

# viscosimetroTamborDobleFluido2

February 23, 2022

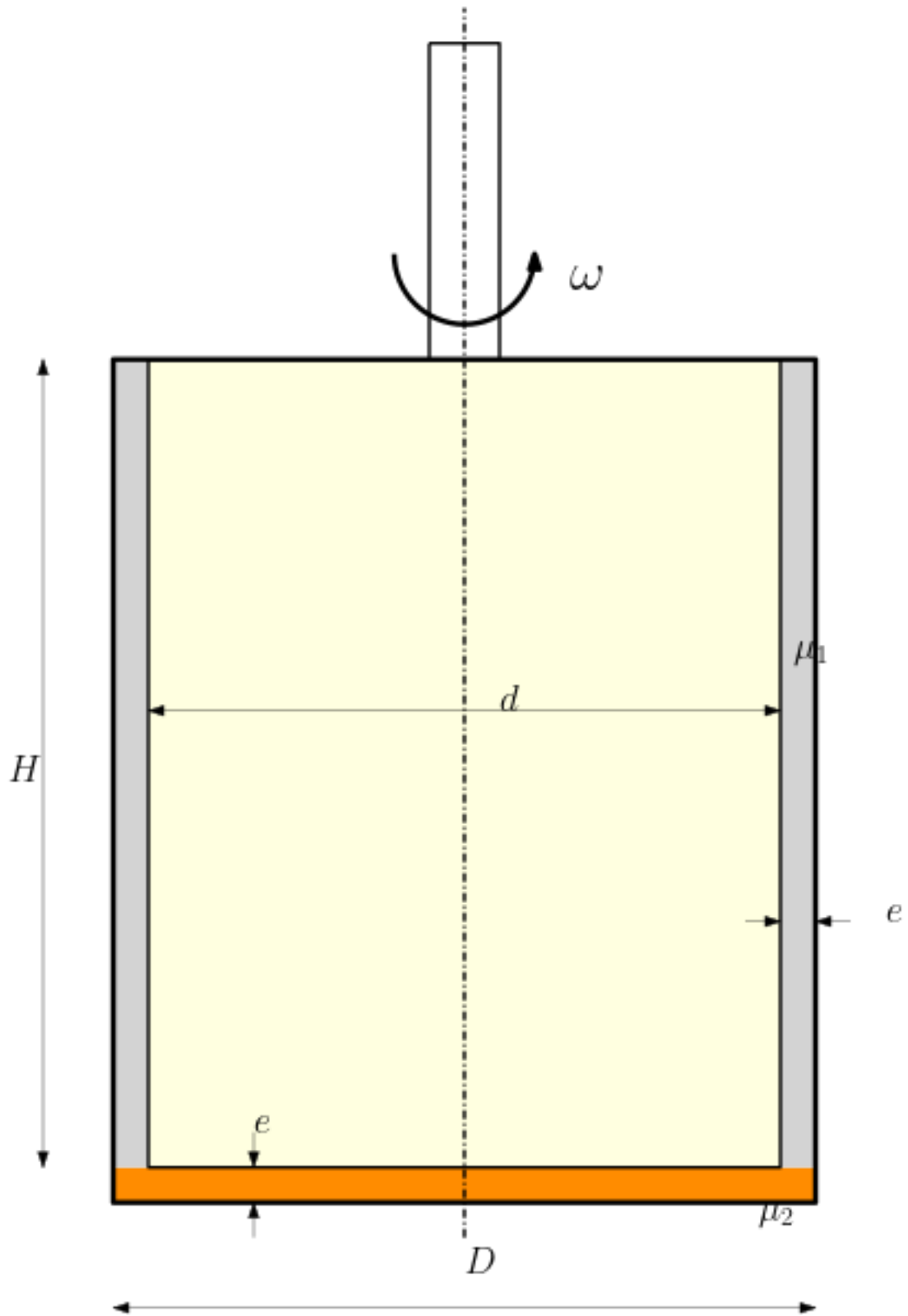
## 0.0.1 Caso Viscosímetro de Tambor con Fluidos Inmiscibles

*G. Raush*

*Setiembre 2019*

***Departamento de Mecànica de Fluids-UPC***

Calcular el par motor necesario para llegar a un régimen estacionario en el caso de un viscosímetro de tambor con doble fluido inmiscible  $\mu_1$  y  $\mu_2$ . el tambor interior gira a velocidad  $\omega$ , perfectamente centrado respecto del vaso exterior de diámetro  $D$ . Los separa el fluido de viscosidad  $\mu_1$  existiendo en la parte inferior un fluido con viscosidad  $\mu_2$ .



Comandos Importación de paquetes necesarios para el tratamiento simbólico

```
[46]: import sympy as sp
import matplotlib.pyplot as plt
from sympy.printing import latex
%matplotlib inline
```

Definición de las variables del problema

```
[47]: e,D,d,H,h,omega,pi,mu1,mu2,g = sp.symbols('e,D,d,H,h,omega,pi,mu1,mu2,g')
dh, tau1 = sp.symbols('dh,tau1')
dV_dy = sp.symbols('dV/dy')
```

Ley de Newton de la viscosidad

```
[48]: tau1 = mu1*dV_dy
#sp.pprint(tau1)
tau1
```

[48]:  $dV/dy\mu_1$

Asumiendo un perfil de velocidad lineal, el gradiente de la velocidad es una constante.

```
[49]: tau1 = tau1.subs(dV_dy,omega*D/2/h)
#sp.pprint(tau1)
tau1
```

[49]:  $\frac{D\mu_1\omega}{2h}$

$$\tau_1 = \frac{D\mu_1\omega}{2h}$$

Por definición , el esfuerzo  $\tau_1$  es una fuerza repartida en un área. Por lo tanto, para calcular la fuerza ejercida necesitamos conocer el área de aplicación.

```
[51]: dA,dz = sp.symbols('dA,dz')
dA = pi*D*dz
dA
```

[51]:  $Ddz\pi$

El diferencial de área ,  $dA = \pi Ddz$

El diferencial de momentos es el producto del diferencial de fuerza por el brazo de palanca

```
[52]: dM = sp.symbols('dM1')
dM = (tau1*dA)*D/2
dM
```

[52]:  $\frac{D^3dz\mu_1\omega\pi}{4h}$

El diferencial de momento es función lineal con el número de revoluciones, por tratarse de un fluido newtoniano, (tiene un perfil de velocidad lineal en su gradiente)

$$dM = \frac{D^3 \mu_1 \omega \pi}{4h} dz$$

Integramos en el dominio de la variable,  $0 \leq z \leq H$ . Este es el momento total aplicado en la pared del cilindro.

```
[54]: M1 = sp.integrate(dM/dz,H)
      #sp.pprint(M1)
      M1
```

$$[54]: \frac{D^3 H \mu_1 \omega \pi}{4h}$$

$$M_1 = \frac{D^3 H \mu_1 \omega \pi}{4h}$$

Ecuación de momentos mecánicos en la pared de la base del cilindro rotante. Hay dos momentos diferentes debido a la existencia de dos fluidos. En ambos casos se calculan igual, solo que cambian las propiedades de los fluidos y los límites de integración.

```
[56]: r,dr = sp.symbols('r,dr')
```

Caso para el fluido 1, viscosidad:  $\mu_1$ . La región de existencia es entre  $d/2 \leq r \leq D/2$

```
[57]: dM = ((omega*r/e)*mu1)*(2*pi*r)*r*dr
      M2 = sp.integrate(dM/dr,(r,d/2,D/2))
      #sp.pprint(M2)
      M2
```

$$[57]: \frac{D^4 \mu_1 \omega \pi}{32e} - \frac{d^4 \mu_1 \omega \pi}{32e}$$

```
[58]: M2 = M2.simplify()
      #sp.pprint(M2)
      M2
```

$$[58]: \frac{\mu_1 \omega \pi (D^4 - d^4)}{32e}$$

$$M_2 = \frac{\mu_1 \omega \pi (D^4 - d^4)}{32e}$$

Cálculo similar para el caso del Fluido 2, viscosidad :  $\mu_2$ , en el caso del ejemplo *Agua*

Ahora el dominio de la variable de integración es  $0 \leq r \leq d/2$

```
[60]: dM = ((omega*r/e)*mu2)*(2*pi*r)*r*dr
      M3 = sp.integrate(dM/dr,(r,0,d/2))
      M3 #sp.pprint(M3)
```

```
[60]:
```

$$\frac{d^4 \mu_2 \omega \pi}{32e}$$

[61]: `#latex(M3)`

$$M_3 = \frac{d^4 \mu_2 \omega \pi}{32e}$$

El momento total sobre el rotor es la sumatoria de ellos.

$$M_t = \sum M_i$$

[62]: `M = M1+M2+M3  
M #sp.pprint(M)  
#sp.print_latex(M)`

[62]: 
$$\frac{D^3 H \mu_1 \omega \pi}{4h} + \frac{d^4 \mu_2 \omega \pi}{32e} + \frac{\mu_1 \omega \pi (D^4 - d^4)}{32e}$$

Solución del momento total:

$$M = \frac{D^3 H \mu_1 \omega \pi}{4h} + \frac{d^4 \mu_2 \omega \pi}{32e} + \frac{\mu_1 \omega \pi (D^4 - d^4)}{32e}$$

Como vemos en la expresión anterior, la presencia de un fluido extraño, por ejemplo: agua en aceite, el término de  $\mu_2$  desaparecería.

[64]: `M.subs(mu2,0).simplify()`

[64]: 
$$\frac{\mu_1 \omega \pi (8D^3 H e + h (D^4 - d^4))}{32eh}$$

De donde se puede despejar  $\mu_1$  y obtener la constante de calibración del viscosímetro.

La potencia consumida por el viscosímetros es,

[65]: `Pw = omega * M.subs(mu2,0)  
Pw.expand().simplify()`

[65]: 
$$\frac{\mu_1 \omega^2 \pi (8D^3 H e + h (D^4 - d^4))}{32eh}$$

[66]: `Pw = sp.Symbol('Pot')  
eq = sp.Eq(Pw - omega * M.subs(mu2,0))  
#eq  
#sp.solve(eq,mu1)`

Con la medida de la potencia  $P_{tot}$  y una velocidad  $\omega$  se puede conocer el valor de la viscosidad  $\mu_1$  y los demás términos constantes se pueden conocer haciendo una calibración del viscosímetro usando un fluido de referencia como el agua.

[67]: `sp.solve(eq,mu1)[0].simplify()`

[67]: 
$$\frac{32Poteh}{\omega^2\pi(D^4h + 8D^3He - d^4h)}$$

[ ]: