5 Condorcet à Euler [Paris], 1^{er} avril [1776]

Ce 1 Avril [1776],^[1]

L'academie des sciences, mon cher et illustre Confrere, a jugé à propos de remettre le prix des Cometes. La piece envoiée de Petersbourg quoique faite avec beaucoup d'Elegance, et renfermant un Théorème très intéressant pour les méthodes d'approximation, ne lui a point paru répondre à ses vues. Elle lui a accordé des éloges en réservant le prix. Il sera facile à l'auteur de cette piece qui est surement un très habile analiste d'y ajouter ce que l'académie a regretté de ne pas trouver dans son ouvrage. [2]

Vos deux Théorèmes sont très beaux, [3] [4] la démonstration en est surement difficile à trouver. Je n'ai pu m'en occuper come je l'aurais voulu, mais elle m'a poursuivi et j'en ai trouvé une, mais que je vous propose avec beaucoup de défiance parce que surement la votre est bien meilleure. Puisque la courbe est algebrique et que $\int \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} = \frac{\partial V}{V}$ [5] il faut que faisant $x = \frac{A}{B}$, $y = \frac{C}{B}$, où A, B, C sont des fonctions algebriques entieres de x et y[,] la formule sous le signe devienne $\frac{\partial V}{V}$ ou que $\partial x^2 + \partial y^2$ devienne $\frac{\partial V^2}{V^2}[,]$ mais $\partial x^2 + \partial y^2$ est divisé par B^4 , donc il faut que le numerateur le soit par B^2 , donc il faut que $\frac{A^2 + C^2}{B^2}[,]^{[6]}$ donc $A + C\sqrt{-1}$ ou $A - C\sqrt{-1}$ par B^2 ou tous deux par B donc A et Cpar B ce qui est contre l'hypothese. Il y aurait beaucoup à ajouter à cette démonstration pour la compléter, et la mettre hors d'atteinte.

Quant à la seconde voici ce que je trouve. J'ai $\sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} = \frac{\partial V}{\sqrt{1 - V^2}}$. Soit x = Y fonction de x, y algebrique par l'hypothese, pour que mettant pour x cette valeur[,] pour y une autre valeur en x et y[,] j'aie une formule qui soit égale à $\frac{\partial V}{\sqrt{1 - V^2}}$ soit immédiatement soit en supposant l'équation de la courbe, il faut faire $y = \sqrt{1 - Y^2}$, donc si x = Y, y egalera $\sqrt{1 - Y^2}$, donc $y = \sqrt{1 - x^2}$.

Cette même méthode demonstrerait aussi le premier Théorême.

Si vous avez reçu ma seconde lettre vous aurez vu que j'ai réparé l'inadvertance de ma 1^{ere} démonstration du Théorême sur les differences particulieres.^[7] Je n'ai pas besoin des series pour le démontrer come je vous [ai] mandé dans ma premiere lettre.

J'ai beaucoup pensé à ces intégrales particulieres pour tacher d'en avoir une Théorie génerale, et je n'ai pu y parvenir.^[8]

Vos livres sont chez l'imprimeur, et j'aurai soin d'éxécuter vos ordres à cet égard.^[9] Recevez les assurances de mon attachement de mon admiration de mon respect.

Le M[arqu]is de Condorcet

Original, 3 p. – PFARAN, f. 1, op. 3, n° 62, l. 197–198r

Adresse: «A Monsieur / Monsieur L. Euler directeur de / l'academie impériale / à Petersbourg» (l. 198v)

- Annotation en haut de la première page: «Reçu le 6 de Mai 1776».
- Un rapport académique daté du 29 mars 1776 signé par Cassini de Thury, Le Monnier, Condorcet, Bossut et d'Alembert – indique que la pièce «renferme des recherches estimables», mais qui laissent «encore beaucoup à désirer»; en conséquence, l'Académie ne donne pas le prix et propose le même sujet pour l'année 1778 (manuscrit du rapport et version imprimée dans le dossier cité à la note 3 de la lettre 3, R 457). Nicolaus Fuss enverra un supplément et son mémoire (N. Fuss 1785) obtiendra