Рублевская Екатерина Александровна
гр. 321702
Вариант 13
Лабораторная работа №2

Задание 1:

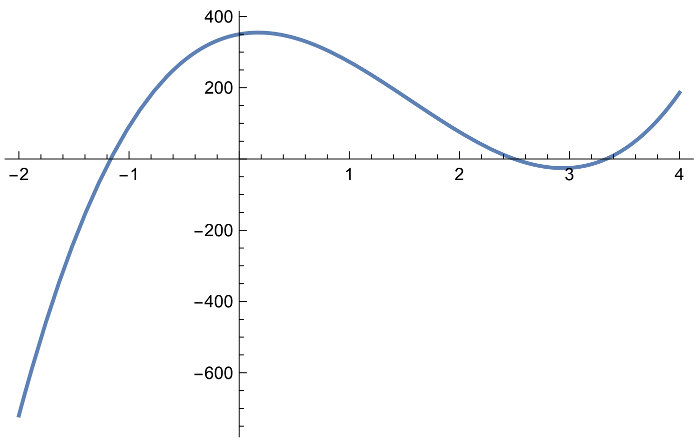
Отделите графически корни алгебраического уравнения $f(x)=0$ с помощью функции **Plot**. Найдите один из них (нецелый) с точностью $\varepsilon=10^{-3}$ методом хорд. Укажите потребовавшееся число итераций. Проиллюстрируйте графически нахождение первых двух приближений (постройте график функции и хорды).

1.13. $f(x)=36x^3-168x^2+55x+350$.

In[ ]:=
```
f[x_] = 36 * x^3 - 168 * x^2 + 55 * x + 350;
```

In[ ]:=
```
Plot[f[x], {x, -2, 4}, AxesOrigin → {0, 0}]
```
график функции — точка пересечения осей

Out[ ]=

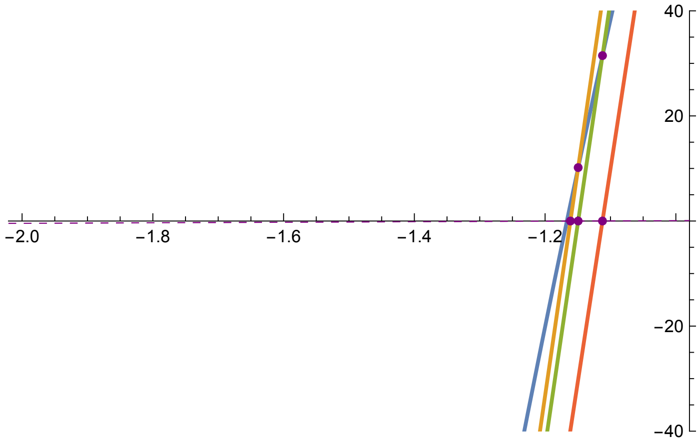


По графику видно, что уравнение имеет три действительных корня . Они расположены в интервалах (-2, -1), (2, 3), (3, 4)

МЕТОД ХОРД

In[∘]:=

```
a = -2;
b = -1;

eps = 0.001;
ex = eps * 10;
If [ f[a] * f''[a] > 0,
условный оператор

   xn0 = b;  g[x_] := a - (f[a] * (x - a) / (f[x] - f[a]));
   hord [x_, xn_] := f[xn] + ((x - xn)/(xn - a) * (f[xn] - f[a])),

   xn0 = a; g[x_] := x - (f[x] * (b - x) / (f[b] - f[x]));
   hord [x_, xn_] := f[xn] + ((x - xn)/(xn - b) * (f[xn] - f[b]))];

xn1 = g[xn0];  n = 1;

While [ex > eps,
цикл-пока
 If [n == 2,
 условный оператор
  Print [Plot [{f[x], hord[x, xn1], hord[x, xn0], hord[x, xn01]},
  печат···  график функции
    {x, a, b}, Epilog → {Purple, Dashed, InfiniteLine[{xn1, 0}, {-2, -1}],
                эпилог       фиолет···  штрихо···  прямая
      InfiniteLine[{xn0, 0}, {-2, -1}], PointSize[0.013], Point[{{xn0, 0},
      прямая                               размер точки         точка
        {xn0, f[xn0]}, {xn1, 0}, {xn1, f[xn1]}, {g[xn1], 0}}]}, PlotRange → 40]]
                                                                 отображаемый диапаз
 ];
 xn01 = xn0; xn0 = xn1;
 xn1 = g[xn0];
 ex = ((xn1 - xn0) ^ 2) / (Abs[xn1 + xn01 - 2 xn0]);
                          абсолютное значение
 n = n + 1;
]
Print["Решение x= ", xn1 // N, " Шаг= ", n]
печатать                    численное приближение
```




```
Решение x= -1.16614 Шаг= 5
```

Задание 2:

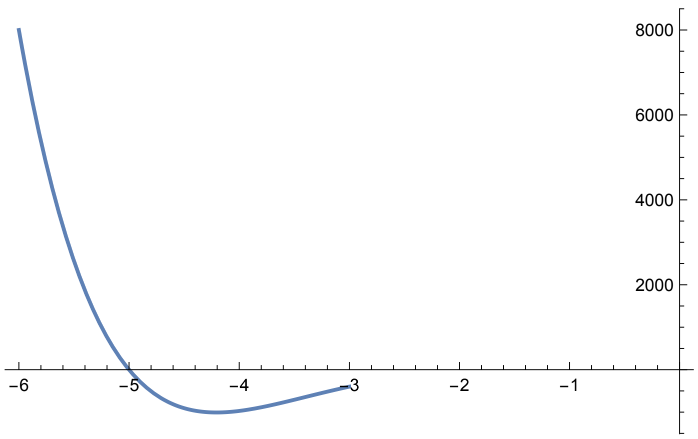
Отделите графически и найдите с помощью функций **Solve**, **NSolve**, **Roots**, **FindRoot** корни алгебраического уравнения $f(x)=0$. Разложите многочлен $f(x)$ на множители, используя функцию **Factor**.

$$2.13.\quad f(x)=x^6+4x^5-10x^4-24x^3+13x^2+44x+20.$$

In[ ]:=
```
f[x_] = x^6 + 4 * x^5 - 10 x^4 - 24 * x^3 + 13 * x^2 + 44 * x + 20;
```

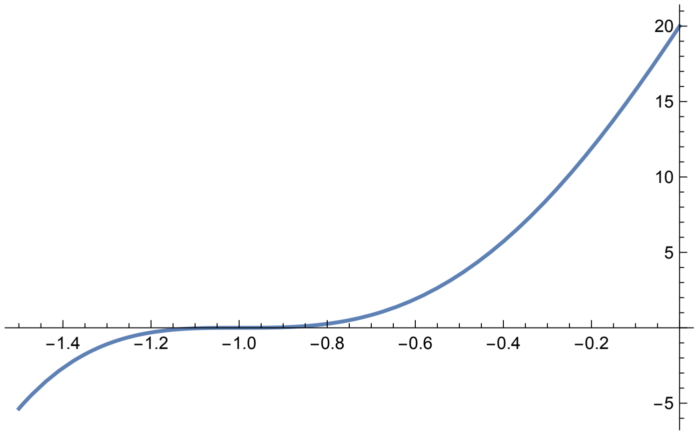
In[ ]:=
```
Plot[f[x], {x, -6, -3}, AxesOrigin → {0, 0}]
```
график функции — точка пересечения осей

Out[ ]=



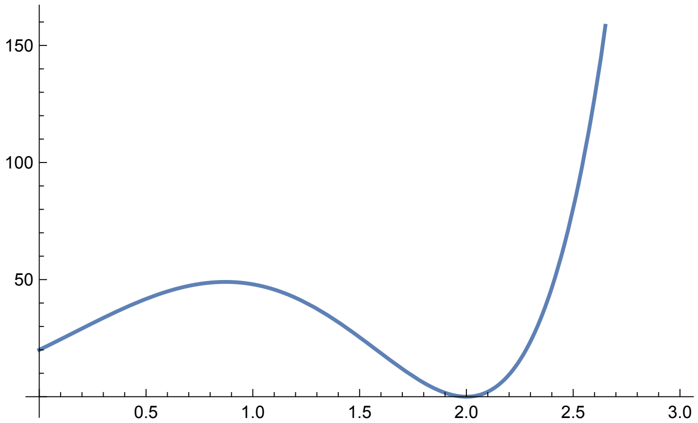
In[•]:=
```
Plot[f[x], {x, -1.5, 0}, AxesOrigin → {0, 0}]
```
⌊график функции ⌊точка пересечения осей

Out[•]=



In[•]:=
```
Plot[f[x], {x, 0, 3}, AxesOrigin → {0, 0}]
```
⌊график функции ⌊точка пересечения осей

Out[•]=



Корни находятся на промежутках (-5.5, -4.7) (-1.2, -0.7) (1.8, 2.2)

In[•]:=
```
NSolve[f[x] == 0]
```
⌊численное решение уравнений

Out[•]=
```
{{x → -5.}, {x → -1.}, {x → -1.}, {x → -1.}, {x → 2.}, {x → 2.}}
```

In[•]:=
```
Solve[f[x] == 0]
```
⌊решить уравнения

Out[•]=
```
{{x → -5}, {x → -1}, {x → -1}, {x → -1}, {x → 2}, {x → 2}}
```

In[•]:=
```
Roots[f[x] == 0, x]
```
⌊корни многочлена

Out[•]=
```
x == -5 || x == -1 || x == -1 || x == -1 || x == 2 || x == 2
```

In[•]:=
```
FindRoot[f[x] == 0, {x, -0.8}]
```
⌊найти корень

Out[•]=
```
{x → -0.999995}
```

In[•]:=
```
FindRoot[f[x] == 0, {x, -5}]
```
найти корень

Out[•]=

{x → -5.}

In[•]:=
```
FindRoot[f[x] == 0, {x, 3}]
```
найти корень

Out[•]=

{x → 2.}

In[•]:=
```
Factor[f[x]]
```
факторизовать

Out[•]=

$(-2+x)^2 (1+x)^3 (5+x)$

Задание 3:

Отделите графически корни трансцендентного уравнения с помощью функции **Plot**. Найдите один из них с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$: а) методом Ньютона; б) методом секущих. Укажите потребовавшееся число итераций.

3.13. $8\cos^2(x+3) = 15 + 9x - 4x^2$.

In[•]:=
```
f[x_] = 8 * Cos[x + 3] ^ 2
g[x_] = 15 + 9 x - 4 x^2
```
косинус

Out[•]=

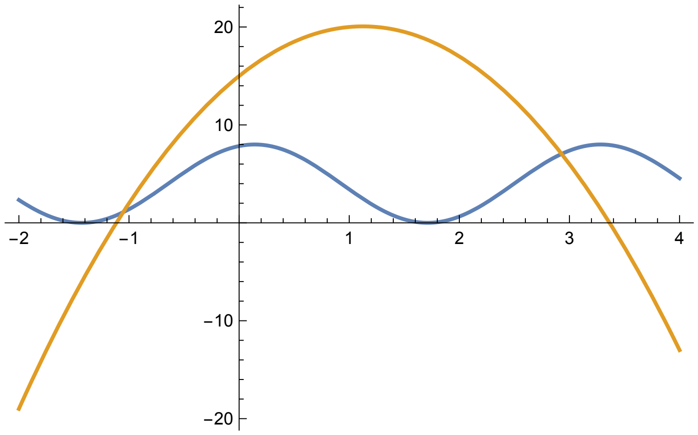
$8 \, \mathrm{Cos}[3+x]^2$

Out[•]=

$15 + 9x - 4x^2$

In[•]:=
```
Plot[{f[x], g[x]}, {x, -2, 4}, AxesOrigin → {0, 0}]
```
график функции, точка пересечения осей

Out[•]=



Корни находятся на промежутках (-1.5, -0.9) (2.8, 3.3)

МЕТОД НЬЮТОНА

In[◦]:=
```
a = -1.5;
b = -0.9;
e = 0.001;
x1 = a;
f2[x_] = 8 * Cos[x + 3] ^ 2 - 15 - 9 x + 4 x^2;
              косинус
Do[x2 = x1;
оператор цикла
 x1 = (x1 - f2[x1] / f2'[x1]) // N;
                                  численное приближение
 If [Abs[x2 - x1] < e,
 у… абсолютное значение
  Print["Решение x = ", x2 // N, " получено на ", n, " шаге."];
  печатать                       численное приближение
  Break[]],
  прервать цикл
 {n, 1, 100}
]
```

Решение x = −1.05372 получено на 4 шаге.

МЕТОД СЕКУЩИХ

In[◦]:=
```
a = -1.5;
b = -0.9;
e = 0.001;
x1 = a;
f3[x_] = 8 * Cos[x + 3] ^ 2 - 15 - 9 x + 4 x^2;
             косинус
x2 = b;
Do[
оператор цикла
 x3 = x2;
 x2 = x2 - (x2 - x1)/(f3[x2] - f3[x1]) * f3[x2] // N;
                                                  численное приближение
 If[Abs[x3 - x2] < e,
 у… абсолютное значение
  Print["Решение x = ", x3 // N, " получено на ", n, " шаге."];
  печатать                       численное приближение
  Break[]],
  прервать цикл
 {n, 1, 100}
]
```

Решение x = −1.05246 получено на 5 шаге.

Задание 4:

Приведите уравнение (3.1 – 3.16) к виду, пригодному для итераций. Найдите его корни методом простых итераций с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$. Укажите потребовавшееся число итераций.

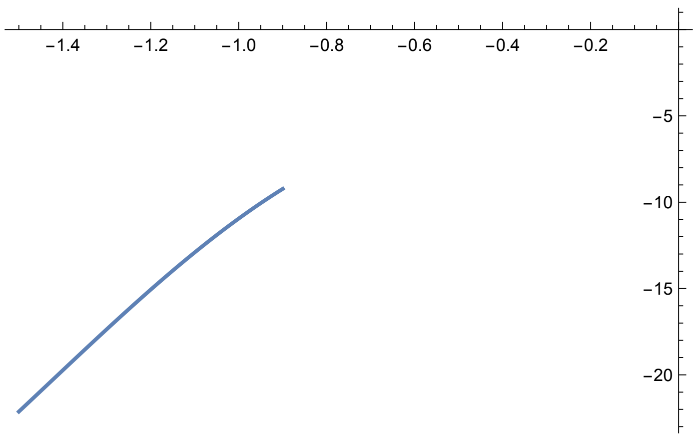
3.13. $8\cos^2(x+3) = 15 + 9x - 4x^2$.

МЕТОД ПРОСТЫХ ИТЕРАЦИЙ

In[ ]:=

```
Clear[x, x1, x3];
очистить
f4[x_] = 8 * Cos[x + 3] ^ 2 - 15 - 9 x + 4 x^2;
               косинус
f4Prime[x_] = D[f4[x], x];
              дифференцировать
Plot[f4Prime[x], {x, -1.5, -0.9}, AxesOrigin → {0, 0}]
график функции                    точка пересечения осей
x1 = -1.5; x3 = -0.9; n = 0; e = 0.001;
M = f4Prime[x1];
λ = 1 / M // N;
            численное приближение
While[Abs[(x3 - x1)] > e, x3 = x1;
цикл…  абсолютное значение
  φ[x_] = x - λ * f4[x1] // N;
                           численное приближение
  x1 = φ[x1] // N; n++;]
                  численное приближение
Print["Решение x = ", x3 // N, " получено на ", n, " шаге."];
печатать                   численное приближение
```

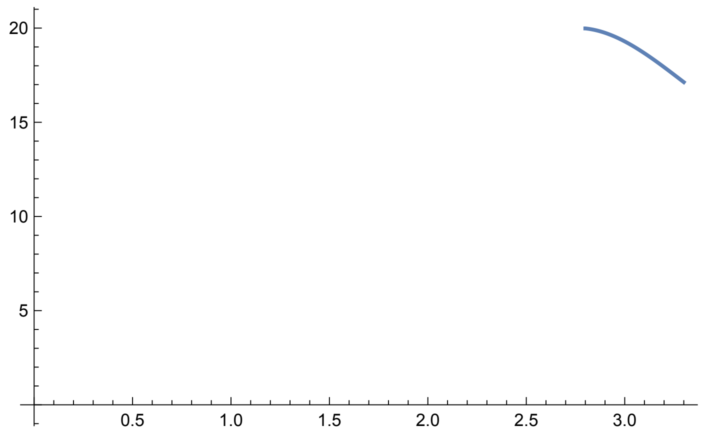
Out[ ]=




```
Решение x = -1.05545 получено на 7 шаге.
```

In[∘]:=
```
Clear[x, x1, x3];
очистить
f4[x_] = 8 * Cos[x + 3] ^ 2 - 15 - 9 x + 4 x^2;
              косинус
f4Prime[x_] = D[f4[x], x];
              дифференцировать
Plot[f4Prime[x], {x, 2.8, 3.3}, AxesOrigin → {0, 0}]
график функции                  точка пересечения осей
x1 = 2.8; x3 = 3.3; n = 0; e = 0.001;
M = f4Prime[x1];
λ = 1 / M // N;
          численное приближение
While[Abs[(x3 - x1)] > e, x3 = x1;
цикл···  абсолютное значение
 φ[x_] = x - λ * f4[x1] // N;
                     численное приближение
 x1 = φ[x1] // N; n++;]
             численное приближение
Print["Решение x = ", x3 // N, " получено на ", n, " шаге."];
печатать                  численное приближение
```

Out[∘]=



Решение x = 2.92845 получено на 2 шаге.

Задание
5:

Решите уравнение (3.1 – 3.16) с помощью функций **Solve**, **NSolve**, **FindRoot**.

3.13. $8\cos^2(x+3) = 15 + 9x - 4x^2$.

In[ ]:=
```
fn[x_] := 8 * Cos[x + 3] ^ 2
              косинус
gn[x_] := 15 + 9 x - 4 x^2
solutions = Solve[fn[x] == gn[x]]
            решить уравнения
```

Solve : This system cannot be solved with the methods available to Solve. Try Reduce or FindInstance instead.

Out[ ]=
```
Solve[8 Cos[3 + x]^2 == 15 + 9 x - 4 x^2]
```

Система результатов не может быть решена с помощью Solve

In[ ]:=
```
NSolve[fn[x] == gn[x]]
численное решение уравнений
```

Out[ ]=
```
{{x → -1.05366}, {x → -4.15698 + 2.03331 ⅈ}, {x → -4.15698 - 2.03331 ⅈ},
 {x → -7.41198 + 2.51088 ⅈ}, {x → -10.6113 + 2.82504 ⅈ},
 {x → -7.41198 - 2.51088 ⅈ}, {x → -0.222198 - 1.09987 ⅈ},
 {x → 2.92936}, {x → -0.222198 + 1.09987 ⅈ}, {x → 4.24607 - 1.49761 ⅈ},
 {x → 7.63593 - 2.24234 ⅈ}, {x → 7.63593 + 2.24234 ⅈ}, {x → 4.24607 + 1.49761 ⅈ},
 {x → -13.7896 + 3.06154 ⅈ}, {x → 10.862 - 2.64078 ⅈ}, {x → -16.9571 + 3.25181 ⅈ}}
```

In[ ]:=
```
FindRoot[fn[x] == gn[x], {x, -1.5}]
найти корень
```

Out[ ]=
```
{x → -1.05366}
```

In[ ]:=
```
FindRoot[fn[x] == gn[x], {x, -0.9}]
найти корень
```

Out[ ]=
```
{x → -1.05366}
```

Задание 6:

Дана система двух нелинейных уравнений $f(x,y)=0$, $g(x,y)=0$. Используя средства пакета **Mathematica**, изобразите на одном чертеже кривые $f(x,y)=0$ и $g(x,y)=0$, и решите данную систему.

6.13. $\begin{cases} \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(y-3)^2} = 5, \\ \sqrt{x^2 + y^2} = 2\cosh(x - y - 1). \end{cases}$

In[∘]:=
```
f[x_, x_] = ∛((x - 1)^2) + ∛((y - 3)^2) - 5
g[x_, y_] = √(x^2 + y^2) - 2 * Cosh[x - y - 1]
```
гиперболический к

Out[∘]=

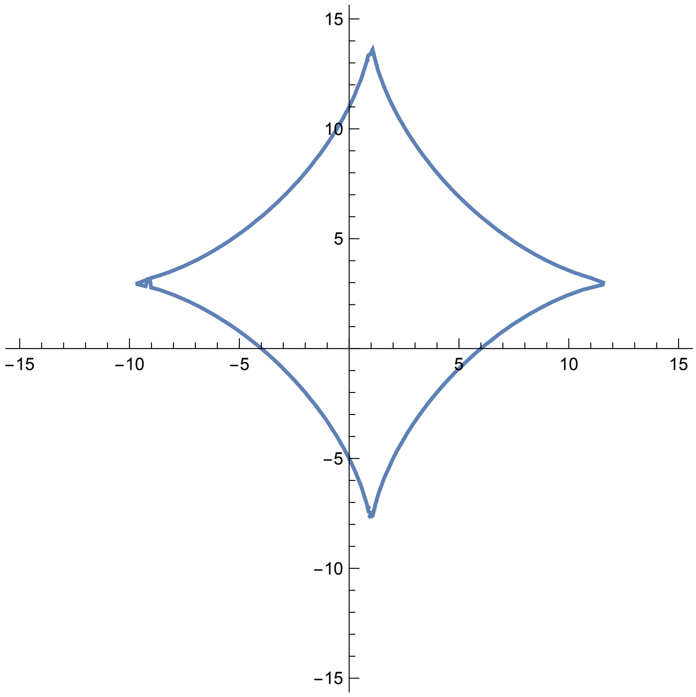
$-5 + \left((-1 + x)^2\right)^{1/3} + \left((-3 + y)^2\right)^{1/3}$

Out[∘]=

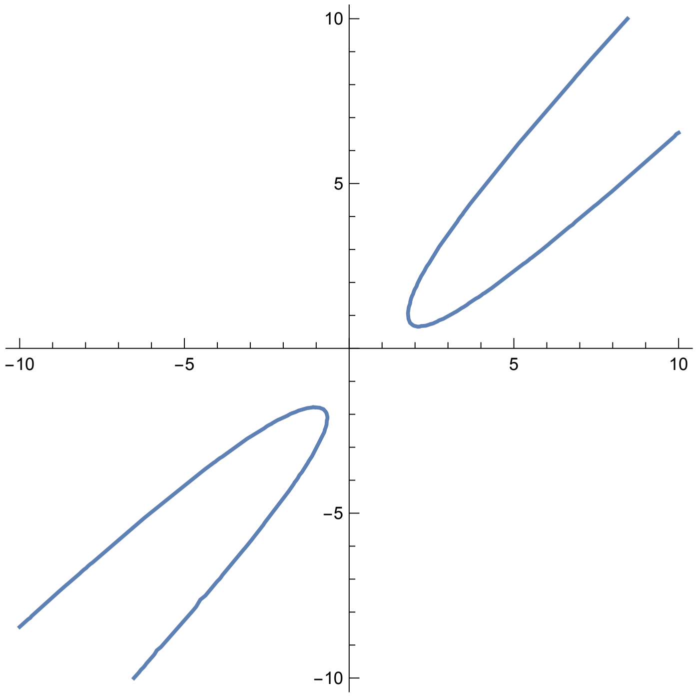
$\sqrt{x^2 + y^2} - 2\,\mathrm{Cosh}[1 - x + y]$

In[∘]:=
```
ggr1 = ContourPlot[f[x, y] == 0, {x, -15, 15},
       контурный график
  {y, -15, 15}, Axes → True, Frame → False, ImageSize → Medium]
                оси     истина  рамка    ложь    размер изоб⋯  средний

ggr2 = ContourPlot[g[x, y] == 0, {x, -10, 10},
       контурный график
  {y, -10, 10}, Axes → True, Frame → False, ImageSize → Medium]
                оси     истина  рамка    ложь    размер изоб⋯  средний
```

Out[∘]=

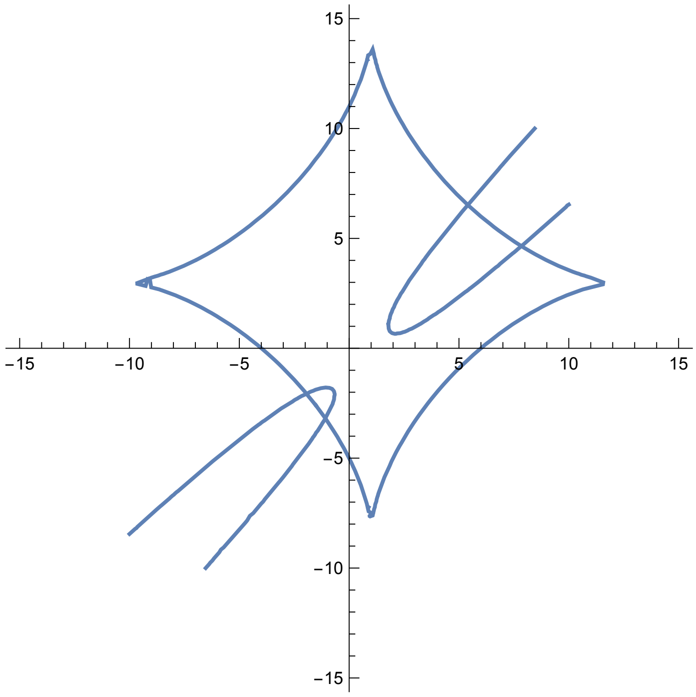


Out[∘]=



In[•]:=
```
Show[ggr1, ggr2, ImageSize → Medium]
```
показать размер изоб··· средний

Out[•]=



In[•]:=
```
FindRoot[{f[x, y] == 0, g[x, y] == 0}, {x, 5}, {y, 6}]
```
найти корень

Out[•]=
```
{x → 5.4, y → 6.52196}
```

In[•]:=
```
FindRoot[{f[x, y] == 0, g[x, y] == 0}, {x, 5}, {y, 8}]
```
найти корень

Out[•]=
```
{x → 5.4, y → 6.52196}
```

In[•]:=
```
FindRoot[{f[x, y] == 0, g[x, y] == 0}, {x, -2}, {y, -2}]
```
найти корень

Out[•]=
```
{x → -1.94146, y → -2.05923}
```

In[•]:=
```
FindRoot[{f[x, y] == 0, g[x, y] == 0}, {x, -1}, {y, -3}]
```
найти корень

Out[•]=
```
{x → -1.07866, y → -3.18993}
```