

Aufgabe 2.3

Berechnen Sie den Flächeninhalt, der zwischen dem Graphen der Funktion

$$f(x) = x^2 - x$$

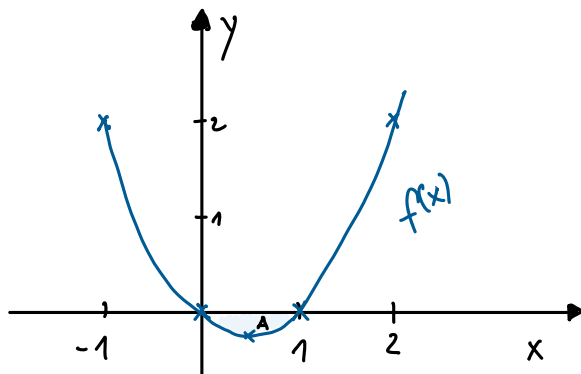
und der x -Achse eingeschlossen ist. Fertigen Sie zuerst eine Skizze an.

Scheitelpunkt der Parabel: $f'(x) = 2x - 1 = 0 \Rightarrow x_s = \frac{1}{2} \Rightarrow y_s = -\frac{1}{4}$

Wertetabelle

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y	2	0	$-\frac{1}{4}$	0	2

Skizze



Die Nullstellensuche entfällt, da die Nullstellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 1$ aus der Wertetabelle abgelesen werden können. Im Intervall $[0, 1]$ liegen die Funktionswerte unterhalb der x -Achse. Der orientierte Flächeninhalt A_{orient} ist negativ.

$$\begin{aligned} A_{\text{orient}} &= \int_0^1 x^2 - x \, dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 = \\ &= \frac{1}{3} \cdot 1^3 - \frac{1}{2} \cdot 1^2 - \left(\frac{1}{3} \cdot 0^3 - \frac{1}{2} \cdot 0^2 \right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \end{aligned}$$

Damit ist die gesuchte Fläche $A = \frac{1}{6}$.