MATRIKS

Operasi Matriks

Jenis-Jenis Matriks

Determinan Matriks

Inverse Matriks

DEFINISI MATRIKS

Apakah yang dimaksud dengan Matriks ?

kumpulan bilangan yang disajikan secara teratur dalam baris dan kolom yang membentuk suatu persegi panjang, serta termuat diantara sepasang tanda kurung.

NOTASI MATRIKS

- **Nama matriks** menggunakan huruf besar
- Anggota-anggota matriks dapat berupa huruf kecil maupun angka
- Digunakan kurung biasa atau kurung siku

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 5 & 7 & 6 \end{pmatrix} \qquad H = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

- **Ordo matriks** atau ukuran matriks merupakan banyaknya baris (garis horizontal) dan banyaknya kolom (garis vertikal) yang terdapat dalam matriks tersebut.

NOTASI MATRIKS

- Jadi, suatu matriks yang mempunyai m baris dan n kolom disebut matriks berordo atau berukuran m x n.

Notasi $A = (a_{ij})$

- Memudahkan menunjuk anggota suatu matriks

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Dengan

$i = 1,2,\dots,m$

$j = 1,2,\dots,n$

MATRIKS

- Contoh : Matriks A merupakan matriks berordo 4x2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$$

- Bilangan-bilangan yang terdapat dalam sebuah matriks dinamakan entri dalam matriks atau disebut juga **elemen atau unsur**.

NOTASI MATRIKS

Baris

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Kolom

Unsur Matriks

Matriks berukuran m x n
atau berorde m x n

MATRIKS BARIS DAN KOLOM

- **Matriks baris** adalah matriks yang hanya mempunyai satu baris

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

- **Matriks kolom** adalah matriks yang hanya mempunyai satu kolom.

$$E = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

MATRIKS A = B

- Dua buah matriks A dan B dikatakan sama (A = B) apabila A dan B mempunyai jumlah baris dan kolom yang sama (berordo sama) dan semua unsur yang terkandung di dalamnya sama.

- $a_{ij} = b_{ij}$ dimana
  - a_{ij} = elemen matriks A dari baris i dan kolom j
  - b_{ij} = elemen matriks B dari baris i dan kolom j

- A = B

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- A ≠ B

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

PENJUMLAHAN MATRIKS

- Apabila A dan B merupakan dua matriks yang ukurannya sama, maka hasil penjumlahan (A + B) adalah matriks yang diperoleh dengan menambahkan bersama-sama entri yang seletak/bersesuaian dalam kedua matriks tersebut.

- Matriks-matriks yang ordo/ukurannya berbeda tidak dapat ditambahkan.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} \end{bmatrix}$$

PENJUMLAHAN MATRIKS

- Contoh Soal 1.

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+2 \\ 5+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

- Contoh Soal 2.

$$\begin{pmatrix} 8 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8+3 & 6+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 10 \end{pmatrix}$$

- Contoh Soal 3.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+4 & 3+2 \\ 5+8 & 7+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 13 & 16 \end{bmatrix}$$

- Contoh Soal 4.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 7 & 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 2 & 7 \\ 5 & 8 & 4 \\ 1 & 7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 12 \\ 7 & 9 & 7 \\ 8 & 9 & 8 \end{bmatrix}$$

- Contoh Soal 5.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 4+3 & 2-4 \\ -1+2 & 3+1 \\ 2+1 & -2-2 \end{bmatrix} \qquad A + B = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 4 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

PENGURANGAN MATRIKS

- A dan B adalah suatu dua matriks yang ukurannya sama, maka A-B adalah matriks yang diperoleh dengan mengurangkan bersama-sama entri yang seletak/bersesuaian dalam kedua matriks tersebut.

- Matriks-matriks yang ordo/ukurannya berbeda tidak dapat dikurangkan.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} & a_{13} - b_{13} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} & a_{23} - b_{23} \\ a_{31} - b_{31} & a_{32} - b_{32} & a_{33} - b_{33} \end{bmatrix}$$

PENGURANGAN MATRIKS

- Contoh Soal 1.

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-2 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- Contoh Soal 2.

$$\begin{pmatrix} 8 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-3 & 6-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \end{pmatrix}$$

- Contoh Soal 3.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-4 & 3-2 \\ 5-8 & 7-9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

- Contoh Soal 4.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 7 & 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 & 7 \\ 5 & 8 & 4 \\ 1 & 7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -2 \\ -3 & -7 & -1 \\ 6 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

- Contoh Soal 5.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 4-3 & 2+4 \\ -1-2 & 3-1 \\ 2-1 & -2+2 \end{bmatrix} \qquad A - B = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- **Contoh 6 .**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 1-1 & 0-1 & -1-1 \\ 2+1 & 2-2 & -3-4 \\ 3-3 & 4-4 & 0-2 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

PERKALIAN MATRIKS DENGAN SKALAR

- Jika k adalah suatu bilangan skalar dan matriks $A=(a_{ij})$ maka matriks $kA=(ka_{ij})$ adalah suatu matriks yang diperoleh dengan mengalikan semua elemen matriks A dengan k.

- Mengalikan matriks dengan skalar dapat dituliskan di depan atau dibelakang matriks.

- **[C]=k[A]=[A]k**

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 4A = \begin{bmatrix} 4*3 & 4*8 \\ 4*5 & 4*1 \end{bmatrix} \Rightarrow 4A = \begin{bmatrix} 12 & 32 \\ 20 & 4 \end{bmatrix}$$

PERKALIAN MATRIKS DENGAN SKALAR

Sifat-sifat perkalian matriks dengan skalar :

$k(B+C) = kB + kC$

$k(B-C) = kB-kC$

$(k_1+k_2)C = k_1C + k_2C$

$(k_1-k_2)C = k_1C - k_2C$

$(k_1.k_2)C = k_1(k_2C)$

PERKALIAN MATRIKS DENGAN SKALAR

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

dengan k = 2, maka

K(A+B) = 2(A+B) = 2A+2B

$$2(A+B) = 2*(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}) = 2*\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\textbf{TERBUKTI}}$$

$$2A + 2B = 2*\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + 2*\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

PERKALIAN MATRIKS DENGAN SKALAR

Contoh :

$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ dengan k1 = 2 dan k2 = 3, maka

TERBUKTI

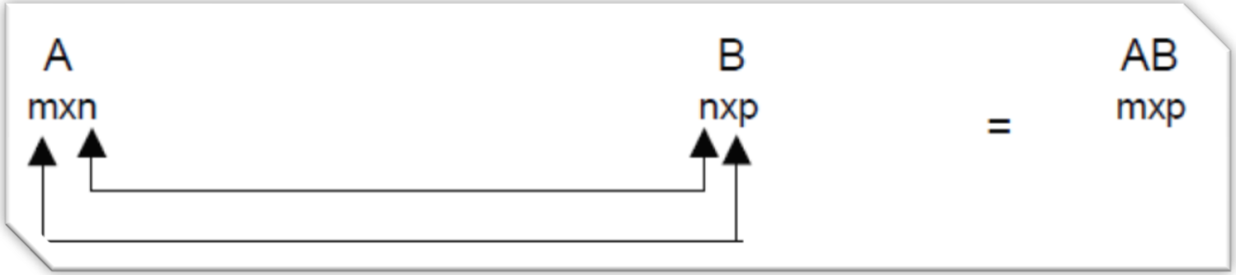
(k1+k2)C = k1.C + k2.C

$$(k_1 + k_2) * C = (2+3) * \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = 5 * \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$$

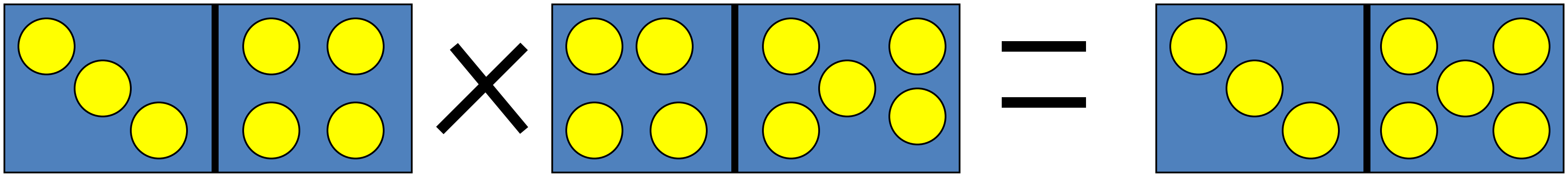
$$(k_1 * C + k_2 * C) = (2) * \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + (3) * \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$$

PERKALIAN MATRIKS

- Perkalian matriks dengan matriks pada umumnya tidak bersifat komutatif.
- Syarat perkalian adalah jumlah banyaknya kolom pertama matriks sama dengan jumlah banyaknya baris matriks kedua.
- Jika matriks A berukuran mxn dan matriks B berukuran nxp maka hasil dari perkalian A*B adalah suatu matriks C=(c_{ij}) berukuran mxp dimana



PERKALIAN



DUA MATRIKS A dan B DAPAT DIKALIKAN APABILA :

BANYAK KOLOM MATRIKS A = BANYAK BARIS MATRIKS B

PERKALIAN MATRIKS

- **Contoh 1 :**

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1x5 + 3x2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 + 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \end{pmatrix}$$

$1 baris \quad 2 baris \qquad\qquad 1 baris$

$2 kolom \quad 1 kolom \qquad\qquad 1 kolom$

- **Contoh 2 :**

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5x1 & 5x3 \\ 2x1 & 2x3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$2B\,1K \quad 1B\,2K \qquad\qquad 2B\,2K$

PERKALIAN MATRIKS

- **Contoh 3 :**

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$AxB = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3x3) + (2x1) + (1x0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \end{bmatrix}$$

$$BxA = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x3 & 3x2 & 3x1 \\ 1x3 & 1x2 & 1x1 \\ 0x3 & 0x2 & 0x1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- **Contoh 4 :**

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1x2+3x7 & 1x4+3x6 \\ 2x2+5x7 & 2x4+5x6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 & 22 \\ 39 & 38 \end{bmatrix}$$

- **Contoh 5 :**

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 3 & 6 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+10+2 & 6+4+1 & 2+8+3 \\ 9+5+10 & 18+2+5 & 6+4+15 \\ 6+20+6 & 12+8+3 & 4+16+9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 15 & 11 & 13 \\ 24 & 25 & 25 \\ 32 & 23 & 29 \end{bmatrix}$$

SOAL LATIHAN 1.

$$jika: A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Tentukan : a. A + C

b. B + D

c. A – C

d. B – D

e. A X B

f. B X A

g. C X D

h. D X C

SOAL LATIHAN 2.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Hitunglah :

a. A X B
b. B X A
c. C X D
d. D X C

PERKALIAN MATRIKS

- Apabila A merupakan suatu matriks persegi, maka $A^2 = A.A$; $A^3=A^2.A$ dan seterusnya
- Apabila AB = BC maka tidak dapat disimpulkan bahwa A=C (tidak berlaku sifat penghapusan)
- Apabila AB = AC belum tentu B = C
- Apabila AB = 0 maka tidak dapat disimpulkan bahwa A=0 atau B=0
- Terdapat beberapa hukum perkalian matriks :
  1. A(BC) = (AB)C
  2. A(B+C) = AB+AC
  3. (B+C)A = BA+CA
  4. A(B-C)=AB-AC
  5. (B-C)A = BA-CA
  6. A(BC) = (aB)C= B(aC)
  7. AI = IA = A

PERPANGKATAN MATRIKS

Sifat perpangkatan pada matriks sama seperti sifat perpangkatan pada bilangan-bilangan untuk setiap a bilangan riil, dimana berlaku :

$A^2 = A\ A$
$A^3 = A^2\ A$
$A^4 = A^3\ A$
$A^5 = A^4\ A$; dan seterusnya

PERPANGKATAN MATRIKS

Tentukan hasil A^2 dan A^3

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = AxA = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = AxA^2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

PERPANGKATAN MATRIKS

Tentukan hasil 2A² + 3A³

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2A^2 = 2 \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$3A^3 = 3 \cdot \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & 9 \\ -6 & 6 \end{bmatrix}$$

$$2A^2 + 3A^3 = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -15 & 9 \\ -6 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 7 \\ -10 & 10 \end{bmatrix}$$

JENIS –JENIS MATRIKS

- **Matriks bujursangkar (persegi)** adalah matriks yang berukuran n x n

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Matriks nol** adalah matriks yang setiap entri atau elemennya adalah bilangan nol

$$O_{3x2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat dari matriks nol :

-A+0=A, jika ukuran matriks A = ukuran matriks 0

-A*0=0, begitu juga 0*A=0.

JENIS –JENIS MATRIKS

- **Matriks Diagonal** adalah matriks persegi yang semua elemen diatas dan dibawah diagonalnya adalah nol. Dinotasikan sebagai D.

  Contoh :

$$D_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

- **Matriks Skalar** adalah matriks diagonal yang semua elemen pada diagonalnya sama

$$D_{3x3} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

JENIS –JENIS MATRIKS

- **Matriks Identitas** adalah matriks skalar yang elemen-elemen pada diagonal utamanya bernilai 1.

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat matriks identitas :

A*I=A

I*A=A

- **Matriks Segitiga Atas** adalah matriks persegi yang elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol
- **Matriks Segitiga Bawah** adalah matriks persegi yang elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN MATRIKS

- Setiap matriks persegi atau bujur sangkar memiliki nilai determinan
- Nilai determinan dari suatu matriks merupakan suatu skalar.
- Jika nilai determinan suatu matriks sama dengan nol, maka matriks tersebut disebut matriks singular.

NOTASI DETERMINAN

- Misalkan matriks A merupakan sebuah matriks bujur sangkar
- Fungsi determinan dinyatakan oleh det (A)
- Jumlah det(A) disebut determinan A
- det(A) sering dinotasikan |A|

NOTASI DETERMINAN

- Pada matriks 2x2 cara menghitung nilai determinannya adalah :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad \det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad \det(A) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

- Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \det(A) = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \quad \det(A) = 6 - 5 = 1$$

METODE SARRUS

- Pada matriks 3x3 cara menghitung nilai determinannya adalah menggunakan Metode Sarrus
- Metode Sarrus hanya untuk matrix berdimensi 3x3

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad \left[\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}\right] \begin{array}{cc} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{array}$$

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$$

METODE SARRUS

- Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \left| \begin{matrix} -2 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{matrix} \right| \begin{matrix} -2 & 2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{matrix}$$

- Nilai Determinan dicari menggunakan metode Sarrus

det(A) = 2 + 12 + 0 – (-6 + 0 + 2)
det(A)= 14 – (-4) = 14 + 4 = 18

MINOR

- Yang dimaksud dengan MINOR unsur a_{ij} adalah determinan yang berasal dari determinan orde ke-n tadi dikurangi dengan baris ke-i dan kolom ke-j.
- Dinotasikan dengan M_{ij}
- Contoh Minor dari elemen a_{11}

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \qquad M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

MINOR

- Minor-minor dari Matrik A (ordo 3x3)

$$|M_{11}| = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad |M_{21}| = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad |M_{31}| = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

$$|M_{12}| = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad |M_{22}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad |M_{32}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}$$

$$|M_{13}| = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \qquad |M_{23}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \qquad |M_{33}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

KOFAKTOR MATRIKS

- Kofaktor dari baris ke-i dan kolom ke-j dituliskan dengan

$$c_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

- Contoh :
  Kofaktor dari elemen a_{11}

$$c_{23} = (-1)^{2+3} M_{23} = -M_{23}$$

$$\begin{bmatrix} + & - & + & - & + & \cdots \\ - & + & - & + & - & \cdots \\ + & - & + & - & + & \cdots \\ - & + & - & + & - & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix}$$

TEOREMA LAPLACE

- Determinan dari suatu matriks sama dengan jumlah perkalian elemen-elemen dari sembarang baris atau kolom dengan kofaktor-kofaktornya

Ekspansi Baris

$$|A| = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}c_{ij} = a_{i1}c_{i1} + a_{i2}c_{i2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_{in}c_{in}$$

Ekspansi Kolom

$$|A| = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}c_{ij} = a_{1j}c_{1j} + a_{2j}c_{2j} + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_{nj}c_{nj}$$

TEORema LAPLACE

Determinan dengan Ekspansi Kofaktor Pada Baris

- Misalkan ada sebuah matriks A berordo 3x3

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor baris pertama

$$\begin{aligned} |A| &= a_{11}c_{11} + a_{12}c_{12} + a_{13}c_{13} \\ &= a_{11}|M_{11}| - a_{12}|M_{12}| + a_{13}|M_{13}| \\ &= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

TEOREMA LAPLACE

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor baris kedua

$$
\begin{aligned}
|A| &= a_{21}c_{21} + a_{22}c_{22} + a_{23}c_{23} \\
&= a_{21}|M_{21}| - a_{22}|M_{22}| + a_{23}|M_{23}| \\
&= a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{22}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{23}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}
\end{aligned}
$$

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor baris ketiga

$$
\begin{aligned}
|A| &= a_{31}c_{31} + a_{32}c_{32} + a_{33}c_{33} \\
&= a_{31}|M_{31}| - a_{32}|M_{32}| + a_{33}|M_{33}| \\
&= a_{31}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} - a_{32}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} + a_{33}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}
\end{aligned}
$$

TEOREMA LAPLACE

Determinan dengan Ekspansi Kofaktor Pada Kolom

- Misalkan ada sebuah matriks A berordo 3x3

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor kolom pertama

$$\begin{aligned} |A| &= a_{11}c_{11} + a_{21}c_{21} + a_{31}c_{31} \\ &= a_{11}\left|M_{11}\right| - a_{21}\left|M_{21}\right| + a_{31}\left|M_{31}\right| \\ &= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{31}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

TEOREMA LAPLACE

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor kolom kedua

$$
\begin{aligned}
|A| &= a_{12}c_{12} + a_{22}c_{22} + a_{32}c_{32} \\
&= a_{12}|M_{12}| - a_{22}|M_{22}| + a_{32}|M_{32}| \\
&= a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{22}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{32}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}
\end{aligned}
$$

- Determinan Matriks A dengan metode ekspansi kofaktor kolom ketiga

$$
\begin{aligned}
|A| &= a_{13}c_{13} + a_{23}c_{23} + a_{33}c_{33} \\
&= a_{13}|M_{13}| - a_{23}|M_{23}| + a_{33}|M_{33}| \\
&= a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} - a_{23}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} + a_{33}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}
\end{aligned}
$$

DET MATRIKS SEGITIGA

- Jika A adalah matriks segitiga bujur sangkar berupa segitiga atas atau segitiga bawah maka nilai det(A) adalah hasil kali diagonal matriks tersebut

$$\det(A) = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} \cdots dst$$

- Contoh

$$\begin{bmatrix} 2 & 7 & -3 & 8 & 3 \\ 0 & -3 & 7 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = 2 \cdot (-3) \cdot 6 \cdot 9 \cdot 4 = -1296$$

TRANSPOSE MATRIKS

- Jika A adalah suatu matriks m x n, maka tranpose A dinyatakan oleh A^t dan didefinisikan dengan matriks n x m yang kolom pertamanya adalah baris pertama dari A, kolom keduanya adalah baris kedua dari A, demikian juga dengan kolom ketiga adalah baris ketiga dari A dan seterusnya.
- Contoh :

  matriks A : $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ berordo 2 x 3

  transposenya : $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ berordo 3 x 2

TRANSPOSE MATRIKS

Beberapa Sifat Matriks Transpose :

1. $(A+B)^T = A^T + B^T$
2. $(A^T)^T = A$
3. $(AB)^T = B^T A^T$
4. $(kA)^T = kA^T$

TRANSPOSE MATRIKS

Pembuktian aturan no1 : $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}$

$$A+B=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \end{bmatrix}$$

$$(A+B)^T=\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{21}+b_{21} \\ a_{12}+b_{12} & a_{22}+b_{22} \\ a_{13}+b_{13} & a_{23}+b_{23} \end{bmatrix}$$

TERBUKTI

$$A^T=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix} \quad B^T=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} \\ b_{12} & b_{22} \\ b_{13} & b_{23} \end{bmatrix}$$

$$A^T+B^T=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} \\ b_{12} & b_{22} \\ b_{13} & b_{23} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{21}+b_{21} \\ a_{12}+b_{12} & a_{22}+b_{22} \\ a_{13}+b_{13} & a_{23}+b_{23} \end{bmatrix}$$

TRANSPOSE MATRIKS

Pembuktian aturan no 2 :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

TERBUKTI

$$(A^T)^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

MATRIKS SIMETRI

Sebuah matriks dikatakan simetri apabila hasil dari transpose matriks A sama dengan matriks A itu sendiri.

$$\boxed{A^T = A}$$

Contoh :

1.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

INVERS MATRIKS

- Matriks invers dari suatu matriks A adalah matriks B yang apabila dikalikan dengan matriks A memberikan satuan I
- ***AB = I***
- Notasi matriks invers : A^{-1}
- Sebuah matriks yang dikalikan matriks inversenya akan menghasilkan matrik satuan

  $A^{-1}A = I$
- Jika

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad \text{Maka} \quad A^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

INVERS MATRIX

- Langkah-langkah untuk mencari invers matriks M yang berordo 3x3 adalah :
  - Cari determinan dari M
  - Transpose matriks M sehingga menjadi M^T
  - Cari adjoin matriks
  - Gunakan rumus

$$M^{-1} = \frac{1}{\det(M)}(adjoin(M))$$

INVERS MATRIX

- Contoh Soal :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

- Cari Determinannya :

det(M) = 1(0-24)-2(0-20)+3(0-5) = 1

- Transpose matriks M

$$M^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

INVERS MATRIX

- Temukan matriks kofaktor dengan menghitung minor-minor matriksnya

$$M^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -24 \quad M_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = -18 \quad M_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 5$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -20 \quad M_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = -15 \quad M_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = -5 \quad M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = -4 \quad M_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

- Hasilnya :

$$\begin{bmatrix} -24 & -18 & 5 \\ -20 & -15 & 4 \\ -5 & -4 & 1 \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

INVERS MATRIX

- Hasil Adjoinnya : $\begin{pmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

- Hasil akhir

$$M^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

INVERS MATRIX

$$1. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, maka\ A^{-1} = \ldots$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6-4}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$2. B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, maka\ B^{-1} = \ldots$$

$$B^{-1} = \frac{1}{-2+3}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

INVERS MATRIX

$$1.\ A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & 1 & 1\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix} maka\ A^{-1}=\ldots$$

$jawab:$

$$\det\ A=\left|\begin{array}{ccc|cc}1 & -1 & 2 & 1 & -1\\ 3 & 1 & 1 & 3 & 1\\ 1 & -2 & 3 & 1 & -2\end{array}\right.$$

$$\det\ A=3+(-1)+(-12)-\left[2+(-2)+(-9)\right]$$

$$\det\ A=-10-(-9)=-10+9=-1$$

$$adj\,A=\begin{bmatrix} +\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix} \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$adj\,A=\begin{bmatrix} +(3+2) & -(9-1) & +(-6-1) \\ -(-3+4) & +(3-2) & -(-2+1) \\ +(-1-2) & -(1-6) & +(1+3) \end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$adj\,A = \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 5 & -8 & -7 \\ -1 & 1 & 1 \\ -3 & 5 & 4 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \text{BARIS} \\ \text{BARIS} \\ \text{BARIS} \end{array} \end{array}$$

TRANSPOSE

$$adj\,A = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 5 & -1 & -3 \\ -8 & 1 & 5 \\ -7 & 1 & 4 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{ccc} \text{KOLOM} & \text{KOLOM} & \text{KOLOM} \end{array} \end{array}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} . adj\, A$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} . \begin{bmatrix} 5 & -1 & -3 \\ -8 & 1 & 5 \\ -7 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 \\ 8 & -1 & -5 \\ 7 & -1 & -4 \end{bmatrix}$$

INVERS MATRIX

$$2.\ B=\begin{bmatrix}-2 & 1 & -3\\ 5 & 1 & -4\\ -5 & -1 & 2\end{bmatrix} maka\, B^{-1}=\ldots$$

jawab :

$$\det\ B=\begin{vmatrix}-2 & 1 & -3\\ 5 & 1 & -4\\ -5 & -1 & 2\end{vmatrix}\begin{matrix}-2 & 1\\ 5 & 1\\ -5 & -1\end{matrix}$$

$$\det\ B=-4+20+15-\left[15+(-8)+10\right]$$

$$\det\ B=31-17=14$$

$$adj\,B=\begin{bmatrix} +\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 5 & -4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -5 & -1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -5 & -1 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 5 & -4 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

[redacted]

$$B=\begin{bmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

[redacted]

$$\begin{bmatrix} -5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$adj\,B=\begin{bmatrix} +(2-4) & -(10-20) & +(-5+5) \\ -(2-3) & +(-4-15) & -(2+5) \\ +(2+3) & -(8+15) & +(-2-5) \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 5 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

[redacted]

$$adj\,B = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} -2 & 10 & 0 \\ 1 & -19 & -7 \\ -3 & 5 & 4 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{BARIS} \\ \text{BARIS} \\ \text{BARIS} \end{array}$$

TRANSPOSE

$$adj\,B = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 10 & -19 & 5 \\ 0 & -7 & 4 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{ccc} \text{KOLOM} & \text{KOLOM} & \text{KOLOM} \end{array} \end{array}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{\det B} . adj\, B$$

$$B^{-1} = \frac{1}{14} . \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 10 & -19 & 5 \\ 0 & -7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{7} & \frac{1}{14} & \frac{-3}{14} \\ \frac{5}{7} & \frac{-19}{14} & \frac{5}{14} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{2}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}14 & 0{,}07 & -0{,}21 \\ 0{,}71 & -1{,}36 & 0{,}36 \\ 0 & -0{,}5 & 0{,}29 \end{bmatrix}$$

SOAL LATIHAN

$$1.\ jika\ A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, tentukan\ A^{-1}$$

$$2.\ jika\ B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & -2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, tentukan\ B^{-1}$$

REFERENSI

1. Discrete Mathematics and its Applications; Kenneth H. Rosen; McGraw Hill; sixth edition; 2007
2. http://p4tkmatematika.org/
3. http://www.idomaths.com/id/matriks.php