Лабораторная работа №1.
Метод Ритца

Задание. Используя метод Ритца, решить численно предложенные простейшие вариационные задачи:

задачи a), b) и c) — используя конечно-линейный базис с $n = 3$;

задачи a), b) и c) — используя конечно-линейный базис с $n = 5$;

задачи a), b) и c) — используя конечно-линейный базис с $n = 10$;

тестовый пример из методических указаний к лабораторной работе.

В случае необходимости, преобразовать исходную задачу к стандартному виду.

Оценка. Баллы за выполнение лабораторной работы распределяются следующим образом:

№	**Подзадача**	**Балл**
1	Реализация метода Ритца с конечно-линейным базисом тестового примера	1
2	Реализация метода Ритца с конечно-линейным базисом для задач a), b)	2
3	Реализация метода Ритца с конечно-линейным базисом для задачи c)	2
4	Для задачи c) найти точное решение при помощи уравнения Эйлера-Лагранжа. Сравнить графически с решением по методу Ритца.	2
5	Блок-схема программного кода (в любой нотации), комментирование кода, его общее качество	1
	ИТОГО	8

Сроки выполнения. Четыре недели со дня выдачи задания.

Форма сдачи работ. Исходные файлы (скрипты, проект в Visual Studio и т.п.) вместе с отчетом по работе должны быть запакованы в архив формата .zip с названием

Группа_Фамилия_Имя_LAB1.zip .

Здесь Группа $\in \{\text{МОКС}, \text{ВТ}, \text{ОУЭК}, \text{ММФ}\}$. Тема письма и название архива — кириллицей. Формат архива — **только .zip**. Архив отправляется по электронной почте по адресу **ogulenko.a.p@onu.edu.ua**, тема письма должна совпадать с именем архива. Датой сдачи работы на проверку считается дата получения письма. В течение 48 часов после отправления должно придти подтверждение от преподавателя. Работа не будет принята к проверке, если нарушено одно из указанных условий. **Внимательно проверяйте все перед отправкой!**

Помимо этого, необходимо заполнить шаблон отчета и сдать в печатном виде. Аналитическое решение можно вписать в соответствующее место отчета вручную.

Варианты заданий

Вариант 1.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+y^2(x)-(4+2x(1-x))y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 \left[2(y'(x))^2+\pi^2 y^2(x)-6\pi^2\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(2)=-2;$

c) $V[y]=\int\limits_0^1 y\sqrt{1+y'^2}dx; \quad y(0)=2; \quad y(1)=3;$

Вариант 2.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+y^2(x)-2(\pi^2+1)\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 \left[x(y'(x))^2+\pi^2 y^2(x)-\left(8x-2+2\pi^2 x(1-x)\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(2)=-2;$

c) $V[y]=\int\limits_0^1 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx; \quad y(0)=2; \quad y(1)=1;$

Вариант 3.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[2(y'(x))^2+\pi^2 y^2(x)-6\pi^2\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^{\frac{3}{2}} \left[x(y'(x))^2+\pi^2 y^2(x)+\left(\pi\cos(\pi x)-\pi^2(x+1)\sin(\pi x)\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y\left(\frac{3}{2}\right)=-1;$

c) $V[y]=\int\limits_0^1 yy'^2dx; \quad y(0)=2; \quad y(1)=1;$

Вариант 4.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+y^2(x)+2\left(x^3-x^2-6x+2\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)-(4+4x(1-x))\,y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(2)=-2;$

c) $V[y]=\int\limits_0^1 \sqrt{y\left(1+y'^2\right)}dx; \quad y(0)=1; \quad y(1)=3;$

Вариант 5.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)-(4+4x(1-x))\,y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 \left[(y'(x))^2+y^2(x)-(4+2x(1-x))y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(2)=-2;$

c) $V[y]=\int\limits_1^3 y\sqrt{y'}dx; \quad y(1)=2; \quad y(3)=8;$

Вариант 6.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)-2(\pi^2+2)\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)+\left(2x^3-2x^2-6x+2\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(2)=$ $-4;$

c) $V[y]=\int\limits_0^2 y\sqrt{1+y'^2}dx; \quad y(0)=-1; \quad y(2)=-3;$

Вариант 7.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)+\left(2x^3-2x^2-6x+2\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^{\frac{3}{2}} \left[(y'(x))^2+y^2(x)-2(\pi^2+1)\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y\left(\frac{3}{2}\right)=-1;$

c) $V[y]=\int\limits_0^2 yy'^2dx; \quad y(0)=1; \quad y(2)=3;$

Вариант 8.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[x(y'(x))^2+\pi^2y^2(x)-\left(8x-2+2\pi^2x(1-x)\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=$ $0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 \left[e^x(y'(x))^2+x^2y^2(x)-\left(4x^3(1-x)-(4x+2)e^x\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(2)=$ $-2;$

c) $V[y]=\int\limits_0^2 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx; \quad y(0)=4; \quad y(2)=2;$

Вариант 9.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[x(y'(x))^2+\pi^2y^2(x)+\left(\pi\cos(\pi x)-\pi^2(x+1)\sin(\pi x)\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=$ $0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^2 \left[(y'(x))^2 + y^2(x) + 2\left(x^3 - x^2 - 6x + 2\right) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(2) = -4;$

c) $V[y] = \int\limits_0^2 y\sqrt{y'} dx; \quad y(0) = 2; \quad y(2) = 4;$

Вариант 10.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[e^x (y'(x))^2 + x^2 y^2(x) - \left(4x^3(1-x) - (4x+2)e^x\right) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^{\frac{3}{2}} \left[(y'(x))^2 + 2y^2(x) - 2(\pi^2 + 2)\sin(\pi x) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{3}{2}\right) = -1;$

c) $V[y] = \int\limits_0^2 \sqrt{y\left(1 + y'^2\right)} dx; \quad y(0) = 2; \quad y(2) = 1;$