

- [6] Euler 1745 (E. 77). Voir *supra*, note 2.
- [7] Comme nous l'apprend une lettre de Condorcet à Turgot, écrite en juillet 1774, cette traduction avait été effectuée par Auguste de Keralio (voir Henry 1883, p. 179), qui était passionné par les mathématiques et rendait souvent service à Condorcet en se faisant le copiste de ses mémoires scientifiques. Par sa formation militaire, Keralio s'intéressait particulièrement à l'artillerie (voir Badinter 2008, p. 58, 60, 67). Voir aussi l'introduction à la correspondance entre Euler et Turgot.
- [8] Il s'agit bien sûr de Turgot.
- [9] Voir Euler–Turgot, introduction, note 7.
- [10] On ne sait pas à quel moment Euler a pris connaissance de l'ouvrage *Du calcul intégral* de Condorcet (Condorcet 1765), dont une présentation, où le nom d'Euler est cité, figure dans les *Mém. Paris* (1765), 1768, histoire, p. 54–57. Cet ouvrage contient la première démonstration d'un théorème d'Euler, encore inédit, dont l'énoncé avait été communiqué à Condorcet par d'Alembert. Lorsque Euler a eu l'intention de publier à Berlin le mémoire «Theoreme analitique universel servant à reconnoître si une formule differentielle quelconque est integrable ou non», Lagrange l'informa, vers la fin de 1770, que Condorcet avait déjà traité le sujet et fourni une démonstration. Finalement, le mémoire d'Euler ne fut pas publié (voir Euler 1980 (O. IVA 5), p. 59–60, 510–512).

2

EULER À CONDORCET

[Saint-Pétersbourg], 3 (14) novembre 1775

[Extraits de différentes Lettres de M. Euler à M. le Marquis de Condorcet.]

L'intégrale de cette formule, $\frac{x^m - x^n}{\ell x} \cdot \frac{\partial x}{n}$,^[1] prise depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, est $= \ell \frac{m}{n}$.^[2]

L'intégrale de cette formule $\frac{x^{m-1} \partial x}{(1+x^n) \ell x}$, prise depuis $x = 0$ jusqu'à $x = \infty$ est $= \ell \cdot \text{tang.} \frac{m\pi}{n}$,^[3] où π marque l'angle de 180 degrés.^[4] [5]

R 453

Publié: *Mém. Paris* (1778), 1781, mémoires, p. 603 (Euler 1781a (E. 521); Euler 1920 (O. I 18), p. 69–70)

- [1] Il y a ici une erreur d'impression; la formule correcte est: $\frac{x^m - x^n}{\ell x} \cdot \frac{\partial x}{x}$.
- [2] Ce résultat figure déjà dans le mémoire «Nova methodus quantitates integrales determinandi» (Euler 1775a (E. 464), § 22), présenté le 10 (21) octobre 1774 à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg (*Protokoly* III, 1900, p. 152). Euler a aussi, en janvier 1775, communiqué cette formule à Lagrange dans le cas où $m = 2$ et $n = 1$ (R 1386: Euler 1980 (O. IVA 5), p. 501–502). Ce dernier, dans sa réponse du 10 février de la même année, énonce une relation générale qui donne en particulier celle qu'Euler propose ici à Condorcet (R 1387: Euler 1980 (O. IVA 5), p. 502–503. Voir aussi R 1388: *ibid.*, p. 505–506, pour la réponse d'Euler du 23 mars (3 avril) 1775). Cette intégrale apparaîtra aussi dans le mémoire Euler 1776b (E. 475) publié en 1776, puis dans de nombreux mémoires posthumes (Euler 1785 (E. 587), Euler 1789 (E. 629), Euler 1789a (E. 630), Euler 1793 (E. 653)).
- [3] Il y a ici une erreur d'impression; la formule correcte est: $= \ell \cdot \text{tang.} \frac{m\pi}{2n}$.
- [4] Cette seconde relation proposée à Condorcet a été inspirée à Euler par un théorème donné par Lagrange dans sa lettre du 10 février 1775 (R 1387: Euler 1980 (O. IVA 5), p. 503. Voir aussi R 1388: *ibid.*, p. 505, pour la réponse d'Euler du 23 mars (3 avril) 1775). Cette formule est démontrée dans le mémoire «Observationes in aliquot theoremata illustrissimi De La Grange» (Euler 1785 (E. 587), § 30–32; Euler 1920 (O. I 18), p. 169–170), présenté à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg le 13 (24) mars 1775 (*Protokoly* III, 1900, p. 174) et publié de manière posthume en 1785. Cf. lettre 4 (R 454), note 3.
- [5] La lettre suivante (R 457), qui est sans doute la réponse de Condorcet à la présente lettre d'Euler, permet d'avoir une idée plus complète du contenu de celle-ci, par-delà ce court extrait publié dans les *Mém. Paris*. On peut ainsi penser que cette lettre R 453 faisait suite à la première lettre de Condorcet (R 452) de même qu'à la première lettre de Turgot (R 2654), après qu'Euler ait reçu la gratification promise pour ses ouvrages (voir l'introduction à la correspondance entre Euler et Turgot).