**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

**федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования**

**“НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО”**

**Факультет** Программной инженерии и компьютерной техники

**Направление подготовки (специальность)** Нейротехнологии и программирование

ОТЧЕТ

о выполнении домашней лабораторной работы №8

Тема задания: Метод наименьших квадратов и сглаживание экспериментальных зависимостей

Обучающийся Раевский Г.Р. P3221

(Фамилия И.О.) (номер группы)

Обучающийся Козак Б. П. P3221

(Фамилия И.О.) (номер группы)

Оценка работы

Подписи преподавателя

(подпись)

Дата

Санкт-Петербург

2024 г.

***ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЕ***

### Цель работы

Цель данной лабораторной работы – вычислить оценки математического ожидания и дисперсии, найти условное мат. ожидание случайной величины и построить оценку линейной функции регрессии на .

### Исходные данные

Таблица исходных данных:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 |
| Y | 0.65 | 0.7 | 0.83 | 0.98 | 1.12 | 1.48 | 1.96 |

### Формулы

Матрица P для МНК:

Матрицы и для МНК: . Матрицу можно найти путем

### Промежуточные результаты

#### Показательная

Заменим y на z, , x не меняем.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | 0,5 | | 1 | | 1,5 | | 2 | | 2,5 | | 3 | | 3,5 |
|  | | -0,43078 | | -0,35667 | | -0,18633 | | -0,02020 | | 0,11333 | | 0,39204 | | 0,67294 |
|  | | 0,25 | | 1 | | 2,25 | | 4 | | 6,25 | | 9 | | 12,25 |
| ^2 | | 0,186 | | 0,127 | | 0,035 | | 0,000 | | 0,013 | | 0,154 | | 0,453 |
| xz | -0,215 | | -0,357 | | -0,279 | | -0,040 | | 0,283 | | 1,176 | | 2,355 | |

Воспользуемся МНК:

Определитель матрицы P: , тогда . Матрица, дополненная к P имеет вид .

Тогда .

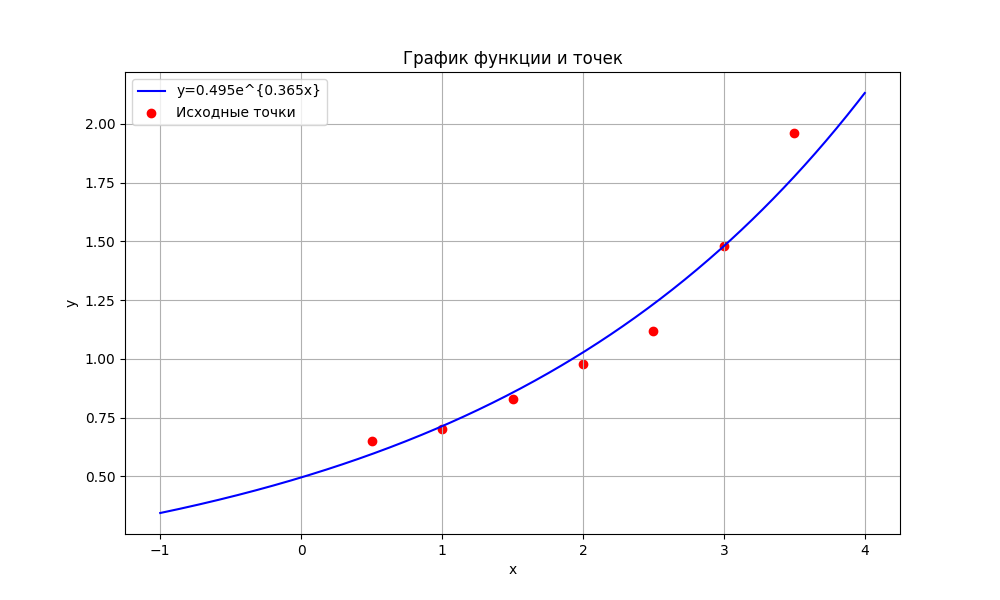
Отсюда, . Тогда уравнение для z: .

Т.к. , то Тогда уравнение для y:

Посчитаем

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -0.431 | -0.357 | -0.186 | -0.02 | 0.113 | 0.392 | 0.673 |
|  | -0.521 | -0.339 | -0.156 | 0.026 | 0.209 | 0.391 | 0.574 |
|  | 0.09 | -0.018 | -0.03 | -0.047 | -0.095 | 0.001 | 0.099 |
|  | 0.0081 | 0.0003 | 0.0009 | 0.0022 | 0.0091 | 0 | 0.0099 |

Тогда



#### Степенная

Заменим y на z, , x заменим на .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | 0,5 | | 1 | | 1,5 | | 2 | | 2,5 | 3 | | 3,5 | |
|  | | -0,43078 | | -0,35667 | | -0,18633 | | -0,02020 | | 0,11333 | 0,39204 | | 0,67294 | |
|  | | 0,25 | | 1 | | 2,25 | | 4 | | 6,25 | 9 | | 12,25 | |
| *^*2 | | 0,186 | | 0,127 | | 0,035 | | 0,000 | | 0,013 | 0,154 | | 0,453 | |
| xz | -0,215 | | -0,357 | | -0,279 | | -0,040 | | 0,283 | | | 1,176 | | 2,355 | |

Воспользуемся МНК:

Определитель матрицы P: , тогда . Матрица, дополненная к P имеет вид .

Тогда .

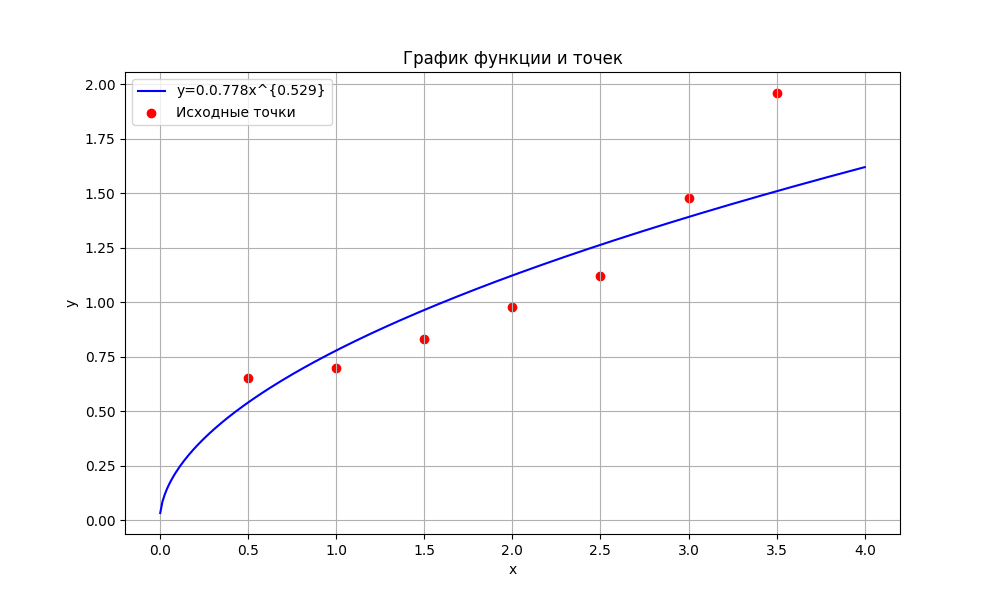
Отсюда, . Тогда уравнение для z: .

Т.к. , то Тогда уравнение для y:

Посчитаем

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -0.431 | -0.357 | -0.186 | -0.02 | 0.113 | 0.392 | 0.673 |
|  | -0.619 | -0.252 | -0.037 | 0.116 | 0.234 | 0.33 | 0.412 |
|  | 0.188 | -0.105 | -0.15 | -0.136 | -0.12 | 0.062 | 0.261 |
|  | 0.0352 | 0.0111 | 0.0224 | 0.0184 | 0.0145 | 0.0038 | 0.0682 |

Тогда



#### Обратная

Заменим y на z, , x не меняем.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | 0,5 | | 1 | | 1,5 | | 2 | | 2,5 | 3 | | 3,5 | |
|  | | -0,43078 | | -0,35667 | | -0,18633 | | -0,02020 | | 0,11333 | 0,39204 | | 0,67294 | |
|  | | 0,25 | | 1 | | 2,25 | | 4 | | 6,25 | 9 | | 12,25 | |
| *^*2 | | 0,186 | | 0,127 | | 0,035 | | 0,000 | | 0,013 | 0,154 | | 0,453 | |
| xz | -0,215 | | -0,357 | | -0,279 | | -0,040 | | 0,283 | | | 1,176 | | 2,355 | |

Воспользуемся МНК:

Определитель матрицы P: , тогда . Матрица, дополненная к P имеет вид .

Тогда .

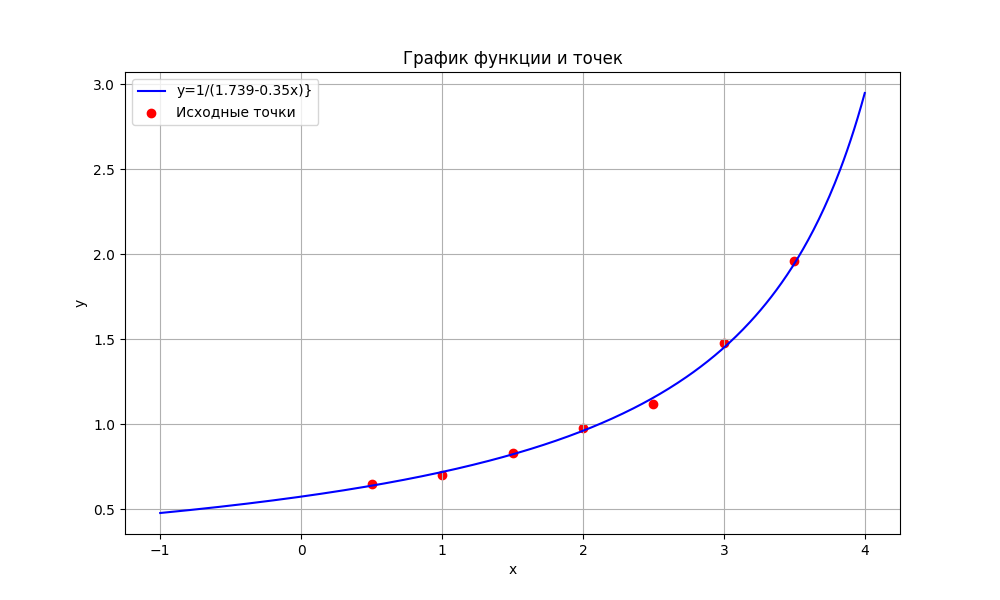
Отсюда, . Тогда уравнение для z: .

А уравнение для y:

Посчитаем

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1.538 | 1.429 | 1.205 | 1.020 | 0.893 | 0.676 | 0.51 |
|  | 1.564 | 1.389 | 1.214 | 1.039 | 0.864 | 0.689 | 0.513 |
|  | -0.026 | 0.04 | -0.009 | -0.018 | 0.029 | -0.013 | -0.003 |
|  | 0.0007 | 0.0016 | 0.0001 | 0.0003 | 0.0009 | 0.0002 | 0 |

Тогда



#### Дробно-линейная

Заменим y на z, , x заменим на .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | 0,5 | | 1 | | 1,5 | | 2 | | 2,5 | 3 | | 3,5 | |
|  | | -0,43078 | | -0,35667 | | -0,18633 | | -0,02020 | | 0,11333 | 0,39204 | | 0,67294 | |
|  | | 0,25 | | 1 | | 2,25 | | 4 | | 6,25 | 9 | | 12,25 | |
| *^*2 | | 0,186 | | 0,127 | | 0,035 | | 0,000 | | 0,013 | 0,154 | | 0,453 | |
| xz | -0,215 | | -0,357 | | -0,279 | | -0,040 | | 0,283 | | | 1,176 | | 2,355 | |

Воспользуемся МНК:

Определитель матрицы P: , тогда . Матрица, дополненная к P имеет вид .

Тогда .

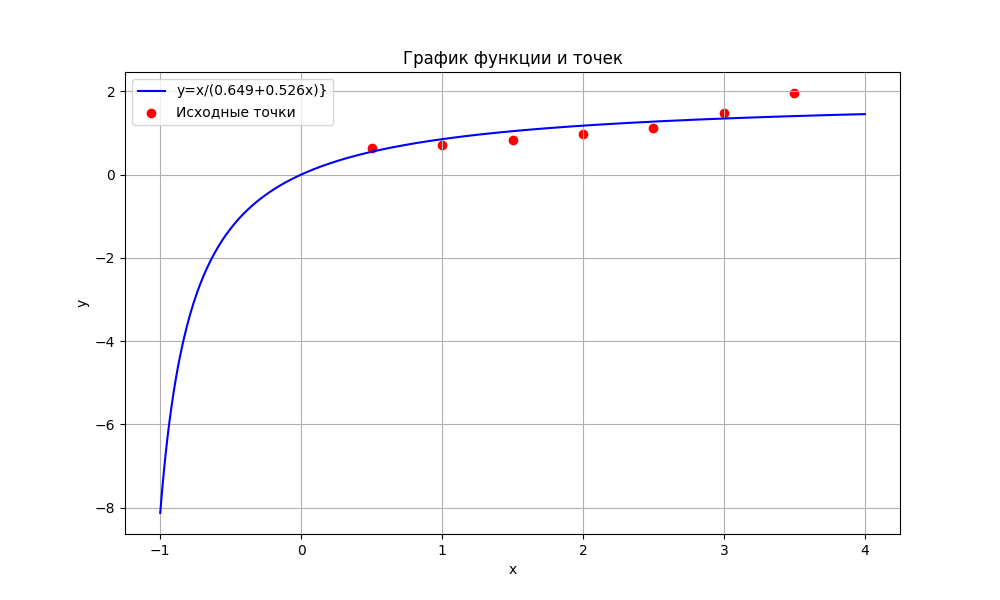
Отсюда, . Тогда уравнение для z: .

А уравнение для y:

Посчитаем

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1.538 | 1.429 | 1.205 | 1.020 | 0.893 | 0.676 | 0.51 |
|  | 1.701 | 1.175 | 1 | 0.912 | 0.859 | 0.824 | 0.799 |
|  | -0.163 | 0.253 | 0.205 | 0.108 | 0.033 | -0.149 | -0.289 |
|  | 0.0265 | 0.0642 | 0.0421 | 0.0118 | 0.0011 | 0.0221 | 0.0835 |

Тогда



Результат

Наименьший у обратной регрессии, следовательно это и есть оптимальная модель.

### Выводы

В ходе лабораторной работы были вычислены оценки математического ожидания и дисперсии, найдено условное математическое ожидание и построена оценка линейной функции регрессии. Результаты показали высокую степень корреляции между переменными. Эффективность подходов подтверждается минимизацией суммы квадратов невязок в моделях, особенно в обратной регрессии, где Smin оказался наименьшим. Это указывает на то, что обратная модель является наиболее подходящей для описания данных в данном случае. Использование различных моделей регрессии позволило подробно анализировать и интерпретировать экспериментальные данные, определяя наиболее эффективные методы для их описания.