

Лабораторная работа №4.

Решение вариационных задач средствами компьютерной математики

Задание. Используя возможности пакета MATLAB, решить аналитически (т.е. при помощи символьных вычислений) предложенные вариационные задачи:

задачу а), в которой левый конец закреплен, а правый движется по известной кривой;

задачу б), в которой функционал зависит от нескольких неизвестных функций;

задачу с), в которой неизвестная функция стеснена интегральной связью.

Оценка. Баллы за выполнение лабораторной работы распределяются следующим образом :

№	Подзадача	Балл
1	Решение задачи а)	3
2	Решение задачи б)	3
3	Решение задачи с)	4
ИТОГО		10

Сроки выполнения. Одна неделя со дня выдачи задания.

Форма сдачи работ. Исходные файлы и отчет должны быть запакованы в архив формата .zip с названием

Группа_Фамилия_Имя_LAB4.zip

Архив отправляется по электронной почте по адресу **ogulenko.a.p@onu.edu.ua** , тема письма должна совпадать с именем архива. Помимо этого, необходимо сдать отчет, заполненный по шаблону, в печатном виде.

Варианты заданий

Вариант 1.

$$а) J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 + 4y^2 - 8xy + 2x^2) dx; \quad y(-1) = 3;$$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = e^x - 2$.

$$б) J(y, z) = \int_0^1 (2y'z' - y^2 + z^2 - 2ye^x) dx$$
$$y(0) = 0; \quad y(1) = 1; \quad z(0) = 1; \quad z(1) = 0.$$

$$с) J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 + 4y^2 - 8xy + 2x^2) dx; \quad y(-1) = 3; \quad y(1) = 1;$$

$$\text{интегральная связь } \int_{-1}^1 y dx = 1 .$$

Вариант 2.

$$\text{a) } J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 - 4y^2 + 2xy - x^2) dx; \quad y(-1) = 2.$$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = e^{2x} - 9$.

$$\text{b) } J(y, z) = \int_0^1 (2y'z' + y^2 + z^2 - z \sin x) dx$$

$$y(0) = 0; \quad y(1) = 1; \quad z(0) = 1; \quad z(1) = 0.$$

$$\text{c) } J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 - 4y^2 + 2xy - x^2) dx; \quad y(-1) = 2; \quad y(1) = 4;$$

$$\text{интегральная связь } \int_{-1}^1 y dx = 4.$$

Вариант 3.

$$\text{a) } J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 + 4y^2 + 4x^2y + x \cos x) dx; \quad y(-1) = 2.$$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = e^{x+0.5} - 3$.

$$\text{b) } J(y, z) = \int_0^1 (2y'z' + y^2 - z^2 + 2z \cos x) dx$$

$$y(0) = 0; \quad y(1) = 1; \quad z(0) = 1; \quad z(1) = 0.$$

$$\text{c) } J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 + 4y^2 + 4x^2y + x \cos x) dx; \quad y(-1) = 2; \quad y(1) = 0.5;$$

$$\text{интегральная связь } \int_{-1}^1 y dx = \frac{1}{2}.$$

Вариант 4.

$$\text{a) } J(y) = \int_0^2 (y'^2 + 9y^2 + 2xy - x \sin x) dx; \quad y(0) = 1.$$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = e^x - 10$.

$$\text{b) } J(y, z) = \int_0^1 (y^2 + z^2 + 2y'z' + ye^x) dx$$

$$y(0) = 0; \quad y(1) = 1; \quad z(0) = 1; \quad z(1) = 0.$$

$$\text{c) } J(y) = \int_0^2 (y'^2 + 9y^2 + 2xy - x \sin x) dx; \quad y(0) = 1; \quad y(2) = 2;$$

$$\text{интегральная связь } \int_0^2 y dx = 2.$$

Вариант 5.

$$\text{a) } J(y) = \int_{-2}^0 (y'^2 - 4y^2 + 2y + xe^{2x}) dx; \quad y(-2) = 0.$$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = 2 - e^{2x}$.

$$\text{b) } J(y, z) = \int_0^1 (y^2 + 4yz + z^2 + y'^2 + z'^2 + 2ze^x) dx$$

$$y(0) = 0; \quad y(1) = 1; \quad z(0) = 1; \quad z(1) = 0.$$

$$\text{c) } J(y) = \int_{-2}^0 (y'^2 - 4y^2 + 2y + xe^{2x}) dx; \quad y(-2) = 0; \quad y(0) = 1;$$

$$\text{интегральная связь } \int_{-2}^0 y dx = 1.$$

Вариант 6.

$$\text{a) } J(y) = \int_0^1 (y'^2 - 9y^2 + 2y \sin x - x^2 e^x) dx; \quad y(0) = 1.$$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = 2 - e^{2x}$.

$$\text{b) } J(y, z) = \int_0^1 ((y+z)^2 + y'^2 + z'^2 + 2y \sin x) dx$$

$$y(0) = 0; \quad y(1) = 1; \quad z(0) = 1; \quad z(1) = 0.$$

$$\text{c) } J(y) = \int_0^1 (y'^2 - 9y^2 + 2y \sin x - x^2 e^x) dx; \quad y(0) = 1; \quad y(1) = -1;$$

$$\text{интегральная связь } \int_0^1 1 dx = 1.$$

Вариант 7.

$$\text{a) } J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 + 4y^2 + 6ye^x + 2x \cos x) dx; \quad y(-1) = 1.$$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = e^x - 2$.

$$\text{b) } J(y, z) = \int_0^1 ((y-z)^2 + y'^2 - z'^2 + 2z \cos x) dx$$

$$y(0) = 0; \quad y(1) = 1; \quad z(0) = 1; \quad z(1) = 0.$$

$$\text{c) } J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 + 4y^2 + 6ye^x + 2x \cos x) dx; \quad y(-1) = 1; \quad y(1) = 3;$$

$$\text{интегральная связь } \int_{-1}^1 y dx = 3.$$

Вариант 8.

$$\text{a) } J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 + y^2 + 4ye^x - x \sin x) dx; \quad y(-1) = 1.$$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = e^{x+0.5} - 2$.

$$\begin{aligned}
\text{b) } J(y, z) &= \int_{-1}^1 (2y'z' - y^2 + z^2 - 2y \cos x) dx \\
y(-1) &= 2; \quad y(1) = 0; \quad z(-1) = 1; \quad z(1) = 2. \\
\text{c) } J(y) &= \int_{-1}^1 (y'^2 + y^2 + 4ye^x - x \sin x) dx; \quad y(-1) = 1; \quad y(1) = 3; \\
&\text{интегральная связь } \int_{-1}^1 y dx = 3.
\end{aligned}$$

Вариант 9.

$$\begin{aligned}
\text{a) } J(y) &= \int_{-1}^1 (y'^2 + 4y^2 + 8ye^{2x} + 3x^2) dx; \quad y(-1) = 1. \\
&\text{Правый конец движется по кривой } \varphi(x) = e^{2x} - 5. \\
\text{b) } J(y, z) &= \int_{-1}^1 (2y'z' + y^2 + z^2 + 2ze^x) dx \\
y(-1) &= 3; \quad y(1) = 1; \quad z(-1) = 0; \quad z(1) = 2. \\
\text{c) } J(y) &= \int_{-1}^1 (y'^2 + 4y^2 + 8ye^{2x} + 3x^2) dx; \quad y(-1) = 1; \quad y(1) = 3; \\
&\text{интегральная связь } \int_{-1}^1 y dx = 2.
\end{aligned}$$

Вариант 10.

$$\begin{aligned}
\text{a) } J(y) &= \int_0^2 (2y'^2 + 2y^2 + y \cos x - 5x) dx; \quad y(0) = 2. \\
&\text{Правый конец движется по кривой } \varphi(x) = 0.5e^x - 2. \\
\text{b) } J(y, z) &= \int_{-1}^1 (2y'z' + y^2 - z^2 - 2z \sin x) dx \\
y(-1) &= 2; \quad y(1) = 0; \quad z(-1) = 0; \quad z(1) = 2. \\
\text{c) } J(y) &= \int_0^2 (2y'^2 + 2y^2 + y \cos x - 5x) dx; \quad y(0) = 2; \quad y(2) = 2; \\
&\text{интегральная связь } \int_0^2 y dx = 2.
\end{aligned}$$