ИТМО. Теорвер. Практика.

11.09.2023

1.11

Условие

На шахматную доску случайным образом ставят 2 ладьи - белую и черную. Какова вероятность того, что ладьи НЕ побьют друг друга.

Решение

Количество мест для 1 и 2 ладьи - 64*63, кол-во позиций, на которых не побьются ладьи - 49*64. Тогда вероятность: $\frac{49*64}{64*63} = \frac{7}{9}$.

1.12

Условие

Колода из 36 карт хорошо перемешана. Найдите вероятность:1) A - 4 туза расположены подряд;2) В - места расположения тузов образуют арифметическую прогрессию с шагом 7.

Решение

- 1) 33! кол-во позиций для 4 тузов, 4! перестановка тузов, всего 36! перестановок. Тогда $p(A) = \frac{4!*33!}{36!} = \frac{1}{1185}$.
- 2) 36! всего перестановок, 4! перестановка тузов, 15 позиций, 32! всего позиций. Тогда $p(B) = \frac{4!*15*32!}{36!} = \frac{1}{3927}$.

1.13

Условие

Из полного набора домино наудачу выбирают 7 костей. Какова вероятность, что среди них окажется по крайней мере одна кость с шестью очками.

Решение

Общее число комбинаций $C_{28}^7 = \frac{28!}{7!(28-7)}$. Комбинация, в которой нет $6:C_{21}^7$. Тогда набор хотя бы с 1 костью с 6 очками: $1 - \frac{C_{21}^7}{C_{28}^7}$.

1.21

Условие

В круг вписан квадрат. Точка наудачу бросается в круг. Найти вероятность того, что она попадет в квадрат.

Решение

Площадь круга $S_{\text{круга}} = \pi * r^2$, диагональ квадрата - $a\sqrt{2} = 2r \rightarrow a = \frac{2r}{\sqrt{2}}$. Тогда площадь квадрата $S = \frac{4r^2}{2} = 2r^2$. Тогда вероятность: $\frac{2r^2}{\pi * r^2} = \frac{2}{\pi}$.

1.24

Условие

Значения a, b равновозможны в квадрате $|a| \leq 1, |b| \leq 1$. Найти вероятность следующих событий: $A = \{$ корни уравнения $x^2 + 2ax + b = 0$ действительны $\}$ и $B = \{$ корни уравнения $x^2 + 2ax + b = 0$ положительны $\}$.

Решение

Площадь квадрата - 4. А) $D=4(a^2-b)\geq 0$ - считается площадь выше графика. $\int_0^1 a=\frac{1}{3}.\ p(A)=\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+2}{4}.$ В) $x_1=-a+\sqrt{a^2-b}, x_2=-a-\sqrt{a^2-b}.$ Причем $x_1\geq x_2.$ Решим $x_2:0\leq \sqrt{a^2-b}\leq -a\to a\leq 0.$ $a^2-b\leq a^2\to b\geq 0.$ Тогда вероятность - $\frac{1}{3}=\frac{1}{12}.$

