**Актуальность темы диссертационной работы.** Многие задачи принятия оптимальных решений, возникающие в различных областях науки и техники, могут быть сформулированы как задачи оптимизации. Сложность математических моделей проектируемых систем, являющаяся натуральным следствием возрастающей сложности этих систем, значительно затрудняет процедуру поиска наилучшей комбинации управляемых параметров. Трудности численного решения подобных задач во многом связаны с их размерностью и видом оптимизируемой целевой функции, которая в общем случае может быть многоэкстремальной, недифференци-руемой и, более того, задана в форме так называемого "черного ящика", на вход которого подается аргумент, а на выходе наблюдается соответствующее значение функции. При этом может быть недоступна дополнительная информация о функции, такая как, например, ее градиент, и лишь значения целевой функции могут быть использованы в ходе решения задачи. Кроме того, каждое испытание функции (то есть, ее вычисление в некоторой точке допустимой области) может потребовать значительных вычислительных ресурсов.

Увеличение числа прикладных задач, описываемых функциями подобного типа, а также бурное развитие вычислительной техники привели к росту интереса к указанным задачам оптимизации и к развитию глобальной оптимизации как области математического программирования, занимающейся разработкой методов решения многоэкстремальных оптимизационных задач. Подходы глобальной оптимизации существенно отличаются от техники стандартных методов поиска локальных оптимумов функции (часто неспособных найти глобальное решение рассматриваемых многоэкстремальных задач) и характеризуются высокой вычислительной трудоемкостью. Вопросам численного решения таких задач посвящена обширная литература (см., например, работы Д. И. Батищева,

B. П. Булатова, Ф. П. Васильева, В. П. Гергеля, А. И. Голикова, С. 10. Городецкого, В. А. Гришагина, В. Ф. Демьянова, Ю. Г. Евтушенко, В. Г. Жа-дана, А. А. Жиглявского, А. Г. Жилинскаса, В. Г. Карманова, А. Г. Корот-ченко, В. Н. Малоземова, Н. Н. Моисеева, Й. Б. Моцкуса, Ю. И. Неймарка,

C. А. Пиявского, Э. Полака, JL А. Растригина, Я. Д. Сергеева, А. С. Стре-каловского, Р. Г. Стронгина, А. Г. Сухарева, П. Пардалоса, Я. Пинтера, X. Туя, Д. Уайлда, К. Флудаса, Д. Химмельблау, Р. Хорста, Д. Б. Юдина и других). При этом техники решения задач одномерной глобальной оптимизации исследованы достаточно глубоко, в то время как построение эффективных алгоритмов многомерной оптимизации, имеющих большое практическое значение, продолжает привлекать большое внимание исследователей.

Возможность построения адаптивных схем поиска наилучшего, то есть глобального, решения многоэкстремальных многомерных задач, отличных от переборных схем, предполагает наличие неких априорных предположений о свойствах задачи. Такие предположения служат математическим инструментом для получения оценок глобального решения задачи на основе проведенных испытаний целевой функции и играют существенную роль при построении эффективных алгоритмов глобального поиска. Для многих практических задач (таких как, например, решение нелинейных уравнений и неравенств; регулирование сложных нелинейных систем; оптимизация иерархических моделей, связанных с задачами размещения, системами обслуживания и т.п.) типичным является предположение о липшицевости функций, поскольку относительные вариации функций, характеризующих моделируемую систему, обычно не могут превышать некоторый порог, определяемый ограниченной энергией изменений в системе. Разработкой теории и методов численного решения задач подобного типа занимается липшицева глобальная оптимизация. Важность данной подобласти глобальной оптимизации объясняется как наличием большого числа прикладных задач, моделируемых при помощи липшицевых функций, так и обширностью класса таких функций.

Учитывая практическую важность задач многомерной липшицевой глобальной оптимизации и существующие сложности на пути их решения, представляются актуальными исследования по разработке эффективных алгоритмов решения подобных задач, чему и посвящена данная диссертационная работа.

**Цель работы**. В диссертации рассматривается вопрос построения численных методов поиска глобального минимума в задачах многомерной оптимизации, где целевая функция определена на гиперинтервале и удовлетворяет на нем условию Липшица. При этом функция предполагается многоэкстремальной, недифференцируемой, заданной в виде "черного ящика", и вычисление функции даже в одной точке допустимой области требует значительных затрат (времени, машинной памяти и т.п.). Учитывая высокую вычислительную сложность рассматриваемых задач, целью работы является разработка быстрых методов решения таких задач. Основное внимание уделяется использованию новой безызбыточной диагональной стратегии адаптивного разбиения гиперинтервалов, предложенной Я. Д. Сергеевым, которая успешно объединяет в себе идеи кривых, заполняющих пространство, и диагональных алгоритмов.

**Научная новизна.**

1. Предложена схема построения диагональных алгоритмов глобальной оптимизации, основанная на новой диагональной стратегии разбиения гиперинтервалов, которая позволяет избежать генерирования избыточных точек испытаний целевой функции, характерного для традиционных диагональных стратегий разбиения.

2. В рамках введенной схемы предложены новые многомерные диагональные алгоритмы глобальной оптимизации: информационностатистический метод с адаптивной оценкой глобальной константы Липшица и геометрический метод, работающий со множеством оценок константы Липшица.

3. Предложена новая схема балансирования локальной и глобальной информации в ходе поиска глобального минимума. Показано, что техника локальной настройки на поведение целевой функции может быть успешно применена для построения многомерных геометрических диагональных алгоритмов глобальной оптимизации.

4. Для всех построенных алгоритмов установлены достаточные условия сходимости к глобальному минимуму.

5. Для проверки работоспособности алгоритмов глобального поиска предложены генератор классов многомерных многоэкстремальных случайных тестовых функций, предоставляющий информацию о расположении всех точек минимумов и размерах их областей притяжения, и ряд критериев проверки эффективности методов поиска глобального минимума на основе классов тестовых функций.

**Практическая ценность работы**. Исследования по теме диссертационной работы выполнялись при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 01-01-00587 и 04-01-00455-а), Итальянского фонда фундаментальных исследований (проекты FIRB RBNE01WBBB и RBAU01JYPN), а также гранта Калабрийско-го университета (Козенца, Италия) для молодых ученых (проект Giovani Ricercatori, 2006 г.). Результаты работы используются также в следующих курсах факультета вычислительной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, посвященных вопросам оптимизации: "Модели и методы принятия решений" (общий курс по специальности "Прикладная информатика"), "Методы принятия решений" (спецкурс магистратуры по специальности "Прикладная математика и информатика"), "Системы поддержки принятия решений" (спецкурс кафедры математического обеспечения ЭВМ по специальности "Прикладная математика и информатика"), "Параллельные вычисления и методы глобальной оптимизации" (спецкурс кафедры математического обеспечения ЭВМ по специальности "Прикладная математика и информатика").

**Апробация работы**. Результаты работы были представлены на международных научно-практических семинарах "Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах" (Нижний Новгород,

2001, 2002, 2003), VI международном конгрессе "Математическое моделирование" (Нижний Новгород, 2004), итальянских национальных конгрессах "Современная вычислительная математика" (Козенца, Италия,

2002, 2005), международном конгрессе "Задачи нелинейной оптимизации большой размерности" (Эриче, Италия, 2004), IV международной конференции "Достижения глобальной оптимизации" (Санторини, Греция, 2003), I международной конференции "Непрерывная оптимизация" (Трой, Нью-Йорк, США, 2004), международном семинаре "Глобальная оптимизация" (Альмерия, Испания, 2005), VIII конгрессе Итальянского общества прикладной математики (Рагуза, Италия, 2006), III международной конференции "Прикладная математика" (Пловдив, Болгария, 2006).

**Публикации**. Основное содержание диссертации изложено в двадцати одной работе [22,38^0,64,65,89,129,158,159,163-167,219-223,228]

**Структура и объем работы**. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, двух приложений и списка литературы.