

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 0, 0)$

aktueller Output:  $y = 0$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{\text{aktuell}} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi \left( (1, 0, 0) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \Phi(0) = 1 \quad \neq \quad y = 0$$

Aktualisierung notwendig:

$$\omega_0^{\text{neu}} = 0 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 1 = -1$$

$$\omega_1^{\text{neu}} = 0 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 0 = 0$$

$$\omega_2^{\text{neu}} = 0 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 0 = 0$$

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 0, 1)$

aktueller Output:  $y = 1$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{\text{aktuell}} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi\left((1, 0, 1) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \Phi(-1) = 0 \quad \neq \quad y = 1$$

Aktualisierung notwendig:

$$\omega_0^{\text{neu}} = -1 + 1 \cdot (1 - 0) \cdot 1 = 0$$

$$\omega_1^{\text{neu}} = 0 + 1 \cdot (1 - 0) \cdot 0 = 0$$

$$\omega_2^{\text{neu}} = 0 + 1 \cdot (1 - 0) \cdot 1 = 1$$

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 1, 0)$

aktueller Output:  $y = 1$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{\text{aktuell}} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi \left( (1, 1, 0) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \Phi(0) = 1 = y = 1$$

keine Aktualisierung notwendig!

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 1, 1)$

aktueller Output:  $y = 1$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{\text{aktuell}} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi \left( (1, 1, 1) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \Phi(1) = 1 = y = 1$$

keine Aktualisierung notwendig!

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 0, 0)$

aktueller Output:  $y = 0$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{\text{aktuell}} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi \left( (1, 0, 0) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \Phi(0) = 1 \quad \neq \quad y = 0$$

Aktualisierung notwendig:

$$\omega_0^{\text{neu}} = 0 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 1 = -1$$

$$\omega_1^{\text{neu}} = 0 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 0 = 0$$

$$\omega_2^{\text{neu}} = 0 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 0 = 0$$

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 0, 1)$

aktueller Output:  $y = 1$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{aktuell} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi\left((1, 0, 1) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \Phi(0) = 1 = y = 1$$

keine Aktualisierung notwendig!

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 1, 0)$

aktueller Output:  $y = 1$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{\text{aktuell}} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi\left((1, 1, 0) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \Phi(-1) = 0 \quad \neq \quad y = 1$$

Aktualisierung notwendig:

$$\omega_0^{\text{neu}} = -1 + 1 \cdot (1 - 0) \cdot 1 = 0$$

$$\omega_1^{\text{neu}} = 0 + 1 \cdot (1 - 0) \cdot 1 = 1$$

$$\omega_2^{\text{neu}} = 1 + 1 \cdot (1 - 0) \cdot 0 = 1$$

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 1, 1)$

aktueller Output:  $y = 1$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{\text{aktuell}} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi \left( (1, 1, 1) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \Phi(2) = 1 = y = 1$$

keine Aktualisierung notwendig!



## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 0, 0)$

aktueller Output:  $y = 0$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{\text{aktuell}} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi \left( (1, 0, 0) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \Phi(0) = 1 \quad \neq \quad y = 0$$

Aktualisierung notwendig:

$$\omega_0^{\text{neu}} = 0 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 1 = -1$$

$$\omega_1^{\text{neu}} = 1 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 0 = 1$$

$$\omega_2^{\text{neu}} = 1 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 0 = 1$$

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 0, 1)$

aktueller Output:  $y = 1$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{\text{aktuell}} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi\left((1, 0, 1) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \Phi(0) = 1 = y = 1$$

keine Aktualisierung notwendig!

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 1, 0)$

aktueller Output:  $y = 1$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{aktuell} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi\left((1, 1, 0) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \Phi(0) = 1 = y = 1$$

keine Aktualisierung notwendig!

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 1, 1)$

aktueller Output:  $y = 1$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{\text{aktuell}} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi\left((1, 1, 1) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \Phi(1) = 1 = y = 1$$

keine Aktualisierung notwendig!

## Beispiel: Training eines Perzeptrons für das logische ODER

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$y$
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

aktueller Input:  $\mathbf{x}^T = (1, 0, 0)$

aktueller Output:  $y = 0$

aktuelle Gewichte:  $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

prognostizierter Output:

$$\hat{y}^{aktuell} = \Phi(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\omega}) = \Phi\left((1, 0, 0) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \Phi(-1) = 0 \quad = \quad y = 1$$

keine Aktualisierung notwendig!