Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования «Национальный исследовательский

университет ИТМО»

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

02.05.2024

Лабораторная работа №6
Методы оптимизации
Вариант 9

Раевский Григорий, группа P3221

Содержание

Задание **2**

Решение **2**

Выводы **5**

Код **6**

Задание

Дано множество из n городов и матрица расстояний между ними. Требуется объехать все города по кратчайшему пути, причем в каждом городе необходимо побывать один раз и вернуться в город, из которого был начат маршрут. Задачу необходимо решить с помощью генетического алгоритма.

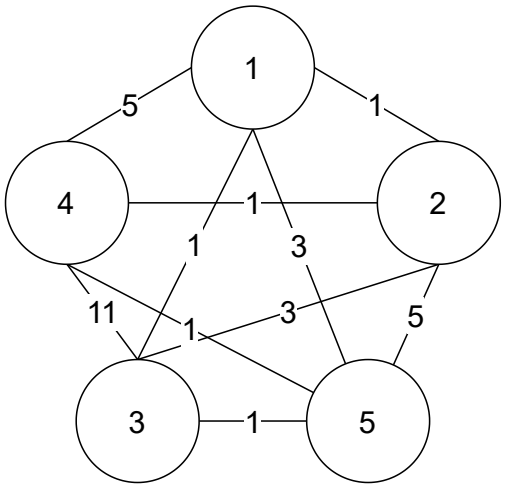
	Город 1	Город 2	Город 3	Город 4	Город 5
Город 1	0	1	1	5	3
Город 2	1	0	3	1	5
Город 3	1	3	0	11	1
Город 4	5	1	11	0	1
Город 5	3	5	1	1	0

За целевую функцию принять сумму расстояний между городами. Размер популяции N = 4. Оператор мутации представляет собой случайную перестановку двух чисел в геноме, которые выбираются случайно. Вероятность мутации 0.01.

Решение

Значение целевой функции — стоимость всей поездки. Одно из оптимальных решений - 1-2-4-5-3-1 (длиной 5). При этом ищем *min* целевой функции.

Стоимости перемещения между городами:



Исходная популяция:

№	Последовательность	Значение функции
1	1-2-3-4-5-1	19
2	3-2-1-4-5-3	11
3	3-4-1-2-5-3	23
4	1-4-3-2-5-1	27

Среднее значение $\frac{19+11+23+27}{4} = 20$.

Для первого скрещивания выберем 4 и 2 последовательности (14325, 32145). Первая граница будет идти после 1 числа, а вторая — после 3 (1|43|25, 3|21|45). Произведем замену середин: *|21|** и *|43|**. Произведем вставку чисел из родительской перестановки. В итоге получим 32154 и 14352.

Для последовательности 3-2-1-5-4-3 значение функции - 19. Для последовательности 1-4-3-5-2-1 - 23.

Для второго скрещивания выберем 1 и 3 последовательности (12345, 34125). Первая граница будет идти после 2 числа, а вторая — после 4 (12|34|5, 34|12|5). Произведем замену середин: *|12|** и *|34|**. Произведем вставку чисел из родительской перестановки. В итоге получим 45123 и 25341.

Для последовательности 4-5-1-2-3-4 значение функции - 19. Для последовательности 2-5-3-4-1-2 - 23.

Для каждого из потомков "число мутации 0.84, 0.02, 0.45, 0.11 - поэтому мутацию не проводим.

Тогда получаем таблицу родителей и потомков:

№	Родители	Потомки	Значение целевой функции потомка
4	1-4-3-2-5-1	3-2-1-5-4-3	19
2	3-2-1-4-5-1	1-4-3-5-2-1	23
1	1-2-3-4-5-1	4-5-1-2-3-4	19
3	3-4-1-2-5-3	2-5-3-4-1-2	23

Популяция первого поколения после отсечения худших особей:

№	Последовательность	Значение функции
1 (2)	3-2-1-4-5-3	11
2 (1)	1-2-3-4-5-1	19
3 (н)	3-2-1-5-4-3	19
4 (н)	4-5-1-2-3-4	19

Среднее значение $\frac{11+19+19+19}{4} = 17$.

Теперь перейдем ко второму поколению.

Для первого скрещивания выберем 3 и 1 последовательности (32154, 32145). Первая граница будет идти после 3 числа, а вторая — после 4 (321|5|4, 321|4|5). Произведем замену середин: ***|4|* и ***|5|*. Произведем вставку чисел из родительской перестановки. В итоге получим 32145 и 32154.

Для последовательности 3-2-1-4-5-3 значение функции - 11. Для последовательности 3-2-1-5-4-3 - 19.

Для второго скрещивания выберем 2 и 4 последовательности (12345, 45123). Первая граница будет идти после 1 числа, а вторая — после 2 (1|2|345, 4|5|123). Произведем замену середин: *|5|*** и *|2|***. Произведем вставку чисел из родительской перестановки. В итоге получим 35412 и 12345.

Для последовательности 3-5-4-1-2-3 значение функции - 11. Для последовательности 1-2-3-4-5-1 - 19.

Для каждого из потомков "число мутации 0.36, 0.93, 0.11, 0.40 - поэтому мутацию не проводим.

Тогда получаем таблицу родителей и потомков:

№	Родители	Потомки	Значение целевой функции потомка
3	3-2-1-5-4-3	3-2-1-4-5-3	11
1	3-2-1-4-5-3	3-2-1-5-4-3	19
2	1-2-3-4-5-1	3-5-4-1-2-3	11
4	4-5-1-2-3-4	1-2-3-4-5-1	19

Популяция второго поколения после отсечения худших особей:

№	Последовательность	Значение функции
1 (н)	3-2-1-4-5-3	11
2 (н)	3-5-4-1-2-3	11
3 (1)	3-2-1-4-5-3	11
4 (н)	3-2-1-5-4-3	19

Среднее значение $\frac{11+11+11+19}{4} = 13$.

Теперь перейдем к третьему поколению.

Для первого скрещивания выберем 2 и 3 последовательности (35412, 32145). Первая граница будет идти после 1 числа, а вторая — после 3 (3|54|12, 3|21|45). Произведем замену середин: *|21|** и *|54|**. Произведем вставку чисел из родительской перестановки. В итоге получим 42135 и 15432.

Для последовательности 4-2-1-3-5-4 значение функции - 5. Для последовательности 1-5-4-3-2-1 - 19.

Для второго скрещивания выберем 1 и 4 последовательности (32145, 32154). Первая граница будет идти после 1 числа, а вторая — после 2 (3|2|145, 3|2|154). Произведем замену середин: *|2|*** и *|2|***. Произведем вставку чисел из родительской перестановки. В итоге получим 12453 и 12543.

Для последовательности 1-2-4-5-3-1 значение функции - 5. Для последовательности 1-2-5-4-3-1 - 19.

Для каждого из потомков "число мутации 0.61, 0.09, 0.46, 0.70 - поэтому мутацию не проводим.

Тогда получаем таблицу родителей и потомков:

№	Родители	Потомки	Значение целевой функции потомка
2	3-5-4-1-2-3	4-2-1-3-5-4	5
3	3-2-1-4-5-3	1-5-4-3-2-1	19
1	3-2-1-4-5-3	1-2-4-5-3-1	5
4	3-2-1-5-4-3	1-2-5-4-3-1	19

Популяция третьего поколения после отсечения худших особей:

№	Последовательность	Значение функции
1 (н)	4-2-1-3-5-4	5
2 (н)	1-2-4-5-3-1	5
3 (1)	3-2-1-4-5-3	11
4 (н)	3-5-4-1-2-3	11

Среднее значение $\frac{5+5+11+11}{4} = 8$.

Как мы видим, в популяции 3 поколения пресутсвуют 2 оптимальных особи. Ни в одной из итераций не произошло мутаций.

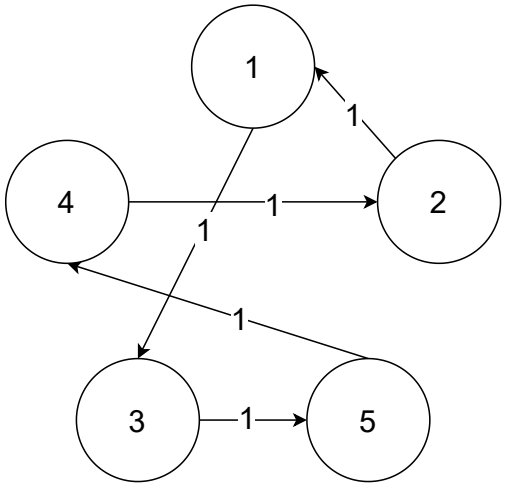
Для **ПРИМЕРА** работы мутации возьмем особь 4-2-1-3-5-4 (42135). Тогда если для нее сработает оператор мутации, мы переставим 5 и 2 цифры местами и получим особь 45132 (ее значение функции для обхода 4-5-1-3-2-4 - 9).

Выводы

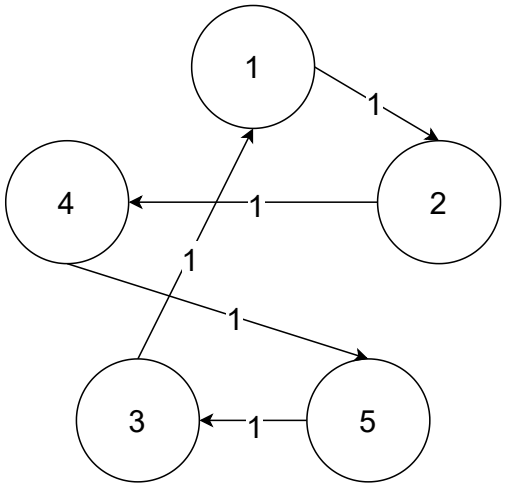
Генетический алгоритм постепенно улучшал среднее значение функции и наконец нашел 2 оптимальных решения после отсечения худших особей в 3 поколении.

3 способа обхода

1. Обход по маршруту 1 из 3 поколения, 4-2-1-3-5-4;



2. Обход по маршруту 2 из 3 поколения, 1-2-4-5-3-1:



Код

```
1  import random
2
3  cities = [
4      [0, 1, 1, 5, 3],
5      [1, 0, 3, 1, 5],
6      [1, 3, 0, 11, 1],
7      [5, 1, 11, 0, 1],
8      [3, 5, 1, 1, 0]
9  ]
10
11
12 def calculate_cost(path):
```

```
    cost = 0
    for i in range(len(path)):
        cost += cities[path[i] - 1][path[(i + 1) % len(path)] - 1]
    return cost


def create_initial_population(size, num_cities):
    population = []
    for _ in range(size):
        path = list(range(1, num_cities + 1))
        random.shuffle(path)
        population.append((path, calculate_cost(path), "Init population"))
    return population


def crossover(parent1, parent2):
    n = len(parent1[0])
    point1, point2 = sorted(random.sample(range(1, n - 1), 2))
    middle1 = parent1[0][point1:point2]
    middle2 = parent2[0][point1:point2]

    def make_child(middle, parent):
        child = [-1] * n
        child[point1:point2] = middle
        added = set(middle)
        fill_idx = point2
        for city in parent[0]:
            if city not in added:
                while child[fill_idx] != -1:
                    fill_idx = (fill_idx + 1) % n
                child[fill_idx] = city
                added.add(city)
        return child

    child1 = make_child(middle2, parent1)
    child2 = make_child(middle1, parent2)
    return (child1, calculate_cost(child1), f"Child of {parent1[0]}, {parent2[0]}"), \
```

```
        (child2, calculate_cost(child2), f"Child of {parent1[0]}, {parent2[0]}")


def mutate(path, mutation_rate=0.01):
    if random.random() < mutation_rate:
        idx1, idx2 = random.sample(range(len(path[0])), 2)
        path[0][idx1], path[0][idx2] = path[0][idx2], path[0][idx1]
        path = (path[0], calculate_cost(path[0]), f"Mutated from {path[0]}")
    return path


def genetic_algorithm(cities, population_size=4, optimal_cost=5):
    num_cities = len(cities)
    population = create_initial_population(population_size, num_cities)
    print("Initial Population:")
    for path in population:
        print(path[0], path[1], path[2])

    generation = 0
    while True:
        print("\nGeneration", generation)
        new_population = []
        costs = []

        for i in range(0, len(population), 2):
            parent1, parent2 = population[i], population[i + 1]
            child1, child2 = crossover(parent1, parent2)
            child1 = mutate(child1)
            child2 = mutate(child2)
            new_population.extend([child1, child2])
            costs.append(child1[1])
            costs.append(child2[1])

        print("Children and Costs:")
        for child in new_population:
            print(child[0], child[1], child[2])

```

```
        all_individuals = population + new_population
        all_individuals = sorted(all_individuals, key=lambda x: x[1])[:population_size]

        print("Updated Population:")
        for ind in all_individuals:
            print(ind[0], ind[1], ind[2])

        population = all_individuals
        if any(ind[1] == optimal_cost for ind in population):
            break

        generation += 1


genetic_algorithm(cities)
```