Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования «Национальный исследовательский

университет ИТМО»

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

20.03.2024

Лабораторная работа №3
Методы оптимизации
Вариант 9

Раевский Григорий, группа

Содержание

Задание

Найти экстремум функции на отрезке методом квадратичной аппроксимации. Три итерации метода выполнить вручную + написать программу на одном из языков программирования. $\epsilon = 0.0001$ у всех.

Функция: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x * \ln x$, $[a; b] = [1.5; 2], \epsilon = 0.02$

Итеративное решение

Возьмем начальную точку $x_1 = 1.5$, $\delta x = 0.001$

1 Итерация

2) $x_2 = 1.501$

3) $f_1 = f(x_1) = -5.7668023378$ и $f_2 = f(x_2) = -5.7681450391$

4) Так как $f_1 > f_2$, то $x_3 = 1.502$

5) $f_3 = f(x_3) = -5.7694840722$

6) $F_{min} = -5.7694840722$, $x_{min} = x_3$

7) $\bar{x} = 1.8513513514$, а $f(\bar{x}) = -6.0013101018$

8) Проверка $|\frac{-5.7694840722-(-6.0013101018)}{-6.0013101018}| = 0.0386292369 > 0.0001$ и $|\frac{1.502-1.8513513514}{1.8513513514}| = 0.1887007299 > 0.0001$. Так как $\bar{x} \notin [x_1; x_3]$, то $x_1 = \bar{x}$. Переходим к следующей итерации

2 Итерация

2) $x_1 = 1.8513513514$, $x_2 = 1.8523513514$

3) $f_1 = -6.0013101018$, $f_2 = -6.0012645625$

4) Так как $f_1 \leq f_2$, то $x_3 = 1.8503513514$

5) $f_3 = -6.0013513984$

6) $F_{min} = -6.0013513984.$, $x_{min} = x_3$

7) $\bar{x} = 1.8571428571, f(\bar{x}) = -6.0009874371$

8) Значение $|\frac{F_{min}-f(\bar{x})}{f(\bar{x})}| < \epsilon$, однако $|\frac{1.8503513514-1.8571428571}{1.8571428571}| = 0.0036569646 > \epsilon$, то есть, не удовлетворяет критерию точности. При этом, $\bar{x} \notin [x_1; x_3]$, поэтому $x_1 = \bar{x}$. Переходим к следующей итерации.

3 Итерация

2) $x_1 = 1.8571428571$, $x_2 = 1.8581428571$

3) $f_1 = -6.0009874371$, $f_2 = -6.0009172916$

4) Так как $f_1 \leq f_2$, то $x_3 = 1.8591428571$

5) $f_3 = -6.0008428917$

6) $F_{min} = -6.0009874371$, $x_{min} = x_1$

7) $\bar{x} = 1.8255813953$, $f(\bar{x}) = -6.0010250215$

8) Значение $|\frac{F_{min} - f(\bar{x})}{f(\bar{x})}| < \epsilon$, однако $|\frac{1.8571428571 - 1.8255813953}{1.8255813953}| = 0.017288444 > \epsilon$, то есть, не удовлетворяет критерию точности. При этом, $\bar{x} \notin [x_1; x_3]$, поэтому $x_1 = \bar{x}$.

Код

```
import math
import numpy as np


def f(x):
    return (1 / 3) * pow(x, 3) - 5 * x + x * np.log(x)


def solution(x1, del_x, e):
    i = 0
    calculate = True
    while True:
        i += 1
        if (calculate):
            x2 = x1 + del_x

        f1 = f(x1)
        f2 = f(x2)

        if (calculate):
            if f1 > f2:
                x3 = x1 + 2 * del_x
```

```
            else:
                x3 = x1 - del_x

        f3 = f(x3)

        f_min = min(f1, f2, f3)
        if f_min == f1:
            x_min = x1
        elif f_min == f2:
            x_min = x2
        else:
            x_min = x3
        # print("X1 ",x1, " X2 ", x2, " X3 ", x3)
        # print("Y1 ", f1, " Y2 ", f2, " Y3 ", f3)
        num = (x2 ** 2 - x3 ** 2) * f1 + (x3 ** 2 - x1 ** 2) * f2 + (x1 ** 2 - x2 ** 2) * f3
        den = (x2 - x3) * f1 + (x3 - x1) * f2 + (x1 - x2) * f3

        if den == 0:
            x1 = x_min
            continue

        x_over = 0.5 * num / den
        # print("X over ", x_over)
        f_over = f(x_over)

        if abs((f_min - f_over) / f_over) < e and abs((x_min - x_over) / x_over) < e:
            # print("Iter amount: ",i)
            return round(x_over, 5)

        if min(x1, x3) < x_over < max(x1, x3):

            fun_x = [(f1, x1), (f2, x2), (f3, x3), (f_over, x_over)]
            minimal_f, x2 = min(fun_x, key=lambda x: x[0])

            all_x = [x[1] for x in fun_x]
            all_x.sort()

```

```python
            x1 = all_x[all_x.index(x2) - 1]
            x3 = all_x[all_x.index(x2) + 1]
            calculate = False
        else:
            x1 = x_over
            calculate = True



# f(x) = (1 / 3) * pow(x, 3) - 5 * x + x * np.log(x)

# inp_x = 1
# inp_dx = 0.001
# inp_e = 0.0001

print(
    "For f(x) = (1 / 3) * pow(x, 3) - 5 * x + x * np.log(x) enter starting x, delta x, epsilon:"
)

inp_x = input()
inp_dx = input()
inp_e = input()


res_x = solution(inp_x,inp_dx,inp_e)

print("Min x: ", res_x, " and min f(x): ", round(f(res_x), 5))
```

Листинг 1: Квадратичная аппроксимация

Тестирование кода

Входные данные

```
1
0.001
0.0001
```

результат

```
Min x:  1.8411  and min f(x):  -6.00153
```

Выводы

В процессе лабораторной работы было рассмотрено задание на поиск экстремума функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x \ln x$ на интервале $[1.5; 2]$ с заданной точностью $\epsilon = 0.02$ с помощью метода квадратичной аппроксимации. В ручную были выполнены 3 итерации, в каждой из них значение $x*$ постепенно изменялось и с каждым шагом мы медленно, но уверенно приближались к минимуму, найденному программой (1.8411).