

alors le prix, résultat annoncé lors de la séance du 29 avril 1778 de l'Académie des sciences. Cependant, il s'agira seulement d'un prix simple alors qu'il aurait dû être double, l'Académie déclarant n'avoir «pas trouvé dans cet Ouvrage une solution du problème aussi complète que l'état actuel de l'analyse la mettoient en droit de l'exiger» (*Mém. Paris* (1778), 1781, histoire, p. 47). D'Alembert avait poussé Lagrange à envoyer un mémoire pour le prix de 1778 (voir introduction, note 29), ce qui aurait sérieusement concurrencé la pièce dont on savait qu'elle provenait de l'entourage d'Euler. Lagrange n'envoya cependant pas de mémoire cette fois-là, par manque de temps semble-t-il, mais il obtiendra le prix de l'année 1780, lequel portera sur le même sujet et sera double (*Mém. Paris* (1780), 1784, histoire, p. 44; Lagrange 1785).

- [3] Les démonstrations esquissées par Condorcet permettent de reconnaître les deux «théorèmes» en question. Il s'agit de ceux qu'Euler avait déjà énoncés dans sa lettre à Lagrange du 9 (20) mars 1770 (R 1380: Euler 1980 (O. IVA 5), p. 478) et qu'il avait rappelés dans celle du 23 mars (3 avril) 1775 (R 1388: *ibid.*, p. 507), en précisant qu'il n'en avait pas encore de démonstration. Les voici, dans l'ordre considéré ici:
- Théorème I: «Il n'y a point de courbe algebrique, dont un arc quelconque soit égal au logarithme d'une fonction quelconque».
 - Théorème II: «Hormis le cercle, il n'y a point de courbe algebrique dont un arc quelconque soit égal à un arc de cercle».

Euler leur a par la suite consacré le mémoire «Theoremata quaedam analytica quorum demonstratio adhuc desideratur» (Euler 1785a (E. 590)), présenté le 1^{er} (12) mai 1775 à l'Académie des sciences de Saint-Petersbourg (*Protokoly* III, 1900, p. 178). En fait, il s'est aperçu lui-même plus tard de la fausseté du second théorème (voir Euler 1980 (O. IVA 5), p. 481, notes 6 et 7). Ce type d'énoncés faisait partie du domaine qu'Euler nommait analyse des infinis indéterminée (voir introduction, note 22).

- [4] Nous pensons que ces deux théorèmes proposés par Euler figuraient dans la lettre R 454 du 2 (13) février, dont Condorcet a seulement publié des extraits. L'hypothèse d'une lettre perdue d'Euler postérieure à R 454 est, en effet, peu probable car il y aurait certainement accusé réception de la lettre manquante de Condorcet que celui-ci évoque plus loin (voir *infra*, note 7) en s'interrogeant sur sa réception.
- [5] Il faut ajouter le signe d'intégration au second membre de cette équation.
- [6] Condorcet veut sans doute exprimer ici: il faut que $A^2 + C^2$ soit divisible par B^2 .
- [7] La première lettre de Condorcet sur le sujet était celle du 15 décembre 1775 (R 457), la seconde lettre évoquée ici est donc une lettre manquante de Condorcet qui s'est sans doute croisée avec la lettre d'Euler du 2 (13) février 1776 (R 454). On peut penser que l'inadvertance qui y est corrigée est l'oubli de la constante d'intégration (voir lettre 3 (R 457), note 6).
- [8] Condorcet a repris ce thème dans la section V – intitulée «Des intégrales pour certaines valeurs déterminées» et déposée à l'Académie des sciences de Paris le 7 mai 1780 – de la 2^e partie de son *Traité du calcul intégral* resté inédit (Bibliothèque de l'Institut de France, Ms 878, f° 282–303 et Ms 879, f° 224–232). Cette section a sans doute été inspirée à Condorcet par sa correspondance avec Euler.
- [9] Voir lettre 1 (R 452), note 2.

6

CONDORCET À EULER
[Paris], 10 juillet [1776]

Ce 10 Juillet [1776]

Voici, mon illustre et respectable maitre, la démonstration d'une de vos propositions.^[1]

Soit $\overline{1+x}^{n[2]} = 1 + Ax + Bx^2 \dots$

$$1 + A^2 + B^2 + C^2 + D^2 \dots = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10 \dots 4n - 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}.$$