viscosimetroTamborDobleFluido2

G. Raush

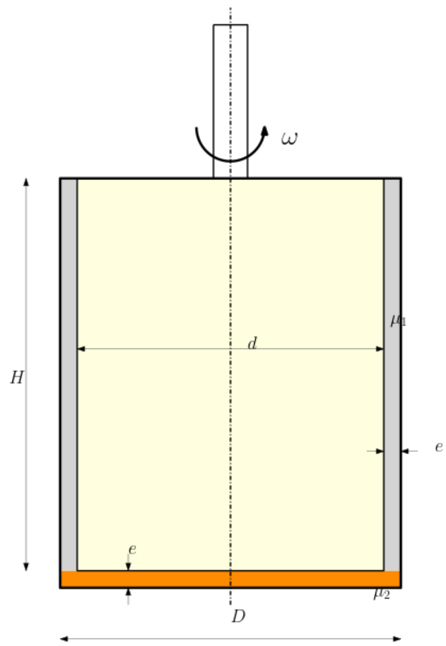
February 23, 2022

0.0.1 Caso Viscosímetro de Tambor con Fluidos Inmiscibles

Calcular el par motor necesario apra llegar a un régimen estacionario en el caso de un viscosimetro de tambor con doble fluido inmicsible μ_1 y μ_2. el tambor interior gira a velocidad ω , perfectamente centrado respecto del vaso exterior de diámetro D. Los separa el fluido de viscosidad μ_1 existiendo en la parte inverior un fluido con viscosidad μ_2.

[4]:
```
from IPython.display import Image
Image(filename='viscosimetroDeTamborDosFluidos.png', width=300)
```

[4]:



Hipótesis

- fluidos newtonianos
- gradientes de velocidad constantes
- sistema estacionario
- despreciamos efectos de tensión superficial

Comandos Importación de paquetes necesarios para el tratamiento simbólico

[46]:
```python
import sympy as sp
import matplotlib.pyplot as plt
from sympy.printing import latex
%matplotlib inline
```

Definición de las variables del problema

[47]:
```python
e,D,d,H,h,omega,pi,mu1,mu2,g = sp.symbols('e,D,d,H,h,omega,pi,mu1,mu2,g')
dh, tau1 = sp.symbols('dh,tau1')
dV_dy = sp.symbols('dV/dy')
```

Ley de Newton de la viscosidad

[48]:
```python
tau1 = mu1*dV_dy
#sp.pprint(tau1)
tau1
```

[48]: $dV/dy\mu_1$

Asumiendo un perfil de velocidad lineal, el gradiente de la velocidad es una constante.

[49]:
```python
tau1 = tau1.subs(dV_dy,omega*D/2/h)
#sp.pprint(tau1)
tau1
```

[49]: $\frac{D\mu_1\omega}{2h}$

$$\tau_1 = \frac{D\mu_1\omega}{2h}$$

Por definición , el esfuerzo τ_1 en una fuerza repartida en un área. Por lo tanto, para calcular la fuerza ejercida necesitamos conocer el área de aplicación.

[51]:
```python
dA,dz = sp.symbols('dA,dz')
dA = pi*D*dz
dA
```

[51]: $Ddz\pi$

El diferencial de área , $dA = \pi D dz$

El diferencial de momentos es el producto del diferencial de fuerza por el brazo de palanca

[52]:
```python
dM = sp.symbols('dM1')
dM = (tau1*dA)*D/2
dM
```

[52]: $\frac{D^3 dz\mu_1\omega\pi}{4h}$

El diferencial de momento es función lineal con el número de revoluciones, por tratarse de un fluido newtoniano, (tiene un perfil de velocidad lineal en su gradiente)

$$dM = \frac{D^3\mu_1\omega\pi}{4h}dz$$

Integramos en el dominio de la variable, $0 \leq z \leq H$. Este es el momento total aplicado en la pared del cilindro.

[54]:
```
M1 = sp.integrate(dM/dz,H)
#sp.pprint(M1)
M1
```

[54]:
$$\frac{D^3H\mu_1\omega\pi}{4h}$$

$$M_1 = \frac{D^3H\mu_1\omega\pi}{4h}$$

Ecuación de momentos mecánicos en la pared de la base del cilindro rotante. Hay dos momentos diferentes debido a la existencia de dos fluidos. En ambos casos se calculan igual, solo que cambian las propiedades de los fluidos y los límites de integración.

[56]:
```
r,dr = sp.symbols('r,dr')
```

Caso para el fluido 1, viscosidad: μ_1. La región de existencia es entre $d/2 \leq r \leq D/2$

[57]:
```
dM = ((omega*r/e)*mu1)*(2*pi*r)*r*dr
M2 = sp.integrate(dM/dr,(r,d/2,D/2))
#sp.pprint(M2)
M2
```

[57]:
$$\frac{D^4\mu_1\omega\pi}{32e} - \frac{d^4\mu_1\omega\pi}{32e}$$

[58]:
```
M2 = M2.simplify()
#sp.pprint(M2)
M2
```

[58]:
$$\frac{\mu_1\omega\pi\left(D^4 - d^4\right)}{32e}$$

$$M_2 = \frac{\mu_1\omega\pi\left(D^4 - d^4\right)}{32e}$$

Cálculo similar para el caso del Fluido 2, viscosidad : μ_2, en el caso del ejemplo *Agua*

Ahora el dominio de la variable de integración es $0 \leq r \leq d/2$

[60]:
```
dM = ((omega*r/e)*mu2)*(2*pi*r)*r*dr
M3 = sp.integrate(dM/dr,(r,0,d/2))
```

```
M3 #sp.pprint(M3)
```

[60]:
$$\frac{d^4 \mu_2 \omega \pi}{32e}$$

[61]:
```
#latex(M3)
```

$$M_3 = \frac{d^4 \mu_2 \omega \pi}{32e}$$

El momento total sobre el rotor es la sumatoria de ellos.

$$M_t = \sum M_i$$

[62]:
```
M = M1+M2+M3
M #sp.pprint(M)
#sp.print_latex(M)
```

[62]:
$$\frac{D^3 H \mu_1 \omega \pi}{4h} + \frac{d^4 \mu_2 \omega \pi}{32e} + \frac{\mu_1 \omega \pi \left(D^4 - d^4\right)}{32e}$$

Solución del momento total:

$$M = \frac{D^3 H \mu_1 \omega \pi}{4h} + \frac{d^4 \mu_2 \omega \pi}{32e} + \frac{\mu_1 \omega \pi \left(D^4 - d^4\right)}{32e}$$

Como vemos en la expresión anterior, la presencia de un fluido extraño, por ejemplo: agua en aceite, el término de μ_2 desaparecería.

[64]:
```
M.subs(mu2,0).simplify()
```

[64]:
$$\frac{\mu_1 \omega \pi \left(8D^3 He + h\left(D^4 - d^4\right)\right)}{32eh}$$

De donde se puede despejar μ_1 y obtener la constante de calibración del viscosímetro.

La potencia consumida por el viscosímetros es,

[65]:
```
Pw = omega * M.subs(mu2,0)
Pw.expand().simplify()
```

[65]:
$$\frac{\mu_1 \omega^2 \pi \left(8D^3 He + h\left(D^4 - d^4\right)\right)}{32eh}$$

[66]:
```
Pw = sp.Symbol('Pot')
eq = sp.Eq(Pw - omega * M.subs(mu2,0))
#eq
#sp.solve(eq,mu1)
```

Con la medida de la potencia P_{tot} y una velocidad ω se puede conocer el valor de la viscosidad μ_1 y los demás términos constantes se pueden conocer haciendo una calibración del viscosímetro usando un fluido de referencia como el agua.

[67]:
```
sp.solve(eq,mu1)[0].simplify()
```

[67]:

$$\frac{32Poteh}{\omega^2\pi\left(D^4h+8D^3He-d^4h\right)}$$

[ ]:
```

```