

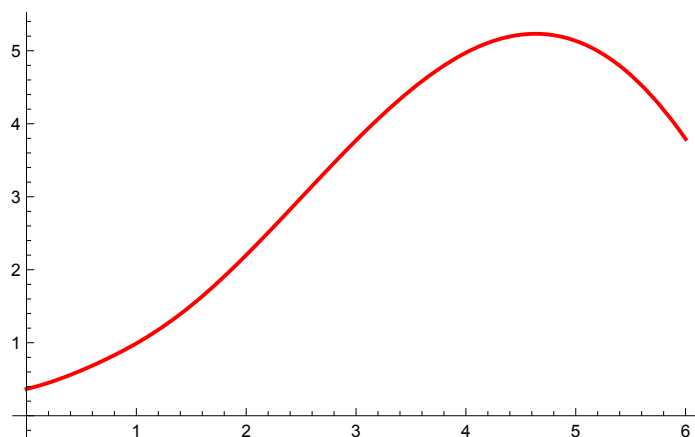
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Номер 1

```
In[*]:= a = 0;  
b = 6;  
n1 = 6;  
n2 = 10;  
h1 = (b - a) / n1;  
h2 = (b - a) / n2;  
f[x_] =  $\sqrt[5]{x^6 + 4x^2 + 1} * \text{Sin}\left[\left(2 * x / \sqrt{31} + 1 / 7 * \sqrt{x + 5} + 1 / 18\right)\right];$   
  
graph = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle -> {Red, Thick}]
```

график функции стиль графика кра... жирный

Out[*] =



```

In[*]:= tabl1 = N[Table[{a + i * h1, f[a + i * h1]}, {i, 0, n1}]]
           [...]таблица значений

tabl2 = N[Table[{a + i * h2, f[a + i * h2]}, {i, 0, n2}]]
           [...]таблица значений

{TableForm[tabl1]}
  табличная форма

{TableForm[tabl2]}
  табличная форма

Out[*]:=
{{0., 0.366267}, {1., 0.990682}, {2., 2.20005},
 {3., 3.77226}, {4., 4.97336}, {5., 5.13549}, {6., 3.79068}}

Out[*]:=
{{0., 0.366267}, {0.6, 0.686507}, {1.2, 1.17656},
 {1.8, 1.90721}, {2.4, 2.82599}, {3., 3.77226}, {3.6, 4.58328},
 {4.2, 5.10759}, {4.8, 5.21258}, {5.4, 4.79492}, {6., 3.79068}}

Out[*]:=
0.    0.366267
1.    0.990682
2.    2.20005
{ 3.    3.77226 }
{ 4.    4.97336 }
5.    5.13549
6.    3.79068

Out[*]:=
0.    0.366267
0.6   0.686507
1.2   1.17656
1.8   1.90721
2.4   2.82599
{ 3.    3.77226 }
{ 3.6   4.58328 }
4.2   5.10759
4.8   5.21258
5.4   4.79492
6.    3.79068

```

Номер 1 (а):

Введем вспомогательные члены

```

In[*]:= P1[x_] =  $\prod_{i=0}^{n1} (x - \text{tabl1}[[i + 1, 1]])$ 

P2[x_] =  $\prod_{i=0}^{n2} (x - \text{tabl2}[[i + 1, 1]])$ 

Out[*]:=
(-6. + x) (-5. + x) (-4. + x) (-3. + x) (-2. + x) (-1. + x) (0. + x)

Out[*]:=
(-6. + x) (-5.4 + x) (-4.8 + x) (-4.2 + x) (-3.6 + x)
(-3. + x) (-2.4 + x) (-1.8 + x) (-1.2 + x) (-0.6 + x) (0. + x)

```

Составим интерполяционные многочлены Лагранжа

```

In[*]:= L1[x_] = Sum[tabl1[[i + 1, 2]] × P1[x] / ((x - tabl1[[i + 1, 1]]) P1'[tabl1[[i + 1, 1]]]),
           [сумма]
           {i, 0, n1}] // Simplify
           [упростить]
L2[x_] = Sum[tabl2[[i + 1, 2]] × P2[x] / ((x - tabl2[[i + 1, 1]]) P2'[tabl2[[i + 1, 1]]]),
           [сумма]
           {i, 0, n2}] // Simplify
           [упростить]

```

Out[*]=

$$0.366267 + 0.575475 x - 0.240887 x^2 + 0.398293 x^3 - 0.121917 x^4 + 0.0140682 x^5 - 0.000616806 x^6$$

Out[*]=

$$0.366267 + 0.228573 x + 1.10121 x^2 - 1.74428 x^3 + 1.73002 x^4 - 0.948462 x^5 + 0.314306 x^6 - 0.0654441 x^7 + 0.00839404 x^8 - 0.000606875 x^9 + 0.0000189416 x^{10}$$

Изобразим, что получилось

График точек из таблицы значений 1:

```

In[*]:= graph1D = ListPlot[tabl1, PlotStyle → {Darker, PointSize[0.02]}]
           [диаграмма разброс... [стиль графика [темнее [размер точки

```

Out[*]=

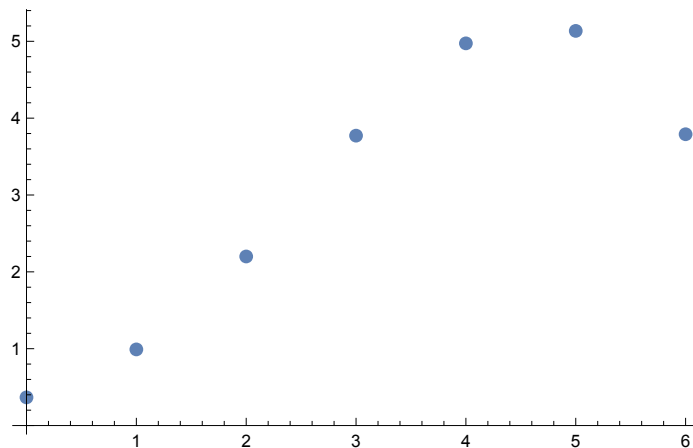


График интерполяции 1:

```
In[*]:= graphL1 = Plot[L1[x], {x, a, b}]
```

[|график функции](#)

Out[*]=

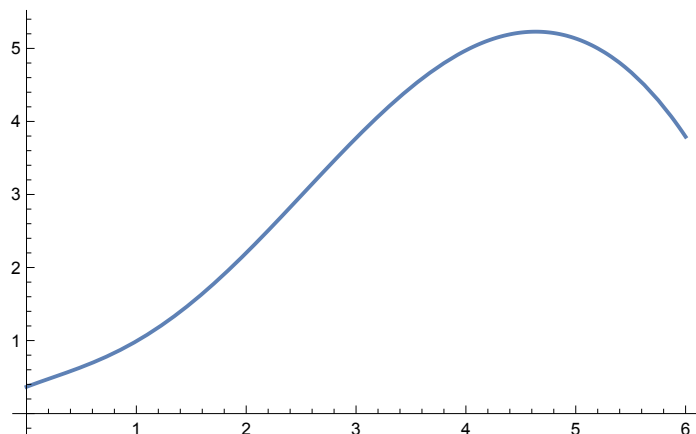


График совмещенный:

```
In[*]:= Show[graph, graph1D, graphL1]
```

[|показать](#)

Out[*]=

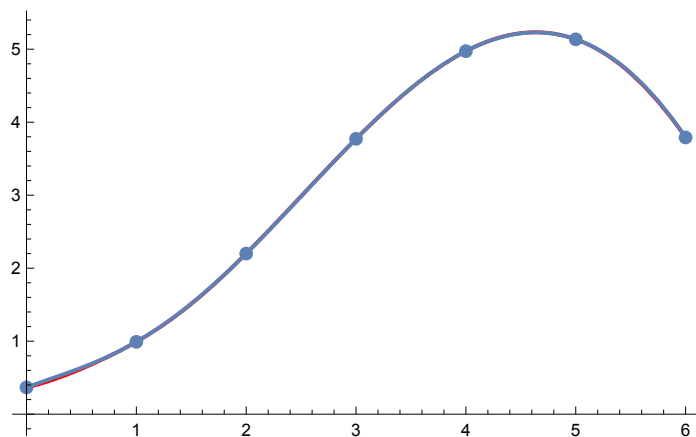


График точек из таблицы значений 2:

```
In[*]:= graph2D = ListPlot[tabl2, PlotStyle -> {Darker, PointSize[0.02]}]
```

[|диаграмма разброс...](#)

[|стиль графика](#)

[|темнее](#)

[|размер точки](#)

Out[*]=

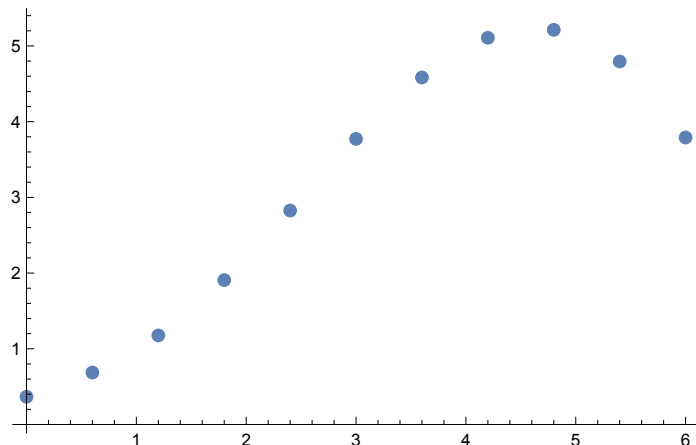


График интерполяции 2:

```
In[*]:= graphL2 = Plot[L2[x], {x, a, b}]
```

[\[график функции\]](#)

Out[*] =

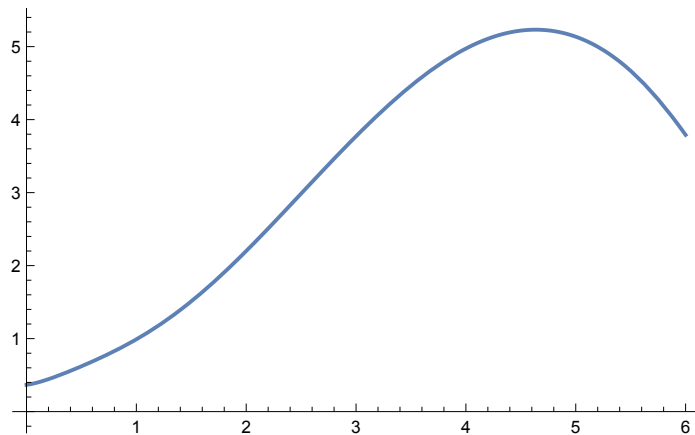
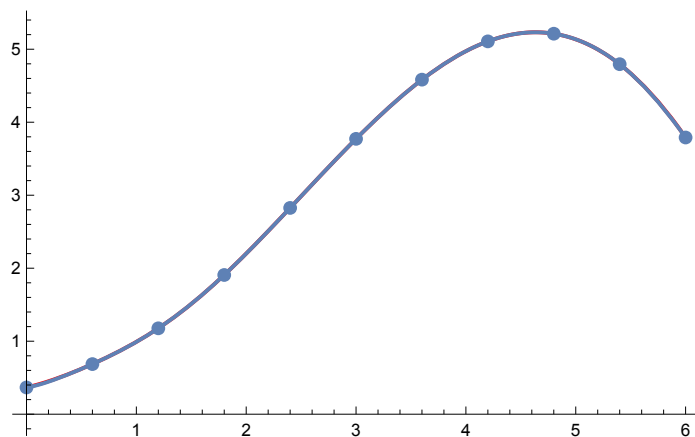


График совмещенный:

```
In[*]:= Show[graph, graph2D, graphL2]
```

[\[показать\]](#)

Out[*] =



Номер 1 (б):

Составим таблицу конечных разностей (пустоты заполним)

Для $n = 6$:

```

In[*]:= Array[dif1, {n1 + 1, n1 + 1}, {0, 0}];
|массив
For[k = 1, k ≤ n1, k++,
|цикл ДЛЯ
    For[i = n1, i ≥ n1 - k, i--, dif1[i, k] = " * "]];
|цикл ДЛЯ
For[i = 0, i ≤ n1, i++, dif1[i, 0] = tabl1[[i + 1, 2]]];
|цикл ДЛЯ
For[k = 1, k ≤ n1, k++,
|цикл ДЛЯ
    For[i = 0, i ≤ n1 - k, i++,
|цикл ДЛЯ
        dif1[i, k] = dif1[i + 1, k - 1] - dif1[i, k - 1]]];
diftabl1 = Array[dif1, {n1 + 1, n1 + 1}, {0, 0}];
|массив
PaddedForm[TableForm[diftabl1], {n1, n1 - 1}]
|форма числа ·· |табличная форма

Out[*]//PaddedForm=
0.36627      0.62442      0.58495      -0.22210      -0.51185      0.57794      -0.44.
0.99068      1.20936      0.36285      -0.73395      0.06608      0.13384      *
2.20005      1.57221      -0.37111      -0.66787      0.19992      *           *
3.77226      1.20110      -1.03898      -0.46795      *           *           *
4.97336      0.16213      -1.50693      *           *           *           *
5.13549      -1.34481      *           *           *           *           *
3.79068      *           *           *           *           *           *

```

Для n = 10:

```

In[*]:= Array[dif2, {n2 + 1, n2 + 1}, {0, 0}];
      |массив
For[k = 1, k ≤ n2, k++,
  |цикл ДЛЯ
    For[i = n2, i ≥ n2 - k, i--, dif2[i, k] = "      *      "]];
      |цикл ДЛЯ
For[i = 0, i ≤ n2, i++, dif2[i, 0] = tabl2[[i + 1, 2]]];
      |цикл ДЛЯ
For[k = 1, k ≤ n2, k++,
  |цикл ДЛЯ
    For[i = 0, i ≤ n2 - k, i++,
      |цикл ДЛЯ
        dif2[i, k] = dif2[i + 1, k - 1] - dif2[i, k - 1]]];
diftabl2 = Array[dif2, {n2 + 1, n2 + 1}, {0, 0}];
      |массив
PaddedForm[TableForm[diftabl2], {n2, n2 - 1}]
      |форма числа ··· |табличная форма

Out[*]//PaddedForm=
  0.366266795      0.320239735      0.169814143      0.070781721      -0.123247130      €
  0.686506530      0.490053877      0.240595863      -0.052465409      -0.108178205      €
  1.176560408      0.730649741      0.188130454      -0.160643614      -0.002088336      €
  1.907210148      0.918780195      0.027486840      -0.162731950      0.011266534      €
  2.825990343      0.946267035      -0.135245111      -0.151465417      0.018852839      €
  3.772257378      0.811021924      -0.286710527      -0.132612578      0.029288670      €
  4.583279301      0.524311396      -0.419323105      -0.103323908      0.039388451
  5.107590698      0.104988291      -0.522647013      -0.063935457      *
  5.212578989      -0.417658722      -0.586582470      *              *
  4.794920266      -1.004241192      *              *              *
  3.790679074      *              *              *              *

```

Номер 1 (в):

Составим интерполяционные многочлены Ньютона (второй)

```
In[*]:= q1 = (x - b) / h1; P1[x_] = dif1[n1, 0]; Pq1[q_] = 1;
For[k = 1, k ≤ n1, k++, Pq1[q_] = Pq1[q1] * (q1 + k - 1);
```

цикл ДЛЯ

$$P1[x_] = P1[x] + \frac{Pq1[q1]}{k!} \text{dif1}[n1 - k, k];$$

```
P1[x] // Simplify
```

упростить

```
q2 = (x - b) / h2; P2[x_] = dif2[n2, 0]; Pq2[q_] = 1;
```

```
For[k = 1, k ≤ n2, k++, Pq2[q_] = Pq2[q2] * (q2 + k - 1);
```

цикл ДЛЯ

$$P2[x_] = P2[x] + \frac{Pq2[q2]}{k!} \text{dif2}[n2 - k, k];$$

```
P2[x] // Simplify
```

упростить

Out[*]=

$$0.366267 + 0.575475 x - 0.240887 x^2 + 0.398293 x^3 - 0.121917 x^4 + 0.0140682 x^5 - 0.000616806 x^6$$

Out[*]=

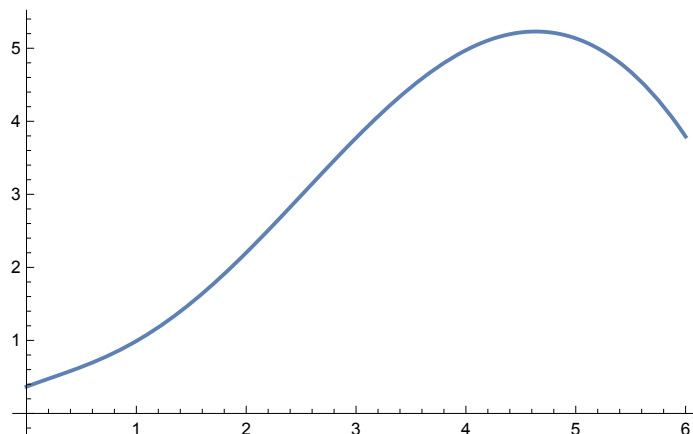
$$0.366267 + 0.228573 x + 1.10121 x^2 - 1.74428 x^3 + 1.73002 x^4 - 0.948462 x^5 + 0.314306 x^6 - 0.0654441 x^7 + 0.00839404 x^8 - 0.000606875 x^9 + 0.0000189416 x^{10}$$

Изобразим их

```
In[*]:= graph1P = Plot[P1[x], {x, a, b}]
```

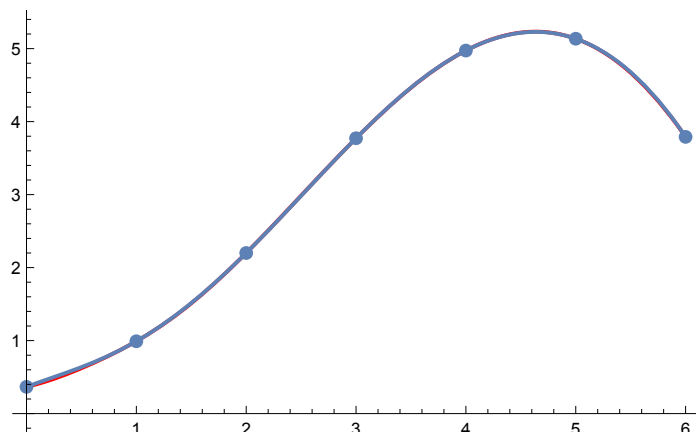
график функции

Out[*]=



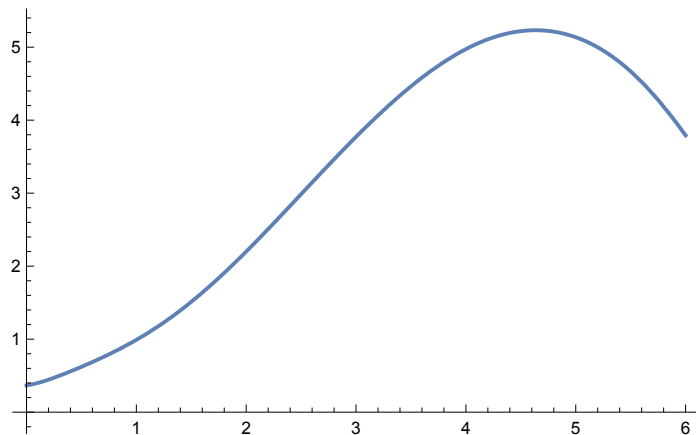
In[]:= Show[graph, graph1D, graph1P]
[показать](#)

Out[]:=



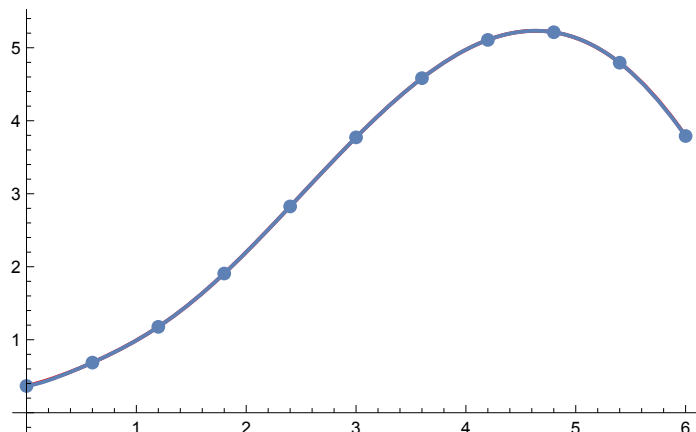
In[]:= graph2P = Plot[P2[x], {x, a, b}]
[график функции](#)

Out[]:=



In[]:= Show[graph, graph2D, graph2P]
[показать](#)

Out[]:=



Номер1 (г):

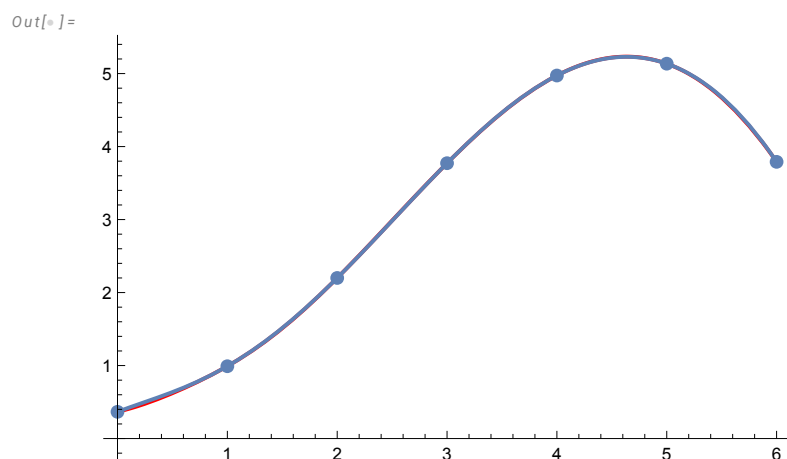
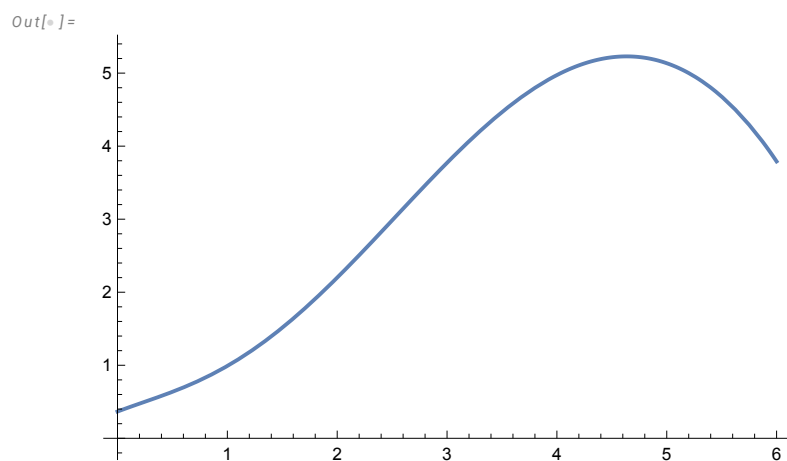
Составим интерполяционные многочлены Ньютона(2) с помощью встроенных пакетов

```
In[*]:= Np1[x_] = InterpolatingPolynomial[tab1, x] // Simplify
           [интерполяционный многочлен]           [упростить]
Np2[x_] = InterpolatingPolynomial[tab2, x] // Simplify
           [интерполяционный многочлен]           [упростить]
```

```
Out[*]:=
0.366267 + 0.575475 x - 0.240887 x^2 +
0.398293 x^3 - 0.121917 x^4 + 0.0140682 x^5 - 0.000616806 x^6
```

```
Out[*]:=
0.366267 + 0.228573 x + 1.10121 x^2 - 1.74428 x^3 + 1.73002 x^4 - 0.948462 x^5 +
0.314306 x^6 - 0.0654441 x^7 + 0.00839404 x^8 - 0.000606875 x^9 + 0.0000189416 x^10
```

```
In[*]:= graph1Np = Plot[Np1[x], {x, a, b}]
           [график функции]
Show[graph, graph1D, graph1Np]
           [показать]
```



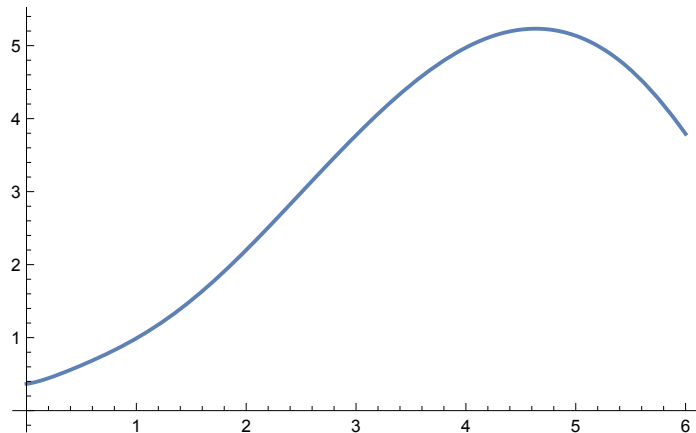
```
In[*]:= graph2Np = Plot[Np2[x], {x, a, b}]
```

[\[график функции\]](#)

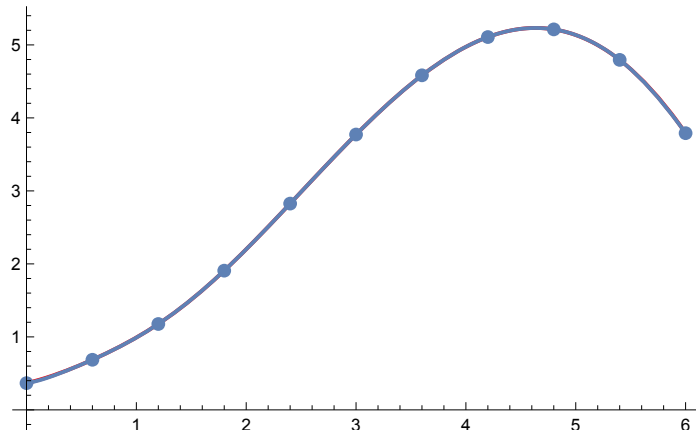
```
Show[graph, graph2D, graph2Np]
```

[\[показать\]](#)

Out[*]:=



Out[*]:=



Все из полученных интерполяционных многочленов в узлах интерполяции совпадают с изначальной функцией, следовательно, все из них могут считаться мало отличающимися от $f(x)$.

Номер 1 (д):

```
In[*]:= x0 = 2.4316;
```

```
Print["f[x0]=", f[x0]]
```

[\[печатать\]](#)

```
Print["L1[x0]=", L1[x0], ", L2[x0]=", L2[x0]]
```

[\[печатать\]](#)

```
Print["P1[x0]=", P1[x0], ", P2[x0]=", P2[x0]]
```

[\[печатать\]](#)

```
Print["Np1[x0]=", Np1[x0], ", Np2[x0]=", Np2[x0]]
```

[\[печатать\]](#)

$f[x_0] = 2.8766$

$L1[x_0] = 2.87389$, $L2[x_0] = 2.87663$

$P1[x_0] = 2.87389$, $P2[x_0] = 2.87663$

$Np1[x_0] = 2.87389$, $Np2[x_0] = 2.87663$

Исходя из полученных графиков и значений в точке x_0 , отметим, что интерполяционные многочлены, полученные различными способами, либо совпадают полностью, либо имеют незначительные отличия, а использование большего числа узлов увеличивает точность аппроксимации.

Номер 1 (е):

Построим график погрешности интерполирования многочленом Ньютона

`In[]:= R1[x_] = Abs[f[x] - Np1[x]];`

|абсолютное значение

`graphErr1 = Plot[R1[x], {x, a, b}, PlotRange -> Full]`

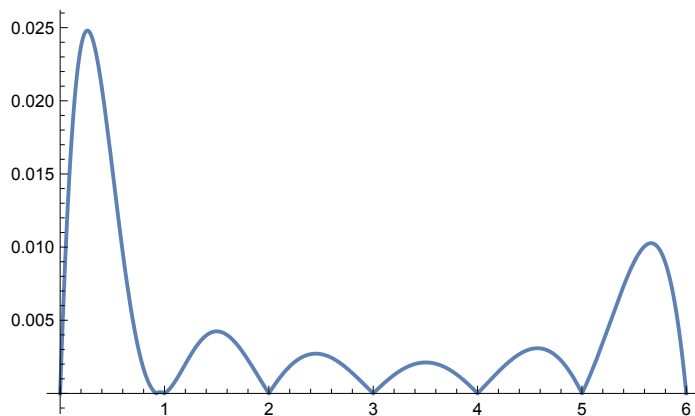
|график функции

|отображаемы... |в полно

`maxErr1 = FindMaximum[R1[x], {x, a, b}]`

|найти максимум

`Out[]:=`



`Out[]:=`

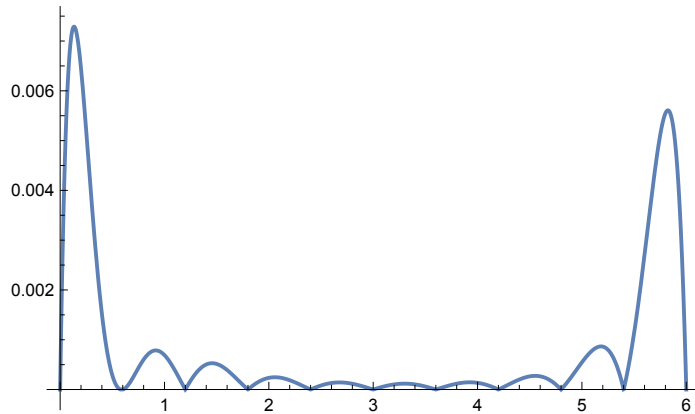
`{0.0247999, {x -> 0.261447}}`

```

In[*]:= R2[x_] = Abs[f[x] - Np2[x]];
          |абсолютное значение
graphErr2 = Plot[R2[x], {x, a, b}, PlotRange -> Full]
          |график функции |отображаемы... |в полно
maxErr2 = FindMaximum[R2[x], {x, a, b}]
          |найти максимум

```

Out[*]=



Out[*]=

```
{0.0072881, {x -> 0.133414}}
```

Номер 1 (ж) :

Исходя из полученных графиков погрешностей, можно сделать вывод, что с увеличением степени интерполяционного многочлена n погрешность интерполирования уменьшается (значение $\maxErr1$ значительно больше значения $\maxErr2$).