Оценивание, проверка статистических гипотез

Лабораторная работа 1

Вариант 18\19

Выполнили:

Раевский Григорий, P3221  
Козак Борис, P3221

Содержание:

Цель работы

Исходные данные

Пункт 1. Составление статистического ряда, гистограммы и нахождение точечных оценок математического ожидания и дисперсии.

Пункт 2. Построение доверительного интервала.

Пункт 3. Проверка статистических гипотез.

Выводы

Цель работы

Цель работы – найти статистический ряд, построить гистограмму и график функции распределения. Так же необходимо найти точечные оценки мат ожидания и дисперсии. На основании критерия Пирсона проверить гипотезу о нормальном законе распределения генеральной совокупности.

Исходные данные

Дана выборка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,486 | -1,33 | -1,231 | -0,388 | -0,778 | -2,394 | -0,654 | 0,134 | 1,763 | -1,052 |
| -1,772 | 0,403 | 0,694 | 0,308 | -0,761 | -0,391 | -0,803 | -0,976 | 1,697 | -0,646 |
| -0,873 | 1,439 | -1,192 | 0,681 | 0,564 | 0,44 | 1,328 | 0,533 | -0,151 | -2,209 |
| -1,574 | -0,892 | -0,097 | -1,347 | -0,603 | 0,885 | -2,623 | -0,809 | -0,872 | 0,409 |
| -0,795 | -0,679 | -0,871 | -1,085 | -0,873 | 0,711 | 1,203 | 1,181 | -0,861 | 0,598 |
| -0,203 | 0,578 | -1,211 | -1,845 | 1,357 | -0,404 | 1,266 | 0,462 | -0,859 | 1,227 |
| -0,852 | 0,615 | -2,627 | 1,011 | -0,504 | -0,383 | 1,177 | 0,942 | -2,268 | 0,069 |
| 0,022 | -1,295 | -1,375 | 1,63 | -0,703 | 0,128 | 0,214 | 0,418 | 1,656 | -1,571 |
| -0,604 | 0,952 | 0,026 | -0,161 | 0,621 | 1,093 | -0,467 | 0,564 | -0,994 | -1,802 |
| -0,318 | -0,619 | -0,708 | 0,368 | -0,1 | 0,472 | -0,699 | -0,764 | 0,344 | 1,286 |

Пункт 1. Составление статистического ряда, гистограммы и нахождение точечных оценок математического ожидания и дисперсии.

Для начала отсортируем выборку:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| -2,627 | -2,623 | -2,394 | -2,268 | -2,209 | -1,845 | -1,802 | -1,772 | -1,574 | -1,571 |
| -1,375 | -1,347 | -1,33 | -1,295 | -1,231 | -1,211 | -1,192 | -1,085 | -1,052 | -0,994 |
| -0,976 | -0,892 | -0,873 | -0,873 | -0,872 | -0,871 | -0,861 | -0,859 | -0,852 | -0,809 |
| -0,803 | -0,795 | -0,778 | -0,764 | -0,761 | -0,708 | -0,703 | -0,699 | -0,679 | -0,654 |
| -0,646 | -0,619 | -0,604 | -0,603 | -0,504 | -0,467 | -0,404 | -0,391 | -0,388 | -0,383 |
| -0,318 | -0,203 | -0,161 | -0,151 | -0,1 | -0,097 | 0,022 | 0,026 | 0,069 | 0,128 |
| 0,134 | 0,214 | 0,308 | 0,344 | 0,368 | 0,403 | 0,409 | 0,418 | 0,44 | 0,462 |
| 0,472 | 0,533 | 0,564 | 0,564 | 0,578 | 0,598 | 0,615 | 0,621 | 0,681 | 0,694 |
| 0,711 | 0,885 | 0,942 | 0,952 | 1,011 | 1,093 | 1,177 | 1,181 | 1,203 | 1,227 |
| 1,266 | 1,286 | 1,328 | 1,357 | 1,439 | 1,486 | 1,63 | 1,656 | 1,697 | 1,763 |

Наименьший элемент a = -2,627; наибольший элемент b = 1,763. Тогда шаг разбиения h = 0,4, а отрезок будет следующим: [-2,6; 1,8].

Отрезок разбиваем на 12 равных интервалов, определяем частоты (число элементов выборки в данном интервале), получаем относительные частоты . И получаем таблицу 1:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Примечание |
| Номер интервала | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |  |
| Границы интервалов | (-2,6; -2,2) | (-2,2; -1,9) | (-1,9; -1,5) | (-1,5; -1,1) | (-1,1; -0,8) | (-0,8; -0,4) | (-0,4; 0) | (0; 0,3) | (0,3; 0,7) | (0,7; 1,1) | (1,1; 1,4) | (1,4; 1,8) |  |
|  | -2,4 | -2,1 | -1,7 | -1,3 | -1,0 | -0,6 | -0,2 | 0,1 | 0,5 | 0,9 | 1,2 | 1,6 |  |
|  | 2 | 1 | 5 | 7 | 16 | 13 | 10 | 7 | 16 | 6 | 9 | 8 | 100 |
|  | 0,02 | 0,01 | 0,05 | 0,07 | 0,16 | 0,13 | 0,1 | 0,07 | 0,16 | 0,06 | 0,09 | 0,08 | 1 |

На основе таблицы строим гистограмму частот:

Теперь построим эмпирическую функцию распределения:

|  |  |
| --- | --- |
| x | F(x) |
| -2,6 | 0 |
| -2,2 | 0,02 |
| -1,9 | 0,03 |
| -1,5 | 0,08 |
| -1,1 | 0,15 |
| -0,8 | 0,31 |
| -0,4 | 0,44 |
| 0 | 0,54 |
| 0,3 | 0,61 |
| 0,7 | 0,77 |
| 1,1 | 0,83 |
| 1,4 | 0,92 |
| 1,8 | 1 |

Теперь найдем точечные оценки математического ожидания и дисперсии. В качестве таких оценок будет использовать среднее выборочное значение и выборочная дисперсия , где . На основе этих данных построим таблицу 3:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Примечание |
| Номер интервала | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |  |
|  | -2,4 | -2,1 | -1,7 | -1,3 | -1,0 | -0,6 | -0,2 | 0,1 | 0,5 | 0,9 | 1,2 | 1,6 |  |
|  | 0,02 | 0,01 | 0,05 | 0,07 | 0,16 | 0,13 | 0,1 | 0,07 | 0,16 | 0,06 | 0,09 | 0,08 |  |
|  | -0,05 | -0,02 | -0,08 | -0,09 | -0,15 | -0,08 | -0,02 | 0,01 | 0,08 | 0,05 | 0,11 | 0,13 |  |
|  | 0,12 | 0,04 | 0,14 | 0,12 | 0,15 | 0,04 | 0 | 0 | 0,04 | 0,05 | 0,14 | 0,21 |  |

Отсюда получаем, что среднее выборочное отклонение , а выборочная дисперсия

Пункт 2. Построение доверительного интервала.

Теперь перейдем к построению доверительного интервала с точностью . Интервал имеет вид . Для рассматриваемого интервала при , , откуда . Тогда левая граница интервала , а правая , то есть .

Пункт 3. Проверка статистических гипотез.

Теперь перейдем к проверке гипотезы о том, что генеральная совокупность имеет нормальный закон распределения. Применим критерий согласия . Вместо математического ожидания m и дисперсии используем выборочное среднее и выборочную дисперсию . Объединим интервалы с малыми частотами и посчитаем статистику , где – число элементов выборки в новых интервалах; – теоретическая вероятность попадания случайной величины в i-й интервал, считается по формуле где вместо берем , а вместо , а вместо , т. е.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -2,6 | -1,5 | -1,1 | -0,8 | -0,4 | 0 | 0,3 | 0,7 | 1,1 | 1,4 |
|  | -1,5 | -1,1 | -0,8 | -0,4 | 0 | 0,3 | 0,7 | 1,1 | 1,4 | 1,8 |
|  | 8 | 7 | 16 | 13 | 10 | 7 | 16 | 6 | 9 | 8 |
|  | 0,1 | 0,08 | 0,11 | 0,13 | 0,14 | 0,13 | 0,11 | 0,08 | 0,05 | 0,03 |
|  | 6,66 | 6,26 | 23,85 | 13,04 | 7,21 | 3,72 | 23,16 | 4,37 | 14,92 | 20,18 |

Число степеней свободы , уровень значимости . Из таблицы . Так как полученное значение равно 23,4, что больше табличного значения критерия Пирсона, то гипотеза о нормальном распределении отвергается (это видно так же и из графиков).

Выводы