## Лабораторная работа №3.

## Метод стрельбы

**Задание.** Используя метод стрельбы, решить численно предложенные вариационные задачи:

задачу а) — используя алгоритм для линейного случая;

задачу b) — используя алгоритм для общего случая;

задачу c) — обобщив алгоритм на случай вариационной задачи c функционалом, зависящим от нескольких неизвестных функций.

В случае необходимости, преобразовать исходную задачу к стандартному виду.

**Оценка.** Баллы за выполнение лабораторной работы распределяются следующим образом (символом \* обозначены дополнительные задания):

| №  | Подзадача   | Балл |
|----|---|------|
| 1  | Реализация метода стрельбы для линейной задачи а)           | 2    |
| 2  | Реализация метода стрельбы для задачи b). Необходимая точ-  | 3    |
|    | ность решения трансцендентного уравнения методом Ньютона    |      |
|    | $\varepsilon = 0.001$                                       |      |
| 3  | Адаптация метод стрельбы для задачи с).                     | 4    |
| 4  | Блок-схема программного кода (в любой нотации), комменти-   | 1    |
|    | рование кода  |      |
| 5* | Реализация метода стрельбы для задачи b), использующая вме- | 3*   |
|    | сто метода Ньютона иной метод. Необходимая точность реше-   |      |
|    | ния трансцендентного уравнения $\varepsilon = 0.01$         |      |
|    | ОТОТИ   | 10   |

Сроки выполнения. Две недели со дня выдачи задания.

**Форма сдачи работ.** Исходные файлы (скрипты, проект в Visual Studio и т.п.) должны быть запакованы в архив формата .zip с названием

Архив отправляется по электронной почте по адресу **ogulenko.a.p@onu.edu.ua**, тема письма должна совпадать с именем архива. Помимо этого, необходимо заполнить шаблон отчета и сдать в печатном виде. Аналитическое решение можно вписать в соответствующее место отчета вручную.

## Варианты заданий

Вариант 1.

a) 
$$V[y] = \int_{0}^{1} [(y')^{2} + y^{2} - (4 + 2x(1 - x))y] dx$$
,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ;  
b)  $V[y] = \int_{0}^{1} [xy' - (y')^{2}] dx$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y(1) = \frac{1}{4}$ ;  
c)  $V[y, z] = \int_{0}^{1} [2y'z' - y^{2} + z^{2} - 2ye^{x}] dx$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $z(0) = 1$ ,  $z(1) = 1$ 

0.

Вариант 2.

a) 
$$V[y] = \int_{0}^{1} \left[ (y')^2 + y^2 - 2(\pi^2 + 1)\sin(\pi x)y \right] dx$$
,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ;  
b)  $V[y] = \int_{0}^{\frac{3\pi}{2}} \left[ y^2 - 2(y')^2 \right] e^{-x} dx$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y\left(\frac{3\pi}{2}\right) = e^{\frac{3\pi}{4}}$ ;

c) 
$$V[y,z] = \int_{0}^{1} [2y'z' + y^2 + z^2 - z\sin x] dx$$
,  $y(0) = 0, y(1) = 1, z(0) = 1, z(1) = 0$ .

Вариант 3.

a) 
$$V[y] = \int_{0}^{1} \left[ 2(y')^{2} + \pi^{2}y^{2} - 6\pi^{2}\sin(\pi x)y \right] dx$$
,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ;  
b)  $V[y] = \int_{1}^{2} \left[ x^{2}(y')^{2} + 12y^{2} \right] dx$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y(2) = 8$ ;  
c)  $V[y, z] = \int_{1}^{1} \left[ 2y'z' + y^{2} - z^{2} + 2z\cos x \right] dx$ ,  $y(0) = 0, y(1) = 1, z(0) = 1, z(1) = 0$ .

Вариант 4.

a) 
$$V[y] = \int_{0}^{1} [(y')^{2} + y^{2} + 2(x^{3} - x^{2} - 6x + 2)y]dx$$
,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ;  
b)  $V[y] = \int_{0}^{1} [6x^{2}y' + (y')^{2}]dx$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = -1$ ;  
c)  $V[y, z] = \int_{0}^{1} [y^{2} + z^{2} + 2y'z' + ye^{x}]dx$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $z(0) = 1$ ,  $z(1) = 0$ .

Вариант 5.

a) 
$$V[y] = \int_{0}^{1} [(y')^{2} + 2y^{2} - (4 + 4x(1 - x))y] dx$$
,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ;  
b)  $V[y] = \int_{1}^{2} \frac{x^{2}(y')^{2}}{2x^{3} + 1} dx$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y(2) = \frac{7}{2}$ ;  
c)  $V[y, z] = \int_{0}^{1} [y^{2} + 4yz + z^{2} + y'^{2} + z'^{2} + 2ze^{x}] dx$ ,  $y(0) = 0, y(1) = 1, z(0) = 1, z(1) = 1$ 

Вариант 6.

0.

a) 
$$V[y] = \int_{0}^{1} [(y')^{2} + 2y^{2} - 2(\pi^{2} + 2)\sin(\pi x)y]dx$$
,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ;

b) 
$$V[y] = \int_{2}^{4} \left[ x(y')^4 - 2y(y')^3 \right] dx$$
,  $y(2) = 1$ ,  $y(4) = 5$ ;  
c)  $V[y, z] = \int_{0}^{1} \left[ (y+z)^2 + {y'}^2 + {z'}^2 + 2y\sin x \right] dx$ ,  $y(0) = 0, y(1) = 1, z(0) = 1, z(1) = 1$ 

Вариант 7.

0.

a) 
$$V[y] = \int_{0}^{1} [(y')^{2} + 2y^{2} + (2x^{3} - 2x^{2} - 6x + 2)y]dx$$
,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ;  
b)  $V[y] = \int_{0}^{2} [x(y')^{3} - 3y(y')^{2}]dx$ ,  $y(0) = 4$ ,  $y(2) = 6$ ;  
c)  $V[y, z] = \int_{0}^{1} [(y - z)^{2} + y'^{2} - z'^{2} + 2z\cos x]dx$ ,  $y(0) = 0, y(1) = 1, z(0) = 1, z(1) = 1$ 

Вариант 8.

0.

a) 
$$V[y] = \int_{0}^{1} \left[ x(y')^{2} + \pi^{2}y^{2} - \left(8x - 2 + 2\pi^{2}x(1 - x)\right)y \right] dx$$
,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ;  
b)  $V[y] = \int_{2}^{3} \frac{\sqrt{1 + (y')^{2}}}{y} dx$ ,  $y(2) = 2$ ,  $y(3) = \sqrt{3}$ ;  
c)  $V[y, z] = \int_{-1}^{1} \left[ 2y'z' - y^{2} + z^{2} - 2y\cos x \right] dx$ ,  $y(-1) = 2$ ,  $y(1) = 0$ ,  $z(-1) = 1$ ,  $z(1) = 1$ 

Вариант 9

2.

a) 
$$V[y] = \int_{0}^{1} \left[ x(y')^{2} + \pi^{2}y^{2} + \left( \pi \cos(\pi x) - \pi^{2}(x+1)\sin(\pi x) \right) y \right] dx$$
,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ;  
b)  $V[y] = \int_{0}^{1} \left[ (y')^{2} + \frac{2xy}{1+x^{2}} \right] dx$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = -2$ ;  
c)  $V[y, z] = \int_{0}^{1} \left[ 2y'z' + y^{2} + z^{2} + 2ze^{x} \right] dx$ ,  $y(-1) = 3$ ,  $y(1) = 1$ ,  $z(-1) = 0$ ,  $z(1) = 2$ .

Вариант 10.

a) 
$$V[y] = \int_{0}^{1} \left[ e^{x}(y')^{2} + x^{2}y^{2} - \left(4x^{3}(1-x) - (4x+2)e^{x}\right)y \right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$$
  
b)  $V[y] = \int_{0}^{1} \left[ (y')^{2} + ye^{x} \right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = -2;$ 

c) 
$$V[y,z] = \int_{-1}^{1} [2y'z' + y^2 - z^2 - 2z\sin x] dx$$
,  $y(-1) = 2, y(1) = 0, z(-1) = 0, z(1) = 2$ .