것과 그렇지 않은 것으로 분류할 수 있을 것 같습니다.모양이 납작한 것과 뾰족한 것으로 분류할 수 있을 것 같습니다.			
전개	변의 길이에 따라 삼각형 분류하기			20	자
	<ul style="list-style-type: none">삼각형의 각 변의 길이를 재어 세 변의 길이를 비교해 보세요.길이가 같은 변이 있는 삼각형을 모두 찾아보세요.길이가 같은 변이 없는 삼각형을 모두 찾아보세요.주어진 표를 완성해 보세요.두 변의 길이가 같은 삼각형을 모두 찾고, 이름을 지어 보세요.세 변의 길이가 같은 삼각형을 모두 찾고, 이름을 지어 보세요.두 변의 길이가 같은 삼각형과 세 변의 길이가 같은 삼각형이 무엇인지 알아볼까요?	<ul style="list-style-type: none">(각 변의 길이를 재고, 세 변의 길이를 비교한다.)가, 다, 바, 사입니다.나, 라, 마입니다.(표를 완성한다.)가, 다, 바, 사입니다.이등변삼각형이라고 지었습니다.가, 다입니다.정삼각형이라고 지었습니다.(‘약속하기’의 내용을 살펴본다.)			
	이등변삼각형과 정삼각형 그리기			10	
	<ul style="list-style-type: none">이등변삼각형과 정삼각형을 그리고, 맞게 그렸는지 확인하는 방법을 말해 보세요.	<ul style="list-style-type: none">(이등변삼각형과 정삼각형을 그린다.)세 변의 길이를 재어 확인합니다.			
정리	배운 내용에 대해 이야기 나누며 되돌아보기			5	색칠 도구
	<ul style="list-style-type: none">그림에서 이등변삼각형을 찾아 따라 그리고, 정삼각형은 색칠해 보세요.다음 시간에는 이등변삼각형의 성질에 대해 알아볼게요.	<ul style="list-style-type: none">(‘혼자서도 척척’ 문제를 해결한다.)			

단원	2. 삼각형			차시	3/9
차시 주제	이등변삼각형의 성질을 알아볼까요		수학	34~35쪽	수학 익힘 28~29쪽
학습 목표	• 이등변삼각형의 성질을 알 수 있다.				
학습 단계	교수·학습 활동			시간 (분)	준비물
	교사		학생		
도입	동기 유발 및 학습 목표 확인하기			5	
	• 그림은 어떤 상황인가요? • 왜 집 모양이 이등변삼각형이라고 생각했나요? • 이등변삼각형을 확인하는 또 다른 방법이 있을까요?		– 집 모양이 이등변삼각형입니다. – 집 모양이 이등변삼각형이라고 생각한 까닭을 말하려고 합니다. – 두 변의 길이가 같기 때문입니다. – 각의 크기를 이용하여 확인할 수 있을 것 같습니다.		
전개	이등변삼각형의 성질 알아보기			15	색종이, 가위, 자, 각도기
	• 색종이로 이등변삼각형을 만들어 보세요. • 변의 길이가 같은 곳을 찾아보세요. • 각의 크기가 같은 곳을 찾아보세요. 어떻게 찾을 수 있나요? • 활동을 통해 무엇을 알 수 있나요?		– (색종이로 이등변삼각형을 만든다.) – (변의 길이가 같은 곳을 찾아본다.) – 접어서 포개지는 부분을 찾거나 각도기로 각도를 재어 찾아볼 수 있습니다. – (각의 크기가 같은 곳을 찾아본다.) – 이등변삼각형의 길이가 같은 두 변에 있는 두 각의 크기가 같다는 것을 알 수 있습니다.		
	이등변삼각형을 완성하고 세 각의 크기 재기			5	자, 각도기
	• 이등변삼각형을 완성해 보세요. • 세 각의 크기를 재어 보세요.		– (이등변삼각형을 완성한다.) – (세 각의 크기를 잰다.)		
	두 각의 크기가 같은 삼각형 그리기			10	
	• 선분의 양 끝에 주어진 크기의 각을 그린 후, 두 각의 변이 만나는 점을 찾아 선분의 양 끝과 이어 삼각형을 완성해 보세요. • 세 변의 길이를 재어 비교해 보세요. • 그린 삼각형은 어떤 삼각형인가요?		– (삼각형을 완성한다.) – (세 변의 길이를 재어 비교한다.) – 두 변의 길이가 같으므로 이등변삼각형입니다.		
정리	배운 내용에 대해 이야기 나누며 되돌아보기			5	자, 각도기
	• 선분의 양 끝에 크기가 50°인 각을 그려 이등변삼각형 모양의 집을 완성해 보세요. • 다음 시간에는 정삼각형의 성질에 대해 알아볼게요.		– (‘혼자서도 척척’ 문제를 해결한다.)		



단원	2. 삼각형			차시	4/9
차시 주제	정삼각형의 성질을 알아볼까요		수학	36~37쪽	수학 익힘 30~31쪽
학습 목표	• 정삼각형의 성질을 알 수 있다.				
학습 단계	교수·학습 활동			시간 (분)	준비물
	교사	학생			
도입	동기 유발 및 학습 목표 확인하기			5	
	<div>• 그림은 어떤 상황인가요?</div> <div>• 깃발 장식을 왜 정삼각형 모양이라고 생각했나요?</div> <div>• 정삼각형 모양의 깃발 장식을 어떻게 만들 수 있을까요?</div> <div>• 정삼각형을 어떻게 그릴 수 있을까요?</div>	<div>– 학교에서 축제를 하는 것 같습니다.</div> <div>– 정삼각형 모양의 깃발 장식이 걸려 있습니다.</div> <div>– 정삼각형 모양의 깃발 장식을 어떤 방법으로 만들 수 있을지 생각하고 있습니다.</div> <div>– 세 변의 길이가 같기 때문입니다.</div> <div>– 정삼각형을 그리고 선을 따라 잘라 만들 수 있습니다.</div> <div>– 변의 길이를 정하고 그 변의 길이만큼 길이를 재어 세 변이 만나는 점을 연결하여 그릴 것 같습니다.</div>			
전개	정삼각형의 성질 알아보기			15	색종이, 가위, 자, 각도기
	<div>• 색종이로 정삼각형을 만들어 보세요.</div> <div>• 변의 길이가 같은 곳을 찾아보세요.</div> <div>• 각의 크기가 같은 곳을 찾아보세요. 어떻게 찾을 수 있나요?</div>	<div>– (색종이로 정삼각형을 만든다.)</div> <div>– (변의 길이가 같은 곳을 찾아본다.)</div> <div>– 접어서 포개지는 부분을 찾거나 각도기로 각도를 재어 찾아볼 수 있습니다.</div> <div>– (각의 크기가 같은 곳을 찾아본다.)</div>			
	정삼각형을 그리고 세 각의 크기 재기			5	
	<div>• 정삼각형을 그려 보세요.</div> <div>• 세 각의 크기를 재어 보세요.</div>	<div>– (정삼각형을 그린다.)</div> <div>– (세 각의 크기를 잰다.)</div>			
	세 각의 크기가 같은 삼각형 그리기			10	자, 각도기
<div>• 선분의 양 끝에 크기가 60°인 각을 그린 후, 두 각의 변이 만나는 점을 찾아 선분의 양 끝과 이어 삼각형을 완성해 보세요.</div> <div>• 세 변의 길이를 재어 비교해 보세요.</div> <div>• 그린 삼각형은 어떤 삼각형인가요?</div>	<div>– (삼각형을 완성한다.)</div> <div>– (세 변의 길이를 재어 비교한다.)</div> <div>– 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형입니다.</div>				
정리	배운 내용에 대해 이야기 나누며 되돌아보기			5	자, 각도기, 가위
	<div>• 한 변의 길이가 10 cm인 정삼각형을 그려 깃발 장식을 만들어 보세요.</div> <div>• 다음 시간에는 각의 크기에 따라 삼각형을 분류하는 방법에 대해 알아볼게요.</div>	<div>– (‘짜과 함께 척척’ 문제를 해결한다.)</div>			

단원	2. 삼각형			차시	5/9
차시 주제	삼각형을 분류해 볼까요(2)		수학	38~39쪽	수학 익힘 32~33쪽
학습 목표	• 삼각형을 각의 크기에 따라 분류하여 예각삼각형과 둔각삼각형을 알 수 있다.				
학습 단계	교수·학습 활동			시간 (분)	준비물
	교사		학생		
도입	동기 유발 및 학습 목표 확인하기			5	각도기
	• 그림은 어떤 상황인가요? • 그림에서 예각, 직각, 둔각을 찾아보 세요. • 예각, 직각, 둔각은 각각 어디서 찾 을 수 있나요?		– 행글라이더를 타는 모습입니다. – 행글라이더와 연에서 삼각형이 보 입니다. – (그림에서 예각, 직각, 둔각을 찾아 본다.) – 예각은 행글라이더의 날개 윗부분 과 양 끝부분, 연의 모서리 부분에서 찾을 수 있습니다. – 직각은 행글라이더의 날개 가운데 부분에서 찾을 수 있습니다. – 둔각은 행글라이더의 손잡이 윗부 분, 연의 가운데 부분에서 찾을 수 있습니다.		
전개	각의 크기에 따라 삼각형 분류하기			20	각도기
	• 삼각형에서 예각, 직각, 둔각을 모두 찾아 표시해 보세요. • 세 각이 모두 예각인 삼각형을 모두 찾아보세요. • 한 각이 직각인 삼각형을 찾아보세 요. • 한 각이 둔각인 삼각형을 모두 찾아 보세요. • 주어진 표를 완성해 보세요. • 세 각이 모두 예각인 삼각형의 이름 을 지어 보세요. • 한 각이 둔각인 삼각형의 이름을 지 어 보세요. • 세 각이 모두 예각인 삼각형과 한 각 이 둔각인 삼각형이 무엇인지 알아볼 까요?		– (예각, 직각, 둔각을 모두 찾아 표시 한다.) – 가, 라, 바입니다. – 마입니다. – 나, 다입니다. – (표를 완성한다.) – 세예각삼각형이라고 지었습니다. – 예각삼각형이라고 지었습니다. – 납작삼각형이라고 지었습니다. – 둔각삼각형이라고 지었습니다. – ('약속하기'의 내용을 살펴본다.)		
	여러 가지 삼각형 그리기			10	각도기, 자
	• 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각 형을 그리고, 맞게 그렸는지 확인하 는 방법을 말해 보세요.		– (예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각 형을 그린다.) – 세 각의 크기를 재어 확인합니다.		
정리	배운 내용에 대해 이야기 나누며 되돌아보기			5	도형판, 각도기
	• 도형판에 삼각형을 만들고 짝과 도 형판을 바꾸어 짝이 만든 삼각형이 어떤 삼각형인지 말해 보세요. • 다음 시간에는 각각의 삼각형이 어 떤 삼각형인지 알아볼게요.		– ('짝과 함께 척척' 문제를 해결한다.)		



단원	2. 삼각형			차시	6/9	
차시 주제	어떤 삼각형인지 알아볼까요		수학	40~41쪽	수학 익힘 34~35쪽	
학습 목표	• 하나의 삼각형을 두 가지 분류 기준으로 파악할 수 있다.					
학습 단계	교수·학습 활동				시간 (분)	준비물
	교사		학생			
도입	동기 유발 및 학습 목표 확인하기				5	
	<div>• 그림은 어떤 상황인가요?</div> <div>• 로켓 모양에 어떤 삼각형이 사용되었나요?</div>	<div>– 삼각형을 사용하여 로켓 모양을 만들었습니다.</div> <div>– 어떤 삼각형이 사용되었는지 말하려고 합니다.</div> <div>– 로켓의 머리에 정삼각형이 사용되었습니다.</div> <div>– 로켓의 날개에 직각삼각형이 사용되었습니다.</div> <div>– 로켓의 몸통에 직각삼각형 2개가 사용되었습니다.</div> <div>– 로켓의 아랫부분에 둔각삼각형 2개가 사용되었습니다.</div>				
전개	어떤 삼각형인지 알아보기				20	자, 각도기
	<div>• 빨간 삼각형은 어떤 삼각형인가요?</div> <div>• 노란 삼각형은 어떤 삼각형인가요?</div> <div>• 활동을 통해 알게 된 점은 무엇인가요?</div>	<div>– 세 변의 길이가 같아서 정삼각형입니다.</div> <div>– 두 변의 길이가 같아서 이등변삼각형입니다.</div> <div>– 세 각이 모두 예각이라서 예각삼각형입니다.</div> <div>– 한 각이 직각이므로 직각삼각형입니다.</div> <div>– 두 변의 길이가 같으므로 이등변삼각형입니다.</div> <div>– 삼각형을 분류 기준에 따라 다르게 부를 수 있습니다.</div>				
	어떤 삼각형인지 모두 골라 쓰기				10	
	<div>• 어떤 삼각형인지 ㉠에서 모두 골라 써 보세요.</div>	<div>– 첫 번째 삼각형은 이등변삼각형, 예각삼각형입니다.</div> <div>– 두 번째 삼각형은 직각삼각형입니다.</div> <div>– 세 번째 삼각형은 이등변삼각형, 정삼각형, 예각삼각형입니다.</div> <div>– 네 번째 삼각형은 이등변삼각형, 둔각삼각형입니다.</div>				
정리	배운 내용에 대해 이야기 나누며 되돌아보기				5	자, 각도기
	<div>• 그림에 있는 삼각형이 어떤 삼각형인지 써 보세요.</div> <div>• 다음 시간에는 삼각형을 이용하여 그림을 그려 볼게요.</div>	<div>– (‘혼자서도 척척’ 문제를 해결한다.)</div>				

단원	2. 삼각형			차시	7/9	
차시 주제	수학의 힘을 키워요		수학	42~43쪽	수학 익힘	
학습 목표	삼각형을 활용하여 실생활 문제를 해결하고 어떻게 해결하였는지 설명할 수 있다.					
학습 단계	교수·학습 활동				시간 (분)	준비물
	교사		학생			
도입	문제 상황 파악하기				5	
	• 그림 속 상황은 무엇인가요? • 여우 그림을 그릴 때 이용한 삼각형은 어떤 삼각형인가요? • 여우의 얼굴을 그릴 때 예각삼각형을 이용한 까닭은 무엇인가요? • 이번 시간에 무엇을 할 것 같나요?		– 삼각형을 이용하여 여우 그림을 그렸습니다. – 여우 그림을 어떻게 그렸는지 설명하고 있습니다. – 여우의 얼굴은 예각삼각형을 이용하여 그렸습니다. – 여우의 귀는 직각삼각형을 이용하여 그렸습니다. – 여우의 꼬리는 둔각삼각형을 이용하여 그렸습니다. – 여우의 얼굴에 뾰족한 느낌을 나타내기 위해서입니다. – 삼각형을 이용하여 여러 가지 그림을 그려 볼 것 같습니다.			
전개	삼각형을 이용하여 그림 그리기				25	자, 각도기, 색칠 도구
	• 삼각형을 이용하여 그림을 그리는 방법을 알아보시다. 먼저 무엇을 생각해야 할까요? • 공룡의 등과 꼬리에 삼각형을 이용하여 그림을 그린다면 등은 어떤 삼각형을 이용하여 그릴 수 있을까요? • 공룡의 꼬리는 어떤 삼각형을 이용하여 그릴 수 있을까요? • 무엇을 그릴지와 그림에서 어떤 삼각형을 이용할지 생각했다면 어떤 도구를 사용하여 그릴 수 있나요? • 삼각형을 이용하여 나만의 그림을 그려 봅시다. 무엇을 그릴지 정해 보세요. • 어떤 삼각형을 이용할지 정해보세요. • 자와 각도기를 사용하여 그려 보세요.		– 무엇을 그릴지 정해야 합니다. – 직각삼각형을 이용하여 등을 표현할 수 있을 것 같습니다. – 둔각삼각형을 이용하여 길쭉한 꼬리를 표현할 수 있을 것 같습니다. – 자와 각도기를 사용하여 그릴 수 있습니다. – (무엇을 그릴지 정한다.) – (어떤 삼각형을 이용할지 정한다.) – (자와 각도기를 사용하여 삼각형을 이용한 나만의 그림을 그린다.)			
정리	짹과 그림을 바꾸고 어떤 삼각형을 이용하였는지 말하기				10	
	• 짹과 그림을 바꾸고 짹이 어떤 삼각형을 이용하였는지 말해 보세요. • 다음 시간에는 삼각형에 대해 정리하고, 문제를 풀어 볼게요.		– (짹과 그림을 바꾸고 짹이 어떤 삼각형을 이용하였는지 말한다.)			



단원	2. 삼각형			차시	8~9/9
차시 주제	단원을 마무리해요		수학	44~47쪽	수학 익힘 36~37쪽
학습 목표	• 이 단원에서 배운 내용을 정리하고 다양한 문제를 해결할 수 있다.				
학습 단계	교수·학습 활동			시간 (분)	준비물
	교사		학생		
도입	이전 차시에서 배운 내용 확인하기			10	
	• 이 단원에서 무엇을 배웠나요?	– 이등변삼각형, 정삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형에 대해 배웠습니다. – 삼각형을 분류하는 것에 대해 배웠습니다.			
전개	나만의 수학 만들기			25	자, 각도기
	• 서로 다른 삼각형 3개를 그려 보세요.	– (서로 다른 삼각형 3개를 그린다.)			
	• 그린 삼각형이 어떤 삼각형인지 모두 찾아 써 보세요.	– (어떤 삼각형인지 모두 찾아 쓴다.)			
	• 그린 삼각형의 성질을 써 보세요.	– (삼각형의 성질을 쓴다.)			
	• 그리지 않은 삼각형이 있는지 확인해 보세요.	– (그리지 않은 삼각형이 있는지 확인한다.)			
	문제도 완벽			40	
• 45~47쪽의 문제를 해결해 보세요.	– (문제를 해결한다.)				
	• 정확하게 풀었는지 정답과 맞춰 보세요.	– (정답과 맞춰 본다. 모르는 경우, 선생님 또는 친구들의 도움을 받아 문제를 바르게 풀어 보도록 한다.)			
정리	나의 학습 점검하기			5	
	• 이 단원을 배우면서 나의 학습 정도에 대해 스스로 점검해 보세요. • 다음 시간에는 소수의 덧셈과 뺄셈에 대해 알아볼게요.	– ('스스로 평가해 볼까요'로 나의 학습 정도를 점검한다.)			

단원 지도 유의 사항

- ① 다양한 삼각형의 예를 제시하여 학생들이 삼각형의 정의에 따라 삼각형을 구분할 수 있게 한다.
- ② 삼각형의 분류 활동에서 분류 기준에 대해 탐구할 수 있는 시간을 충분히 제공하여 학생들이 삼각형의 공통 속성을 추상화할 수 있게 한다.
- ③ 이등변삼각형과 정삼각형의 성질은 구체적 조작 활동을 통해 이해할 수 있게 한다.
- ④ 삼각형을 분류할 때 직관적으로 분류하기 어려운 경우 자, 각도기와 같은 도구를 사용하여 정확하게 분류할 수 있게 한다.
- ⑤ 정삼각형과 이등변삼각형의 관계는 정삼각형과 이등변삼각형을 탐구하는 과정에서 자연스럽게 학습할 수 있게 한다.

단원 학습 평가

영역	평가 내용	관련 차시	평가 방법
내용	1. 삼각형을 변의 길이에 따라 분류할 수 있는가?	2	관찰, 지필
	2. 이등변삼각형의 정의와 성질을 이해할 수 있는가?	3	관찰
	3. 정삼각형의 정의와 성질을 이해할 수 있는가?	4	관찰
	4. 삼각형을 각의 크기에 따라 분류할 수 있는가?	5	관찰
	5. 예각삼각형과 둔각삼각형의 정의를 이해할 수 있는가?	5	구술
	6. 하나의 삼각형을 변의 길이와 각의 크기에 따라 어떤 삼각형인지 파악할 수 있는가?	6	관찰
교과 역량	1. 삼각형이 사용된 다양한 상황을 통해 자신의 경험을 수학과 연결할 수 있는가? 창의·융합	1~7	관찰, 구술
	2. 삼각형을 기준에 따라 분류하고, 분류 과정을 설명할 수 있는가? 추론 의사소통 태도 및 실천	2, 5~6	관찰, 구술
	3. 조작 활동을 통해 이등변삼각형과 정삼각형의 성질을 추론하고, 알게 된 점에 대해 수학적 용어를 사용하여 설명할 수 있는가? 추론 의사소통	3~4	관찰, 구술
	4. 이등변삼각형과 정삼각형의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가? 문제 해결	3~4	관찰, 지필
	5. 여러 가지 도구를 사용하여 삼각형을 그리고 확인하는 조작 활동을 통해 수학적 사실을 논리적으로 수행할 수 있는가? 추론	2~7	관찰, 구술
	6. 삼각형을 이용하여 여러 가지 그림을 그리고 어떤 삼각형을 이용하였는지 설명하는 과정을 통해 수학에 대한 흥미와 관심을 높일 수 있는가? 추론 창의·융합 의사소통	7	관찰, 구술, 자기 평가, 동료 평가



과정 중심
평가
지도 예시

1. 내용

평가 내용	<ul style="list-style-type: none"> 삼각형을 변의 길이에 따라 분류하기 삼각형을 각의 크기에 따라 분류하기
평가 방법	관찰, 지필
평가의 주안점	자과 각도기를 사용하여 변의 길이와 각의 크기에 따라 삼각형을 분류할 수 있는지 평가한다.

학습 정보	지도 예시
두 가지 분류 기준으로 삼각형을 분류하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> 다양한 실생활 상황에서 삼각형을 찾아 분류해 보게 한다.
변의 길이에 따라 삼각형을 분류하지 못하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> 자로 변의 길이를 재어 길이가 같은 변을 색칠하고 분류해 보게 한다.
각의 크기에 따라 삼각형을 분류하지 못하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> 삼각형을 각의 크기에 따라 분류할 경우 직각삼각형과 둔각삼각형은 해당 각이 하나만 있어도 직각삼각형과 둔각삼각형이 되므로 직각이 있는지 먼저 찾아본 뒤에 없으면 둔각을 찾아보게 한다.

2. 교과 역량

평가 내용	조작 활동을 통해 이등변삼각형과 정삼각형의 성질을 추론하고, 알게 된 사실을 수학적 용어를 사용하여 설명하기  
평가 방법	관찰, 구술
평가의 주안점	이등변삼각형과 정삼각형의 성질을 설명할 수 있는지 평가한다.

학습 정보	지도 예시
이등변삼각형과 정삼각형의 성질을 말로 설명할 수 있는 경우	<ul style="list-style-type: none"> 이등변삼각형, 정삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형의 예를 찾아보고 성질을 설명하게 한다.
이등변삼각형의 성질을 파악하지 못하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> 색종이로 만든 이등변삼각형을 접어서 포개지는 부분을 확인하여 이등변삼각형의 길이가 같은 두 변에 있는 두 각의 크기가 같다는 것을 조작 활동을 통해 확인해 보게 한다.
정삼각형의 성질을 파악하지 못하는 경우	<ul style="list-style-type: none"> 색종이로 만든 정삼각형을 접어서 포개지는 부분을 확인하여 정삼각형의 모든 각의 크기가 같다는 것을 조작 활동을 통해 확인해 보게 한다.

2 삼각형

2
정리
30



무엇을 배웠는지 확인해 보세요

3-1 직각삼각형

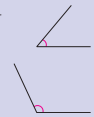
직각삼각형: 한 각이 직각인 삼각형



4-1 예각과 둔각

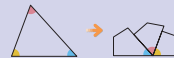
• 예각: 각도가 0° 보다 크고 직각보다 작은 각

• 둔각: 각도가 직각보다 크고 180° 보다 작은 각



4-1 삼각형의 세 각의 크기의 합

삼각형의 세 각의 크기의 합은 180° 입니다.



이 단원을 배우면 삼각형을 알 수 있어요.



2
삼각형
31

수학 4-2 교과용 지도서

※ 차시 개요

학습 목표

- 선수 학습 내용을 알아보고, 이 단원에서 배울 내용을 확인할 수 있다.

수업의 흐름

선수 학습 내용 알아보기

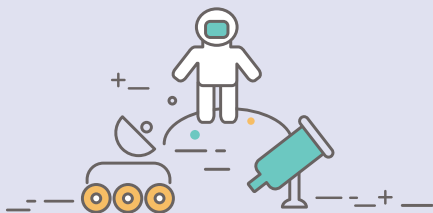
- 무엇을 배웠는지 알아보기
- 수학 익힘 확인하기



공부할 내용 살펴보기



이 단원에서 배울 내용 확인하기



※ 선수 학습 내용 알아보기

- ✓ 이 단원을 학습하기 전에 다음 개념을 확인해 봅시다.

지도 및 평가의 주안점

- 이 단원에서는 이등변삼각형, 정삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형을 학습하게 된다. 이에 앞서 3학년 1학기에서 배운 직각과 직각삼각형, 4학년 1학기에서 배운 예각과 둔각 및 삼각형의 세 각의 크기의 합을 확인하게 한다.

3-1 2. 평면도형 — 직각삼각형

- 어떤 삼각형을 직각삼각형이라고 하나요?
– 한 각이 직각인 삼각형을 직각삼각형이라고 합니다.

4-1 2. 각도 — 예각과 둔각

- 예각과 둔각에 대해 말해 보세요.
– 예각은 0° 보다 크고 직각보다 작은 각입니다.
– 둔각은 직각보다 크고 180° 보다 작은 각입니다.

4-1 2. 각도 — 삼각형의 세 각의 크기의 합

- 삼각형의 세 각의 크기의 합은 몇 도인가요?
– 180° 입니다.

- 삼각형의 두 각의 크기를 알 때, 나머지 한 각의 크기는 어떻게 구할 수 있나요?
- 180° 에서 나머지 두 각의 크기를 빼서 구합니다.

✓ 수학 익힘 25쪽을 풀어 보고, 이 단원을 학습할 준비가 되어 있는지 확인해 봅시다.

※ 공부할 내용 살펴보기

지도 및 평가의 주안점

- ❖ 그림은 등교 시간에 볼 수 있는 학교 앞의 모습을 나타낸 것이다. 그림에 보이는 다양한 삼각형을 보며 삼각형을 일상생활에서 쉽게 접할 수 있다는 것을 알고, 삼각형에 대해 호기심을 갖게 할 수 있다. 그림에는 이 단원에서 학습할 이등변삼각형, 정삼각형과 예각삼각형, 둔각삼각형, 그리고 이전에 학습한 직각삼각형이 제시되어 있다. 그림에서 삼각형을 찾아보게 한 후 이미 배운 직각삼각형에 대해 이야기를 나누어 볼 수 있다. 또한, 삼각형에서 직각, 예각, 둔각을 찾아보게 하여 이전에 학습한 내용과 이 단원에서 학습할 내용을 연계하여 학습하게 한다.

- 그림은 어떤 상황인가요?
- 학교 앞의 모습입니다.
- 학생들이 학교에 가고 있습니다.
- 학교 앞에 울타리, 횡단보도, 교통 표지판 등이 있습니다.
- 학생들이 삼각형을 찾아보고 있습니다.

지도 및 평가의 주안점

- ❖ 그림에서 다양한 삼각형을 찾아보게 하고, 예각과 둔각을 찾아보며 차시 학습 활동과 연계하여 지도할 수 있다.
- ❖ 삼각형의 분류 기준을 알려 주는 것이 아닌 여러 가지 삼각형을 분류하는 기준을 생각해 보게 한다.

- 그림에서 찾을 수 있는 도형은 무엇인가요?
- 삼각형, 사각형, 오각형이 보입니다.
- 그림에서 삼각형을 찾아보세요.
- 울타리에 삼각형이 있습니다.
- 학교 창문에 삼각형이 있습니다.
- 횡단보도 앞 학교 담벼락에 삼각형이 있습니다.
- 교통 표지판에 삼각형이 있습니다.
- 그림에서 직각삼각형을 찾아보세요.
- 학교 앞 울타리에 직각삼각형이 있습니다.
- 학교 창문에 직각삼각형이 있습니다.
- 울타리에서 보이는 삼각형에서 예각, 직각, 둔각을 찾아보세요.
- 모든 삼각형에는 예각이 있습니다.
- 직각이 있는 삼각형도 있습니다.
- 둔각이 있는 삼각형도 있습니다.

- 교통 표지판에서 보이는 삼각형은 어떤 특징이 있을까요?
- 세 각이 모두 예각입니다.
- 직각과 둔각이 없습니다.
- 세 변의 길이가 같습니다.
- 여러 가지 삼각형을 어떻게 분류할 수 있을까요?
- 끝이 뾰족하고 길쭉한 삼각형과 그렇지 않은 삼각형으로 분류할 수 있을 것 같습니다.
- 직각이 있는 삼각형과 그렇지 않은 삼각형으로 분류할 수 있을 것 같습니다.

지도 및 평가의 주안점



- ❖ 삼각형을 분류하는 기준이 옳은지 그른지가 아닌 다양한 분류 기준을 생각해 보고 다양한 의견을 나누어 보게 하는 데 중점을 둔다.

※ 이 단원에서 배울 내용 확인하기

- ✓ 지금까지 알아본 내용을 통해 이 단원에서는 무엇을 공부할지 생각해 봅시다.
- 예전에 배웠던 삼각형에 대해 더 자세히 배울 것 같습니다.



※ 수학 교과 역량

이런 활동을 할 수 있어요

- ◆ 삼각형 찾아 말하기  
• 삼각형을 어디서 볼 수 있는지 말해 보게 한다.
- 삼각지에서 볼 수 있습니다.
- 교통 표지판에서 볼 수 있습니다.
- 도로에 삼각형이 표시되어 있는 것을 보았습니다.

지도 및 평가의 주안점

- ❖ 자신의 경험을 떠올리며 삼각형이 일상생활에서 어떻게 사용되고 있는지 살펴보게 한다.

- ◆ 몸을 이용하여 삼각형 만들기  

- 몸을 이용하여 삼각형을 만들어 보게 한다.
- 손가락을 이용하여 삼각형을 만들었습니다.
- 친구들과 함께 몸을 이용하여 삼각형을 만들어 보게 한다.
- 바닥에 누워서 삼각형을 만들었습니다.

지도 및 평가의 주안점

- ❖ 혼자 몸을 이용하여 삼각형을 만들어 보거나 친구들과 힘을 합쳐 삼각형을 만들어 보면서 만든 방법에 대해 설명하게 함으로써 삼각형의 구성 요소에 대해 다시 상기시킬 수 있다.