

LAPORAN TUGAS PEMODELAN MATEMATIKA  
BRAZILLIAN NUT EFFECT



Disusun Oleh:

Grace - 10109011

William Kusmono - 10109015

Adrian Hartanto - 10109022

Matheus Bernardo Yesaya - 10109051

Wanandi Kartawinata - 10109103

PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG  
2012

# 1 Latar belakang Masalah

Efek kacang brazil pada awalnya dikenal sebagai muesli effect. Muesli sebenarnya merupakan nama sebuah sereal dimana sereal tersebut memiliki komposisi butiran-butiran yang berbeda ukuran. Efek kacang brazil ini pada awalnya dilihat dari sereal muesli ini, dimana ketika sereal ini diberikan sumber getaran, butiran-butiran yang lebih besar ukurannya akan naik ke permukaan sereal tersebut. Fenomena ini lalu memunculkan pertanyaan, "Mengapa butiran yang lebih besar dapat muncul ke permukaan?". Sudah banyak sekali ilmuwan-ilmuwan dan pihak-pihak yang mencoba untuk memecahkan misteri ini dan mencoba untuk membuat model dan formulasinya.

Apa sebenarnya yang membuat fenomena ini terjadi? Sampai saat ini belum ada pihak yang dapat menjelaskannya. Sampai saat ini ada beberapa dugaan terhadap fenomena ini, salah satunya adalah gravitasi. Karena pada efek kacang brazil ini terdapat dua jenis partikel yang berbeda ukuran, sehingga ada dugaan kalau partikel yang lebih kecil akan lebih mudah terpengaruh oleh gaya gravitasi. Ada juga yang mengatakan, karena berbeda ukuran maka terdapat celah-celah kecil sehingga partikel-partikel yang berukuran kecil ketika diberikan getaran akan "menyusup" ke dalam celah kecil itu, sehingga partikel yang lebih besar akan terdorong ke atas, sehingga pada akhirnya dapat sampai ke permukaan.

Fenomena efek kacang brazil ini tidak hanya terjadi pada sereal muesli atau pada kacang brazil saja. Namun terjadi juga dalam pembentukan lapisan-lapisan di bumi kita ini. Salah satu contohnya dikenal sebagai Inverse Grading batuan, istilah dimana posisi batuan berkumpul dengan ukuran yang sama yang diakibatkan oleh getaran-getaran di bumi. Selain itu efek kacang brazil ini juga banyak terjadi pada kehidupan sehari-hari kita, seperti menampi beras, fenomena longsor salju, tempat sampah yang terkena guncangan dan sebagainya.

## 2 Tujuan Pemodelan

Efek kacang brazil ini sudah banyak sekali diteliti oleh berbagai pihak, namun sampai sekarang belum ada formulasi yang dapat mewakili semua kondisi yang terjadi. Maka dari itu karena kami melihat banyak manfaat yang bisa didapat dari memformulasikan efek kacang brazil ini, maka kami merasa perlu untuk mencoba mencari formula dari efek kacang brazil ini. Dalam kasus pemodelan kali ini kami mencoba mencari formulanya dengan cara memodelkan eksperimen kami menggunakan rumur-rumus fisika seperti: Hukum Newton, Hukum Archimedes, gaya gesek, dan gaya gravitasi. Setelah kita mendapatkan model yang sesuai kami akan mencoba melihat hubungannya dengan fenomena ini dengan melakukan berbagai eksperimen. Pada eksperimen kami akan mengganti-ganti frekuensi dan mencoba melihat pengaruhnya terhadap Brazil Nut Effect ini. Selanjutnya kami akan melihat gaya-gaya yang bekerja pada model kami sebagai fungsi dari waktu dan frekuensi dan mencoba melihat ada hubungan apa antara frekuensi dan fenomena ini.

### **3 Manfaat Pemodelan**

Efek kacang brazil ini sebenarnya memberikan banyak manfaat bagi kehidupan kita sehari-hari namun tidak banyak disadari oleh kita. Pemodelan ini bertujuan untuk memformulasikan hubungan antara frekuensi dan fenomena ini. Diharapkan solusi dari pemodelan ini dapat memberikan pandangan yang baru dan ide-ide baru dalam mengembangkan penelitian Brazil Nut effect ini. Diharapkan juga hasil dari pemodelan kami ini dapat digunakan untuk penelitian-penelitian selanjutnya guna memberikan hasil yang lebih akurat dan lebih baik sehingga pada akhirnya dapat ditemukan solusi dari fenomena ini.

## 4 Model Matematika

$$\begin{aligned}\sum F &= m.a \\ F_{drag} + F_{arch} + F_{grav} &= m.a \\ -\frac{1}{2}.c_d.\rho_f.A.v^x + \rho_f.g.V_{arch} - \rho_b.g.V_b &= m.a \\ -\frac{1}{2}.c_d.\rho_f.A.\frac{d}{dt}y(t)^x + \rho_f.g.V_{arch} - \rho_b.g.V_b &= m.\frac{d^2}{dt^2}y(t)\end{aligned}$$

dimana

$v$  = kecepatan naik benda( $\frac{m}{s}$ )

$\rho_f$  = massa jenis fluida( $\frac{kg}{m^3}$ )

$A$  = luas cross section ( $m^2$ )

$c_d$  = konstanta gesek benda

$x$  = faktor kecepatan

$g$  = gravitasi benda( $\frac{m}{s}$ )

$V_b$  = volume intruder( $m^3$ )

$V_{arch}$  = volume intruder yang tercelup dalam granular( $m^3$ )

$h$  = tinggi granular ( $m$ )

dengan syarat  $y(0) = -0.11 + h$  dan  $y'(0) = 0$

Karena ada 3 bentuk geometri yang berbeda maka formulasi untuk  $V_{arch}$  dan  $A$  untuk masing-masing intruder berbeda-beda pula

Untuk Model Prisma Segitiga Terbalik

$$V_{arch} = \begin{cases} \frac{l.(h-y(t))^2}{2.h} & y(t) \geq 0 \\ \frac{l.h.w}{2} & y(t) < 0 \end{cases} \text{ dan } A = \begin{cases} \frac{l}{h}.(h-y(t)).w & y(t) \geq 0 \\ l.w & y(t) < 0 \end{cases}$$

Untuk model Balok Persegi

$$V_{arch} = \begin{cases} h.w.(h-y(t)) & y(t) \geq 0 \\ h^2.w & y(t) < 0 \end{cases} \text{ dan } A = h.w, \text{ untuk } \forall y(t)$$

Untuk model Balok Persegi Panjang

$$V_{arch} = \begin{cases} l.w.(h-y(t)) & y(t) \geq 0 \\ h.l.w & y(t) < 0 \end{cases} \text{ dan } A = l.w, \text{ untuk } \forall y(t)$$

## 5 Teknik Penyelesaian

Untuk memenuhi tujuan pemodelan kami, maka kami akan melakukan eksperimen dan membuat model matematika dari efek kacang brazil. Lalu hasil eksperimen dan hasil model ini akan kami bandingkan dan kami lihat hubungannya untuk menemukan solusi yang kita inginkan.

Untuk eksperimen, langkah langkahnya adalah sebagai berikut

1. Mempersiapkan alat dan bahan berupa speaker dan wadah, intruder dengan beberapa bentuk dan ukuran, granula, amplifier, dan NCH Tone Generator
2. Memasukkan granula dan intruder kedalam wadah yang sudah kita rakit bersama dengan speaker
3. Menyambungkan amplifier dan speaker ke laptop
4. Mengatur frekuensi pada software NCH Tone Generator ,menyalakannya dan mencatat waktunya
5. Mengamati intruder yang digetarkan oleh NCH Tone Generator dan menghentikan perhitungan saat seluruh permukaan intruder muncul ke permukaan
6. Mengulang langkah (1) - (5) dan membandingkan data-data yang kita peroleh untuk mendapatkan frekuensi yang ideal

Berdasarkan kondisi awal eksperimen akan dibentuk model matematikanya. Setelah ditemukan model matematika untuk perhitungan efek kacang brazil, akan dimasukkan semua data-data yang dimiliki dan akan didapat sebuah persamaan differensial orde 2 yang sulit ditemukan solusi analitiknya. Akan tetapi akan lebih mudah jika dicari solusi numeriknya menggunakan software Maple 11 dengan metode Runge Kutta 45.

Contoh formulasi Maple:

restart; with(DEtools):

$model := F[drag] + F[grav] + F[arch] = m.a:$

$a := diff(y(t), t\$2); v := diff(y(t), t\$1):$

$g := 9.8; \rho_f := 2644.8; \rho_b := 30; \rho_{air} := 1.2 :$

```

w := 0.013; h := 0.02598; l := 0.03; Vb := 0.5.l.w.h; m := ρb.Vb :
F[grav] := -m.g; F[arch] := ρf.g.Varch :
cd := 0.6; x := 0.8; F[drag] := -cd.ρf.A.vx :
Varch =  $\begin{cases} \frac{l.(h-y(t))^2}{2.h} & y(t) \geq 0 \\ \frac{l.h.w}{2} & y(t) < 0 \end{cases}$  :
A =  $\begin{cases} \frac{l}{h}.(h-y(t)).w & y(t) \geq 0 \\ l.w & y(t) < 0 \end{cases}$  :
soluti0 := dsolve(model, y(0) = -0.8402e - 1, (D(y))(0) = 0, numeric, method =
rkf45) :
plots[odeplot](soluti0, [t, y(t)], 0..10); soluti0(100);
soluti0('last');

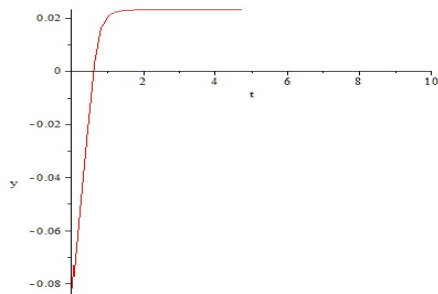
```

## 6 Penyelesaian

Dengan menggunakan metode numerik Runge Kutta 45 dan dengan bantuan software Maple 11 maka didapatkan solusi dari persamaan differensial orde 2 pada model yang kami buat.

Solusi yang kami dapat sebagai berikut

1. Untuk bentuk geometri Prisma Segitiga Terbalik dengan ukuran 3cm setiap sisinya dan ketebalan 1.3cm didapat



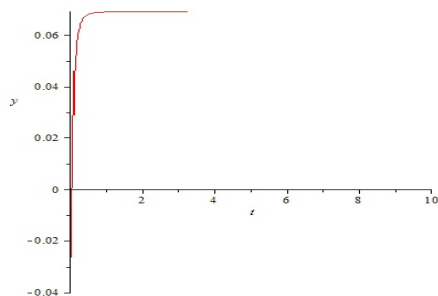
dimana solusinya adalah

$$t = 4.52953272656180$$

$$y(t) = 0.0232121740271484$$

$$diff(y(t), t) = 8.55769111654356 \cdot 10^{-7}$$

2. Untuk bentuk geometri Balok Persegi dengan ukuran 7cm setiap sisinya dan ketebalan 1.3cm didapat



dimana solusinya adalah

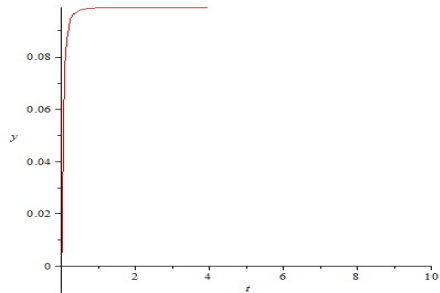
$$t = 3.29035133781133$$

$$y(t) = 0.0692045214775413$$

$$diff(y(t), t) = 0.00000166999539790086$$



3. Untuk bentuk geometri Balok Persegi Panjang dengan ukuran 5cmx10cm dan ketebalan 1.3cm didapat



dimana solusinya adalah

$$t = 3.97168737240853$$

$$y(t) = 0.0988649865998275$$

$$diff(y(t), t) = 6.85556355751072 \cdot 10^{-7}$$

## 7 Diskusi

1. Dari 9 model yang dibuat akan diambil 3 model yang dapat mewakili pemodelan kami. Ternyata setelah dibandingkan hasil pemodelan dan hasil eksperimen yang kami lakukan, hasilnya tidak berbeda jauh. Hal ini menunjukkan bahwa model sudah cukup baik sehingga dapat mewakili hasil eksperimen yang dilakukan. Walaupun ada variabel yang masih kurang akurat
2. Berdasarkan hasil-hasil yang diperoleh, didapatkan frekuensi yang optimal yaitu 12Hz

## 8 Pustaka

1. Sparisoma Viridi, Nuning Nuraini, Mohammad Samy, Ayu Fitriyanti, Ika Kusuma Adriani, Nurwenda Amini, and Ganjar Santoso , "Rise Time of Spherical Intruder in Granular Fluid", Simposium Nasional Inovasi Pembelajaran dan Sains 2011, 22-23 Juni, Bandung, Indonesia; arXiv:1105.2987v1 [cond-mat.soft] 16 May 2011
2. M. E. Mobius, B. E. Lauderdale, S. R. Nagel, and H. M. Jaeger, "Brazil-nut effect: Size separation of granular particles", Nature 414, 270 (2001)

## 9 Lampiran

Berikut lampiran data-data yang diperoleh melalui eksperimen

Jenis Sinyal	Frekuensi	Posisi intruder	Bentuk Intruder	Ukuran Intruder	Percobaan ke -										AVERAGE
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
sinus	10 Hz	berdiri	kotak	3 x 3	7.4	7.6	7.2	7.7	6.8	7.2	7.1	7.3	7.5	7.7	7.35
sinus	12 Hz	berdiri	kotak	3 x 3	4.2	3.8	4.4	4.1	4.1	4	4.4	4.1	4.4	4.5	4.2
sinus	14 Hz	berdiri	kotak	3 x 3	3.9	4.2	3.8	4.2	4.3	4.2	4	4.3	4	4.4	4.13
sinus	16 Hz	berdiri	kotak	3 x 3	4	4.2	4.1	4.1	3.8	4.1	4.1	4.1	3.9	3.6	4
sinus	18 Hz	berdiri	kotak	3 x 3	3.6	4.1	4	3.8	3.8	3.9	4.3	3.8	4.4	4.1	3.98
sinus	10 Hz	berdiri	kotak	5 x 5	6.2	6.2	6	6.2	6.6	6.1	6.3	6.5	6.2	6.2	6.25
sinus	12 Hz	berdiri	kotak	5 x 5	3.2	3.7	3.5	3.9	4.1	3.5	3.9	3.9	3.8	3.7	3.72
sinus	14 Hz	berdiri	kotak	5 x 5	3.7	3.5	3.9	3.4	3.5	3.4	3.3	3.2	3.5	3.6	3.5
sinus	16 Hz	berdiri	kotak	5 x 5	3.1	3.5	3.1	3.7	3.5	3.3	3.7	3.6	3.6	3.4	3.45
sinus	18 Hz	berdiri	kotak	5 x 5	3.4	3.4	3.6	3.6	3.2	3.4	3.6	3.4	3.1	3.4	3.41
sinus	10 Hz	berdiri	kotak	7 x 7	5.4	5.4	5.6	5.7	5.4	5.5	5.9	5.4	5.6	5.8	5.57
sinus	12 Hz	berdiri	kotak	7 x 7	3.4	3.3	3.4	3.2	3.5	3.5	3.4	3.2	3.5	3.4	3.38
sinus	14 Hz	berdiri	kotak	7 x 7	3.1	2.9	3.1	2.8	2.9	3	3.5	2.9	3.1	3.3	3.06
sinus	16 Hz	berdiri	kotak	7 x 7	2.8	3.1	3.2	2.9	2.9	2.8	2.7	2.7	2.8	2.6	2.85
sinus	18 Hz	berdiri	kotak	7 x 7	2.7	2.8	3	3.1	2.9	3	2.9	2.8	2.9	2.9	2.9

Figure 1: Tabel Rise Time Geometri Balok Persegi

sinus	10 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	3	7.1	6.6	6.8	6.9	7.1	6	7	6.9	7.1	6.6	6.81
sinus	12 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	3	5.1	4.4	4.7	4.8	4.6	4.7	5	5.3	5.4	5.4	4.94
sinus	14 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	3	4.7	4.4	4.6	3.9	3.8	3.6	3.4	3.7	3.8	3.8	3.97
r	16 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	3	4.2	4.8	4.5	4.4	4.4	4.4	4.1	4.6	4	4.5	4.39
sinus	18 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	3	5	4.6	4.5	4	4.7	4.9	4.3	4.2	4.8	4.2	4.52
sinus	10 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	5	5.9	6.5	6.2	6.3	6.2	6.5	6.1	6.7	6.8	6	6.32
sinus	12 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	5	4.1	3.9	4.1	4.1	4.2	4.2	3.9	4.1	4.2	4.1	4.09
sinus	14 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	5	3.7	3.5	4	3.9	3.8	3.6	3.4	3.7	3.8	3.8	3.72
sinus	16 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	5	4.1	3.8	3.7	3.9	3.9	3.7	3.7	3.6	3.7	3.9	3.8
sinus	18 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	5	3.4	3.9	4	4	4	4.1	4	4	4.4	4.1	3.99
sinus	10 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	7	5.5	6	5.9	5.8	6.5	6.1	6.2	6.1	6.1	6.1	6.03
sinus	12 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	7	4.1	4	4.1	3.6	3.7	3.7	3.7	3.5	3.6	3.6	3.76
sinus	14 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	7	3.4	3.6	3.5	3.5	4	3.7	3.5	3.5	4	3.7	3.64
sinus	16 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	7	3.6	3.4	3.3	3.3	3.2	3.5	3.4	3.4	3.3	3.4	3.38
sinus	18 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	7	3.7	3.6	3.6	3.6	3.7	3.8	3.9	3.8	3.9	3.5	3.71

Figure 2: Tabel Rise Time Geometri Prisma Segitiga Sama Sisi

sinus	10 Hz	berdiri	persegi panjang	3 x 5	6.1	6.3	5.9	6.5	6.5	6.1	7.1	6.6	6.4	6.5	6.4
sinus	12 Hz	berdiri	persegi panjang	3 x 5	4.6	4.2	4.1	4.3	4.2	4	4.4	4.2	4.2	4.3	4.25
sinus	14 Hz	berdiri	persegi panjang	3 x 5	3.8	3.8	3.7	3.5	3.8	0.7	3.8	3.6	3.6	3.3	3.36
sinus	16 Hz	berdiri	persegi panjang	3 x 5	3.5	3.3	3.4	3.6	3.3	3.6	3.7	3.5	3.7	3.6	3.52
sinus	18 Hz	berdiri	persegi panjang	3 x 5	3.9	3.7	4	3.9	3.7	3.8	3.9	3.3	3.6	3.4	3.72
sinus	10 Hz	berdiri	persegi panjang	3 x 10	4.9	4.8	4.5	4.7	5.4	5.6	4.4	4.6	4.1	5.1	4.81
sinus	12 Hz	berdiri	persegi panjang	3 x 10	3.3	3.3	3.3	3	3	3.3	2.4	3.2	3.3	3.2	3.13
sinus	14 Hz	berdiri	persegi panjang	3 x 10	2.4	2.8	2.7	2.8	2.8	2.6	2.6	2.5	2.7	2.6	2.65
sinus	16 Hz	berdiri	persegi panjang	3 x 10	2.4	2.3	2.3	2.4	2.4	2.3	2.4	2.3	2.2	2.4	2.34
sinus	18 Hz	berdiri	persegi panjang	3 x 10	2.4	2.1	2.3	2.3	2.1	2.4	2.3	2.4	2.5	2.4	2.32
sinus	10 Hz	berdiri	persegi panjang	5 x 10	4.1	4.2	4.4	4.7	4.6	4.5	5.1	4.8	4.6	4.7	4.57
sinus	12 Hz	berdiri	persegi panjang	5 x 10	3	3.1	3.2	3	3.1	3	2.9	2.9	3	3	3.02
sinus	14 Hz	berdiri	persegi panjang	5 x 10	2.7	2.5	2.6	2.9	2.6	2.9	2.6	2.7	2.8	2.8	2.71
sinus	16 Hz	berdiri	persegi panjang	5 x 10	2.2	2.4	2.2	2.5	2.4	2.3	2.6	2.3	2.7	2.4	2.4
sinus	18 Hz	berdiri	persegi panjang	5 x 10	2.3	2.7	2.4	2.3	2.9	2.3	2.4	2.5	2.5	2.5	2.48

Figure 3: Tabel Rise Time Geometri Balok Persegi Panjang

Jenis Sinyal	Frekuensi	Posisi intruder	Bentuk Intruder	Ukuran Intruder (cm)	Hasil Percobaan	Hasil Permodelan	Persentase Error (%)
sinus	10 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	3	6.81	4.922070204	38.35641749
sinus	12 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	3	4.94	4.922070204	0.364273478
sinus	14 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	3	3.97	4.922070204	19.34288144
sinus	16 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	3	4.39	4.922070204	10.80988652
sinus	18 Hz	berdiri	segitiga sama sisi	3	4.52	4.922070204	8.168721433
sinus	10 Hz	berdiri	persegi panjang	5 x 10	4.57	3.971687372	15.06444419
sinus	12 Hz	berdiri	persegi panjang	5 x 10	3.02	3.971687372	23.96178962
sinus	14 Hz	berdiri	persegi panjang	5 x 10	2.71	3.971687372	31.76703638
sinus	16 Hz	berdiri	persegi panjang	5 x 10	2.4	3.971687372	39.57228314
sinus	18 Hz	berdiri	persegi panjang	5 x 10	2.48	3.971687372	37.55802591
sinus	10 Hz	berdiri	kotak	7 x 7	5.57	3.290351338	69.28283421
sinus	12 Hz	berdiri	kotak	7 x 7	3.38	3.290351338	2.724592391
sinus	14 Hz	berdiri	kotak	7 x 7	3.06	3.290351338	7.000812806
sinus	16 Hz	berdiri	kotak	7 x 7	2.85	3.290351338	13.38310997
sinus	18 Hz	berdiri	kotak	7 x 7	2.9	3.290351338	11.8635154

Figure 4: Tabel Perbandingan Rise Time Hasil Percobaan dan Hasil Permodelan