compuertaReguladora

G. Raush

February 23, 2022

0.1 Compuerta reguladora de nivel

G. Raush

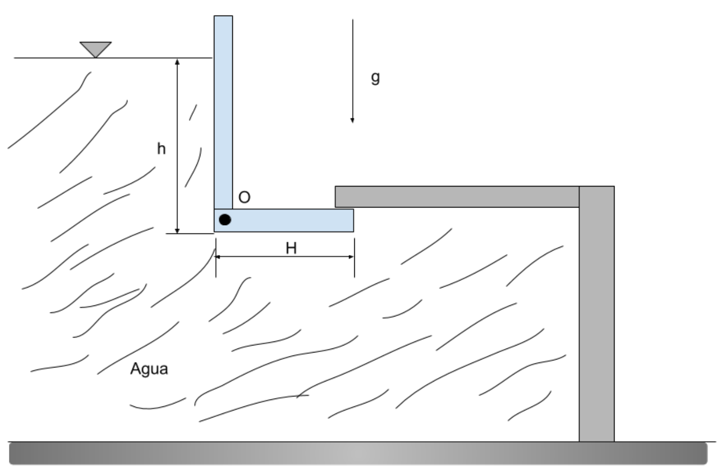
Feb 2020

Enunciado

Un canal de agua está regulado por una compuerta en forma de L que actua según un balance de fuerzas alrededor del punto de rotación O. Normalmente está cerrada mientras la altura del nivel del agua no llega a un valor h medido respecto al punto de rotación O. Tal como se muestra en la figura adjunta.

Cuando h supera un nivel determinado la compuerta rota en sentido horario, ya que el contratio está impedido por el tope B, y deja escapar líquido, bajando el nivel del caudal trasvasado.

Se pide calcular el valor mínimo de la relación h / H que asegurará la apertura de la compuerta.



0.1.1 Hipótesis

- Densidad uniforme (isotropía de la densidad)
- Fuido incompresible (no se tiene en cuenta los efectos de $\kappa = \partial P / \partial \rho$)
- Condiciones isotérmicas

- Sistema fluidoestático (no se consideran las fuerzas dinámicas)
- No se considera rozamiento mecánico en el punto de rotación O

Explicación

Si el nivel de agua h es lo suficientemente alto, la fuerza de presión en la cara vertical de la compuerta generará un momento en el sentido de las agujas del reloj que excederá el momento en el sentido contrario, originado por la fuerza de presión en el ala horizontal , y el canal verterá fluido por la apertura de la base. Para la solución es importante evaluar la ecuación de los momentos

$$M_{S1} = M_{S2}$$

debido a las fuerzas del fluido en cada una de las caras de la compuerta.

Las fuerzas F_{s1} y F_{s2} no responden de la misma manera a la variación de h.

[55]:
```
from sympy import Symbol, symbols, cos, tan, sqrt, pi, init_printing
import sympy as sp
from matplotlib import pyplot as plt
%matplotlib inline
init_printing()
```

[56]:
```
g,H,h, b = symbols('g H h b')
rho = Symbol('rho')
```

Fuerza aplicada sobre la superficie cualquiera es igual a,

$$F = p_{CG} S$$

para

$$p_{CG} = \rho g h_{CG}$$

siendo h_{CG} la profundidad al centro de gravedad CG de la superficie mojada

Fs_1 y Fs_2 es la fuerza sobre cada una de las superficies

[57]:
```
Fs_1 = (rho * g * h/2) * h * b
Fs_2 = (rho * g * h) * H * b
```

[58]:
```
Fs_1
```

[58]: $\frac{bgh^2\rho}{2}$

[59]:
```
Fs_2
```

[59]: $Hbgh\rho$

Los valores de las fuerzas sobre cada una de las superficies,

$$Fs_1 = \frac{bgh^2\rho}{2}$$

$$Fs_2 = Hbgh\rho$$

Puntos de aplicación

Como las fuerzas son cantidades vectoriales no basta solo con conocer su magnitud. Tambié necesitamos la dirección y el punto de aplicación de ambas.

La posición la conocemos a través de la búsqueda de los centros de presión CP.

Responde a la applicación de la expresión,

$$y_{CP} = y_{CG} + \frac{I_{\zeta\zeta}}{\left(y_{CG} + \frac{p_0}{g\rho\sin\theta}\right) A}$$

Equivalente a,

$$y_{CP} = y_{CG} + \frac{(g\rho\sin\theta)\, I_{\zeta\zeta}}{F_{CG}}$$

Basado en la figura de los sistemas de referencias siguientes,

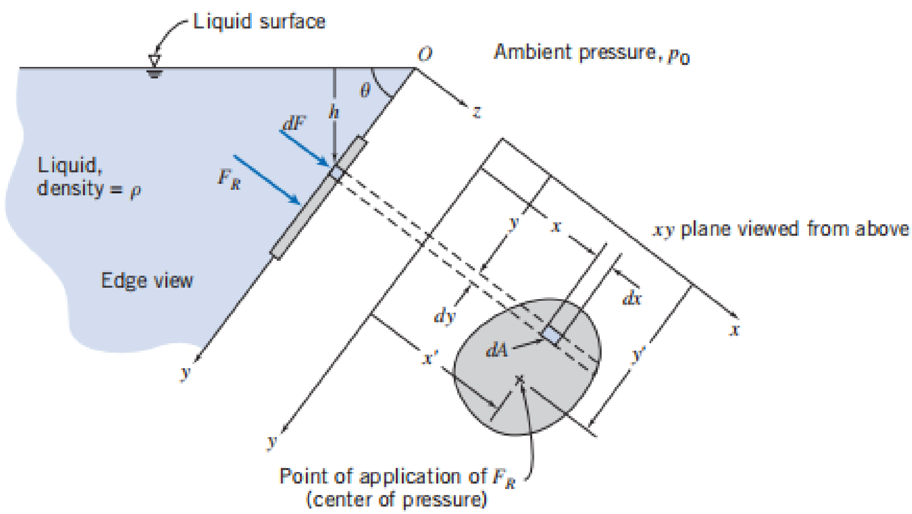


Fig. 3.5 Plane submerged surface.

Mayores detalles en [1]

Para el caso de las dos superficies , los puntos de aplicación son ,

$$y_{CG1} = h/2$$

y el momento de innercia para una superficie rectangular,

$$I_{\zeta\zeta} = \frac{1}{12} bh^3$$

y el punto de aplicación de la fuerza

[60]:
```
ycg1 = h / 2
Ixx = 1 / 12 * b * h**3
ycp1 = ycg1 + Ixx / (ycg1 * b * h)
```

[61]:
```
ycp1
```

[61]:

$0.666666666666667h$

Para el caso de S_2 el punto de aplicación y el centro de gravedad coinciden, por estar horizontal ,

$$y_{CP2} \equiv y_{CG2}$$

Esto permite calcular los momentos realizados por cada una de las fuerza, ahora que los puntos de aplicación son conocidos. Los brazos de palancas son con referencia al punto de rotación O

[62]:
```
sp.Eq(Fs_1 * (h - ycp1), Fs_2 * H / 2)
```

[62]:

$$0.166666666666667bgh^3\rho = \frac{H^2bgh\rho}{2}$$

[63]:
```
sp.solve(sp.Eq(Fs_1 * (h - ycp1), Fs_2 * H / 2),h)
```

[63]:

$[0.0,\ -1.73205080756888H,\ 1.73205080756888H]$

Solamente tiene sentido físico a la pregunta inicial

$$h = \sqrt{3}H$$

References

1. Pritchard, P. J., & Leylegian, J. C. (2011). Fox and McDonald's Introduction To Fluid Mechanics (Eighth Ed.). John Wiley & Sons, Inc.