

des sciences mathématiques, auxquelles j'ai consacré ma vie et mes travaux; et quelque peu que j'aie d'esperance de m'approcher jamais de la place éminente, que Vous avés atteint dans la carrière, où je ne fais qu'entrer, je tacherai du moins à mériter les éloges que Vous me prodigués, en me rendant digne du bonheur, de jouir immédiatement des instructions de cet homme illustre et respectable, dont Vous admirés, de concert avec toute la République des Lettres, et le Génie et le Caractère.<sup>[3]</sup>

Le premier Volume de nos nouvelles<sup>[4]</sup> *Actes Académiques*, avec lequel commence, comme Vous scavés, une nouvelle collection,<sup>[5]</sup> contient l'excellent mémoire, que Vous avés communiqué à l'Academie, sur la sommation de quelques séries, dont la loix de progression est très remarquable – et il va paroître incessamment. La somme de la première série, que Vous y traités, a donné occasion à Mr Euler à un autre mémoire très interessant sur les *formules exponentielles repliquées*.<sup>[6]</sup> Cette branche d'Analyse presque entierement nouvelle ne pourra manquer d'exciter l'attention des Géomètres, vû la grande utilité, qu'on en pourra retirer en plusieurs occasions. Mr Daniel Bernoulli, à qui j'avois parlé dans une de mes lettres de Vôte mémoire et de celui de Mr Euler, me répondit:

*Je ne doute pas, que le mémoire de Mr le Marquis de Condorcet, que Vous m'annoncés, ne renferme des découvertes de la plus haute Analyse, d'autant plus que Mr Euler en a pris occasion d'éplucher le même Sujet – Il y a quelque temps, que je suis tombé par hazard sur un Sujet analogue, en considerant une réplcation indéfinie d'une certaine fonction propre aux approximations qu'on se propose.*<sup>[7]</sup>

Mr Euler a été charmé d'apprendre de Vos nouvelles, et il me charge de Vous assurer de sa plus parfaite estime. Ce que Vous marqués de Vos occupations actuelles lui a fait pareillement beaucoup de plaisir et il attend avec impatience, que l'important ouvrage, que Vous lui annoncés sur le calcul intégral soit publié –<sup>[8]</sup> Par rapport à la série<sup>[9]</sup>  $\ell^2 - \frac{1}{2}\ell^{\frac{3}{22}} + \frac{1}{3}\ell^{\frac{4 \cdot 2^2}{3}} - \text{etc.}$ <sup>[10]</sup> il crût d'abord en avoir traité de semblables dans le Chap[itre] XVI de son calcul différentiel;<sup>[11]</sup> mais l'ayant assuré, qu'il n'y en avoit rien de ce genre, il a taché d'en deduire la somme d'une manière semblable à celle dont il a traité les fonctions inexplicables. Voici l'essentiel de sa démonstration, telle qu'il me l'a esquissé aujourd'hui pendant le diner.<sup>[12]</sup>

Soyent pour une série quelconque en général

Les indices:	0,	1,	2,	3,	...	$x$
Les termes:	$A$ ,	$B$ ,	$C$ ,	$D$ ,	...	$X$
Les diff[érences]:	1 <sup>res</sup> ...	$\Delta A$ ,	$\Delta B$ ,	$\Delta C$ ,	etc.	
...	2 <sup>es</sup> ...	$\Delta^2 A$ ,	$\Delta^2 B$ ,	etc.		
...	3 <sup>es</sup> ...	$\Delta^3 A$ ,	etc.			
	etc.		etc.			

et, parce qu'on scaît que

$$X = A + \Delta A x + \Delta^2 A \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} + \Delta^3 A \frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \text{ etc.}$$

il y aura

$$\frac{X-A}{x} = \Delta A + \Delta^2 A \frac{(x-1)}{2} + \Delta^3 A \frac{(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3} + \text{etc.}$$

d'où en mettant  $x = 0$  on tire la série suivante:

$$\Delta A - \frac{1}{2}\Delta^2 A + \frac{1}{3}\Delta^3 A - \frac{1}{4}\Delta^4 A + \frac{1}{5}\Delta^5 A - \text{etc.},$$

dont la somme =  $\frac{X-A}{x}$ , en mettant  $x = 0$  et partant  $X = A$ , dont on tire pour chaque cas particulier la valeur déterminée suivant les règles connües.