SRP i biologi og matematik

Sanseindtryk

Bent Selchau

Almene betragtninger

Man er ofte i stand til at sætte præcise mål for intensiteten af de påvirkninger, vi bliver udsat for. Vi kan måle lys- og lydintensiteter; men sanseindtrykket af disse påvirkninger afhænger ikke på en simpel måde af påvirkningens intensitet. Dette er meget praktisk. Vores øjne er meget lysfølsomme om natten, og ikke nær så lysfølsomme om dagen, hvor der jo er rigeligt med lys.

En matematisk model for opfattelse af sansepåvirkninger

I betegner intensiteten af påvirkningen. S(I) er funktionen, der beskriver opfattelsen af intensiteten I. Vi forestiller os følgende egenskaber for denne funktion:

$$S(I) = f\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad og \quad f\left(\frac{kI}{I_0}\right) = f(k) + f\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad (1)$$

Dette betyder, at sanseindtrykket er en funktion af forholdet mellem intensiteten I, og en eller anden form for standardintensitet I_0. Hvis intensiteten øges med en faktor k, vokser sanseindtrykket med en funktionsværdi af denne faktor.

Vi vender igen tilbage til (1). Heraf får vi:

$$S(kI) = f\left(\frac{kI}{I_0}\right) = f(k) + f\left(\frac{I}{I_0}\right) = f(k) + S(I) \qquad (2)$$

Dette minder om den kendte logaritmeregel:

$$\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$$

Følgende argumentationer er kendte fra analyser af logaritmefunktioner.

$$S(I) = S(1 \cdot I) = f(1) + S(I) <=> f(1) = 0 \qquad (3)$$

Heraf får vi:

$$S(I_0) = f(1) = 0 \qquad (4)$$

Vi sætter nu $I = k^x I_0$, og får derved:

$$S(I) = S(k^x\, I_0) = f(k^x) + S(I_0) = f(k^x) \qquad (5)$$

Vi udnytter dette.

$$S(k^2 I_0) = S\big(k(kI_o)\big) = f(k^2) = f(k) + S(kI_0) = f(k) + f(k) = 2f(k)$$

Vi antager nu, at:

$f(k^x) = xf(k)$ for enhver værdi af x. (6)

Vi sætter igen $I = k^x I_0$. Isolerer vi *x*, får vi $x = \frac{log\left(\frac{I}{I_0}\right)}{log(k)}$. Udnytter vi (5) og (6), har vi:

$$S(I) = xf(k) = \frac{log\left(\frac{I}{I_0}\right)}{log(k)} \cdot f(k) = \frac{f(k)}{log(k)} \cdot log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad (7)$$

Da vi ikke på forhånd kender funktionen *f* og tallet *k*, er vores konklusion, at:

$$S(I) = a \cdot log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad (8)$$

Vi kunne også efter sætning (2) havde konkluderet, at *S(I)* må opfylde (8). Det skyldes, at

- *S(I)* er en logaritmefunktion.
- En logaritmefunktion skal være en funktion af en dimensionsløs størrelse.
- Alle logaritmefunktioner er proportionale med hinanden, og dermed også med titalslogaritmefunktionen.

Lyd og lydopfattelse

Inden for dette område bruger man traditionelt betegnelsen *lydstyrke*, og man benytter bogstavet L for lydstyrke. Man sætter *a* = 10, og $I_0 = 10^{-12}\frac{W}{m^2}$. Man får da:

$$L = 10log\left(\frac{I}{10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right) \qquad (9)$$

eller

$$I = 10^{-12}\frac{W}{m^2}\ 10^{\frac{L}{10}} \qquad (10)$$

Man siger, at man måler lydstyrken i *decibel.*

Lys. Stjerners størrelsesklasser.

I oldtiden lavede man en slags rangordning for stjerner. De mest lysklare fik tildelt størrelsesklasse 1, og de stjerner, man lige kunne skimte fik tildelt størrelsesklasse 6. Man har med moderne målemetoder fundet ud af, at lysintensiteten, vi modtager fra en størrelsesklasse 1 stjerne, er 100 gange så stor, som lysintensiteten, vi modtager fra en størrelsesklasse 6 stjerne. Vi har da:

$$1 = alog\left(\frac{100I_6}{I_0}\right) = a\left(\log(100) + log\left(\frac{I_6}{I_0}\right)\right) \;\; og\; 6 = alog\left(\frac{I_6}{I_0}\right)$$

Vis, at man heraf får:

$$S(I) = -2{,}5\, log(I) + k \qquad (11)$$

hvor *k* er en konstant.

Formel (11) kræver nogle bemærkninger. Normalt har det ingen mening at tage logaritmen af en størrelse, der har en enhed. Vi skal derfor forstå formel (11) på en sådan måde, at man benytter talstørrelsen af intensiteten *I*, hvorefter man tilpasser *k*, så man får de ønskede størrelsesklasser.

Biologien

Det, der er mest tilgængeligt, er at måle lydopfattelse. Man kan en måle lydintensitet, og derefter skrue op for lydintensiteten til man subjektivt synes, at lydstyrken er fordoblet. Dette kan man sammenligne med decibelskalaen. Det kan gøres ved forskellige frekvenser. Man vil nok opdage, at man er mest følsom for lydintensitetsændringer inden for frekvenser svarende til normal taleområde.