Лабораторная работа №2.
Метод конечных разностей

Задание. Используя метод конечных разностей, решить численно предложенные простейшие вариационные задачи:

задачу a) — используя алгоритм для линейного случая с $N = 10$, $N = 20$;

задачу b) — используя общий алгоритм с $N = 10$, $N = 20$ и точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

Для задачи b) найти точное решение, решив вручную уравнение Эйлера. Сравнить решения графически и вычислить норму разности точного и приближенного решений (использовать норму Чебышева).

Оценка. Баллы за выполнение лабораторной работы распределяются следующим образом:

№	Подзадача	Балл
1	Реализация метода конечных разностей ($N = 10$, $N = 20$) для задачи a)	3
2	Реализация метода конечных разностей ($N = 10$, $N = 20$) для задачи b)	3
3	Повышение точности приближенного решения на один порядок для задачи b). Разбиение должно быть минимальным для этой точности	2
4	Ручное решение уравнения Эйлера для задачи b)	1
5	Блок-схема программного кода (в любой нотации), комментирование кода	1
	ИТОГО	10

Сроки выполнения. Четыре недели со дня выдачи задания.

Форма сдачи работ. Исходные файлы (скрипты, проект в Visual Studio и т.п.) должны быть запакованы в архив формата .zip с названием

Группа_Фамилия_Имя_LAB2.zip .

Архив отправляется по электронной почте по адресу **ogulenko.a.p@onu.edu.ua** , тема письма должна совпадать с именем архива. Помимо этого, необходимо заполнить шаблон отчета и сдать в печатном виде. Аналитическое решение можно вписать в соответствующее место отчета вручную.

Варианты заданий

Вариант 1.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2 + y^2(x) - (4 + 2x(1-x))y(x)\right]dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^1 y\sqrt{1 + y'^2}dx; \quad y(0) = 2; \quad y(1) = 3;$

Вариант 2.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2 + y^2(x) - 2(\pi^2 + 1)\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^1 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y} dx; \quad y(0) = 2; \quad y(1) = 1;$

Вариант 3.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[2(y'(x))^2 + \pi^2 y^2(x) - 6\pi^2 \sin(\pi x) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^1 yy'^2 dx; \quad y(0) = 2; \quad y(1) = 1;$

Вариант 4.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2 + y^2(x) + 2\left(x^3 - x^2 - 6x + 2\right) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^1 \sqrt{y(1+y'^2)} dx; \quad y(0) = 1; \quad y(1) = 3;$

Вариант 5.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2 + 2y^2(x) - (4 + 4x(1-x)) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_1^3 y\sqrt{y'} dx; \quad y(1) = 2; \quad y(3) = 8;$

Вариант 6.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2 + 2y^2(x) - 2(\pi^2 + 2) \sin(\pi x) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^2 y\sqrt{1+y'^2} dx; \quad y(0) = -1; \quad y(2) = -3;$

Вариант 7.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2 + 2y^2(x) + \left(2x^3 - 2x^2 - 6x + 2\right) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^2 yy'^2 dx; \quad y(0) = 1; \quad y(2) = 3;$

Вариант 8.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[x(y'(x))^2 + \pi^2 y^2(x) - \left(8x - 2 + 2\pi^2 x(1-x)\right) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) =$
$0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^2 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y} dx; \quad y(0) = 4; \quad y(2) = 2;$

Вариант 9.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[x(y'(x))^2 + \pi^2 y^2(x) + \big(\pi\cos(\pi x) - \pi^2(x+1)\sin(\pi x)\big)\,y(x)\right]dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^2 y\sqrt{y'}dx; \quad y(0) = 2; \quad y(2) = 4;$

Вариант 10.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[e^x(y'(x))^2 + x^2 y^2(x) - \big(4x^3(1-x) - (4x+2)e^x\big)\,y(x)\right]dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^2 \sqrt{y(1+y'^2)}dx; \quad y(0) = 2; \quad y(2) = 1;$