

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования «Национальный исследовательский

университет ИТМО»

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

20.03.2024

Лабораторная работа №3

Методы оптимизации

Вариант 9

Раевский Григорий, группа

Содержание

Задание	3
Итеративное решение	3
1 Итерация	3
2 Итерация	3
3 Итерация	4
Код	4

Тестирование кода	6
Входные данные	6
результат	6
Выводы	7

Задание

Найти экстремум функции на отрезке методом квадратичной аппроксимации. Три итерации метода выполнить вручную + написать программу на одном из языков программирования. $\epsilon = 0.0001$ у всех.

Функция: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x * \ln x$, $[a; b] = [1.5; 2]$, $\epsilon = 0.02$

Итеративное решение

Возьмем начальную точку $x_1 = 1.5$, $\delta x = 0.001$

1 Итерация

2) $x_2 = 1.501$

3) $f_1 = f(x_1) = -5.7668023378$ и $f_2 = f(x_2) = -5.7681450391$

4) Так как $f_1 > f_2$, то $x_3 = 1.502$

5) $f_3 = f(x_3) = -5.7694840722$

6) $F_{min} = -5.7694840722$, $x_{min} = x_3$

7) $\bar{x} = 1.8513513514$, а $f(\bar{x}) = -6.0013101018$

8) Проверка $|\frac{-5.7694840722 - (-6.0013101018)}{-6.0013101018}| = 0.0386292369 > 0.0001$ и $|\frac{1.502 - 1.8513513514}{1.8513513514}| = 0.1887007299 > 0.0001$.

Так как $\bar{x} \notin [x_1; x_3]$, то $x_1 = \bar{x}$. Переходим к следующей итерации

2 Итерация

2) $x_1 = 1.8513513514$, $x_2 = 1.8523513514$

3) $f_1 = -6.0013101018$, $f_2 = -6.0012645625$

4) Так как $f_1 \leq f_2$, то $x_3 = 1.8503513514$

5) $f_3 = -6.0013513984$

6) $F_{min} = -6.0013513984$, $x_{min} = x_3$

7) $\bar{x} = 1.8571428571$, $f(\bar{x}) = -6.0009874371$

8) Значение $|\frac{F_{min} - f(\bar{x})}{f(\bar{x})}| < \epsilon$, однако $|\frac{1.8503513514 - 1.8571428571}{1.8571428571}| = 0.0036569646 > \epsilon$, то есть, не удовлетворяет

критерию точности. При этом, $\bar{x} \notin [x_1; x_3]$, поэтому $x_1 = \bar{x}$. Переходим к следующей итерации.

3 Итерация

2) $x_1 = 1.8571428571, x_2 = 1.8581428571$

3) $f_1 = -6.0009874371, f_2 = -6.0009172916$

4) Так как $f_1 \leq f_2$, то $x_3 = 1.8591428571$

5) $f_3 = -6.0008428917$

6) $F_{min} = -6.0009874371, x_{min} = x_1$

7) $\bar{x} = 1.8255813953, f(\bar{x}) = -6.0010250215$

8) Значение $|\frac{F_{min}-f(\bar{x})}{f(\bar{x})}| < \epsilon$, однако $|\frac{1.8571428571-1.8255813953}{1.8255813953}| = 0.017288444 > \epsilon$, то есть, не удовлетворяет критерию точности. При этом, $\bar{x} \notin [x_1; x_3]$, поэтому $x_1 = \bar{x}$.

Код

```
1 import math
2 import numpy as np
3
4
5 def f(x):
6     return (1 / 3) * pow(x, 3) - 5 * x + x * np.log(x)
7
8
9 def solution(x1, del_x, e):
10     while True:
11         x2 = x1 + del_x
12         f1 = f(x1)
13         f2 = f(x2)
14
15         if f1 > f2:
16             x3 = x1 + 2 * del_x
17         else:
18             x3 = x1 - del_x
19
20         f3 = f(x3)
21
22         f_min = min(f1, f2, f3)
```

```

23     if f_min == f1:
24         x_min = x1
25     elif f_min == f2:
26         x_min = x2
27     else:
28         x_min = x3
29
30     num = (x2**2 - x3**2) * f1 + (x3**2 - x1**2) * f2 + (x1**2 - x2**2) * f3
31     den = (x2 - x3) * f1 + (x3 - x1) * f2 + (x1 - x2) * f3
32
33     if den == 0:
34         x1 = x_min
35         continue
36
37     x_over = 0.5 * num / den
38     f_over = f(x_over)
39
40     if abs((f_min - f_over) / f_over) < e and abs((x_min - x_over) / x_over) < e:
41         return round(x_over, 5)
42     if x_over not in [min(x1, x3), max(x1, x3)]:
43         x1 = x_over
44         continue
45     if f_over < f_min:
46         if x_over < x_min:
47             x1 = x_over
48         else:
49             x1 = x_min
50     else:
51         if x_min == x1:
52             x1 = x_min - del_x
53         else:
54             x1 = x_min
55
56
57 # f(x) = (1 / 3) * pow(x, 3) - 5 * x + x * np.log(x)
58
59 # inp_x = 1

```

```

60 # inp_dx = 0.001
61 # inp_e = 0.00001
62
63 print(
64     "For f(x) = (1 / 3) * pow(x, 3) - 5 * x + x * np.log(x) enter starting x, delta x, epsilon:"
65 )
66
67 inp_x = input()
68 inp_dx = input()
69 inp_e = input()
70
71
72 res_x = solution(1, 0.001, 0.0001)
73
74 print("Min x: ", res_x, " and min f(x): ", round(f(res_x), 5))

```

Листинг 1: Квадратичная аппроксимация

Тестирование кода

Входные данные

```

1 1
2 0.001
3 0.0001

```

результат

```

1 Min x: 1.8411 and min f(x): -6.00153

```

Выводы

В процессе лабораторной работы было рассмотрено задание на поиск экстремума функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x \ln x$ на интервале $[1.5; 2]$ с заданной точностью $\epsilon = 0.02$ с помощью метода квадратичной аппроксимации. В ручную были выполнены 3 итерации, в каждой из них значение x^* постепенно изменялось и с каждым шагом мы медленно, но уверенно приближались к минимуму, найденному программой (1.8411).