– et s'enquérait du destin du mémoire sur les comètes[18] adressé de Saint-Pétersbourg pour le prix de l'Académie des sciences de Paris de l'année 1776.

La rapidité de la réponse de Condorcet – rédigée un mois seulement après l'**envoi** d'Euler –, dans une période où il est pourtant extrêmement occupé, témoigne de l'importance pour lui de cette correspondance scientifique naissante avec l'illustre savant de Saint-Pétersbourg. Sa lettre du 15 décembre 1775 (R 457) contient deux démonstrations de la première formule intégrale proposée par Euler: l'une est fondée sur un usage formel des développements en série et l'autre sur la dérivation directe des intégrales par rapport à un paramètre. Avec cette seconde méthode, Condorcet essaie de généraliser ce type de résultats sur les intégrales définies, à l'aide de la remarque que l'intégrale indéfinie de la dérivée d'une fonction par rapport à un paramètre peut être exprimée en termes finis dans des cas où l'intégrale de la fonction ne le peut pas. Ce thème du calcul d'intégrales définies de fonctions dont on ne peut obtenir en termes finis l'intégrale indéfinie – ainsi sans doute inspiré à Condorcet par Euler – a été repris dans une section de son *Traité du calcul intégral*[19]. Par ailleurs, Condorcet informe Euler qu'il a vu le mémoire sur les comètes concourant pour le prix de l'Académie de Paris, et qu'il en a une bonne opinion. En fait, il n'apprendra qu'en 1778 le nom de l'auteur de ce mémoire – Nicolaus Fuss, élève d'Euler – alors qu'il devait sans doute penser jusque-là qu'il s'agissait de Johann Albrecht Euler (voir annexe 3).

Dans la lettre du 2 (13) février 1776 (R 454), Euler communique sa propre démonstration de la première formule intégrale proposée à Condorcet, qui est fondée sur l'utilisation d'une intégrale double calculée de deux manières différentes.[20] Il indique de plus par quel cheminement il a été conduit initialement à ce type de recherches. La présentation de la publication dans les *Mém. Paris* semble placer dans cette même lettre d'Euler l'énoncé du théorème sur la somme des carrés des coefficients du binôme, mais cette présence apparaît douteuse (voir *infra*). Par contre, il est vraisemblable que figurait dans cette lettre l'énoncé de deux autres théorèmes dont il va être question dans la lettre suivante de Condorcet.

Cette lettre du 1er avril 1776 (R 455) est ainsi probablement la réponse de Condorcet à la lettre d'Euler du 2 (13) février. Les «démonstrations» données par Condorcet de ces deux «théorèmes» – dont l'un s'avèrera d'ailleurs inexact – permettent de reconnaître des propositions déjà soumises par Euler à Lagrange en 1770 et 1775.[21] Ces énoncés quant à la nature des arcs des courbes algébriques ressortissent à une partie du calcul intégral qu'Euler a appelé «analyse des infinis indéterminée».[22] L'allusion que Condorcet fait de nouveau dans cette lettre aux théorèmes vus précédemment sur les intégrales définies, révèle aussi l'existence d'une lettre de Condorcet, actuellement perdue, qui a dû se croiser avec la lettre R 454 d'Euler du 2 (13) février 1776. Sur un autre plan, Condorcet informe Euler, avec beaucoup de précaution, que le prix de l'Académie des sciences de Paris n'a finalement pas été décerné cette année et suggère que l'auteur du mémoire de Saint-Pétersbourg sur les comètes ajoute un supplément, ce qui lui ouvrirait alors sans doute la voie du succès la fois suivante.

La lettre de Condorcet du 10 juillet 1776 (R 456) contient une démonstration par récurrence du théorème sur la somme des carrés des coefficients du binôme. On y trouve

---

18 N. Fuss 1785. Voir lettre 3 (R 457), note 3.
19 Voir *supra*, note 4, et lettre 5 (R 455), note 8.
20 Il démontre par la même méthode une deuxième formule qui, curieusement, n'est pas celle proposée initialement (voir lettre 4 (R 454), note 3).
21 Voir lettre 5 (R 455), note 3.
22 Voir Euler 1980 (O. IVA 5), p. 97 et p. 481, notes 6 et 7.