Лабораторная работа №4.

Решение вариационных задач средствами компьютерной математики

Задание. Используя возможности пакета MATLAB, решить аналитически (т.е. при помощи символьных вычислений) предложенные вариационные задачи:

задачу a), в которой левый конец закреплен, а правый движется по известной кривой;

задачу b), в которой функционал зависит от нескольких неизвестных функций;

задачу c), в которой неизвестная функция стеснена интегральной связью.

Оценка. Баллы за выполнение лабораторной работы распределяются следующим образом :

№	**Подзадача**	**Балл**
1	Решение задачи a)	3
2	Решение задачи b)	3
3	Решение задачи c)	4
	ИТОГО	10

Сроки выполнения. Одна неделя со дня выдачи задания.

Форма сдачи работ. Исходные файлы и отчет должны быть запакованы в архив формата .zip с названием

Группа_Фамилия_Имя_LAB4.zip .

Архив отправляется по электронной почте по адресу **ogulenko.a.p@onu.edu.ua** , тема письма должна совпадать с именем архива. Помимо этого, необходимо сдать отчет, заполненный по шаблону, в печатном виде.

Варианты заданий

Вариант 1.

a) $J(y) = \int\limits_{-1}^{a} \left(y'^2 + 4y^2 - 8xy + 2x^2\right) dx; \quad y(-1) = 3;$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = e^x - 2$.

b) $J(y, z) = \int\limits_{0}^{1} \left(2y'z' - y^2 + z^2 - 2ye^x\right) dx$

$y(0) = 0; \qquad y(1) = 1; \qquad z(0) = 1; \qquad z(1) = 0.$

c) $J(y) = \int\limits_{-1}^{1} \left(y'^2 + 4y^2 - 8xy + 2x^2\right) dx; \quad y(-1) = 3; \quad y(1) = 1;$

интегральная связь $\int\limits_{-1}^{1} y dx = 1$.

Вариант 2.

a) $J(y)=\int\limits_{-1}^{a}\left(y'^2-4y^2+2xy-x^2\right)dx;\quad y(-1)=2.$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x)=e^{2x}-9$.

b) $$J(y,z)=\int\limits_{0}^{1}\left(2y'z'+y^2+z^2-z\sin x\right)dx$$
$$y(0)=0;\qquad y(1)=1;\qquad z(0)=1;\qquad z(1)=0.$$

c) $J(y)=\int\limits_{-1}^{1}\left(y'^2-4y^2+2xy-x^2\right)dx;\quad y(-1)=2;\quad y(1)=4;$

интегральная связь $\int\limits_{-1}^{1}y dx=4$.

Вариант 3.

a) $J(y)=\int\limits_{-1}^{a}\left(y'^2+4y^2+4x^2y+x\cos x\right)dx;\quad y(-1)=2.$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x)=e^{x+0.5}-3$.

b) $$J(y,z)=\int\limits_{0}^{1}\left(2y'z'+y^2-z^2+2z\cos x\right)dx$$
$$y(0)=0;\qquad y(1)=1;\qquad z(0)=1;\qquad z(1)=0.$$

c) $J(y)=\int\limits_{-1}^{1}\left(y'^2+4y^2+4x^2y+x\cos x\right)dx;\quad y(-1)=2;\quad y(1)=0.5;$

интегральная связь $\int\limits_{-1}^{1}y dx=\dfrac{1}{2}$.

Вариант 4.

a) $J(y)=\int\limits_{0}^{a}\left(y'^2+9y^2+2xy-x\sin x\right)dx;\quad y(0)=1.$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x)=e^{x}-10$.

b) $$J(y,z)=\int\limits_{0}^{1}\left(y^2+z^2+2y'z'+ye^x\right)dx$$
$$y(0)=0;\qquad y(1)=1;\qquad z(0)=1;\qquad z(1)=0.$$

c) $J(y)=\int\limits_{0}^{2}\left(y'^2+9y^2+2xy-x\sin x\right)dx;\quad y(0)=1;\quad y(2)=2;$

интегральная связь $\int\limits_{0}^{2}y dx=2$.

Вариант 5.

a) $J(y)=\int\limits_{-2}^{a}\left(y'^2-4y^2+2y+xe^{2x}\right)dx;\quad y(-2)=0.$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x)=2-e^{2x}$.

b) $$J(y,z)=\int\limits_0^1\left(y^2+4yz+z^2+y'^2+z'^2+2ze^x\right)dx$$
$$y(0)=0;\qquad y(1)=1;\qquad z(0)=1;\qquad z(1)=0.$$

c) $J(y)=\int\limits_{-2}^{0}\left(y'^2-4y^2+2y+xe^{2x}\right)dx;\quad y(-2)=0;\quad y(0)=1;$

интегральная связь $\int\limits_{-2}^{0} ydx=1$.

Вариант 6.

a) $J(y)=\int\limits_0^a\left(y'^2-9y^2+2y\sin x-x^2e^x\right)dx;\quad y(0)=1.$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x)=2-e^{2x}$.

b) $$J(y,z)=\int\limits_0^1\left((y+z)^2+y'^2+z'^2+2y\sin x\right)dx$$
$$y(0)=0;\qquad y(1)=1;\qquad z(0)=1;\qquad z(1)=0.$$

c) $J(y)=\int\limits_0^1\left(y'^2-9y^2+2y\sin x-x^2e^x\right)dx;\quad y(0)=1;\quad y(1)=-1;$

интегральная связь $\int\limits_0^1 1dx=1$.

Вариант 7.

a) $J(y)=\int\limits_{-1}^{a}\left(y'^2+4y^2+6ye^x+2x\cos x\right)dx;\quad y(-1)=1.$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x)=e^x-2$.

b) $$J(y,z)=\int\limits_0^1\left((y-z)^2+y'^2-z'^2+2z\cos x\right)dx$$
$$y(0)=0;\qquad y(1)=1;\qquad z(0)=1;\qquad z(1)=0.$$

c) $J(y)=\int\limits_{-1}^{1}\left(y'^2+4y^2+6ye^x+2x\cos x\right)dx;\quad y(-1)=1;\quad y(1)=3;$

интегральная связь $\int\limits_{-1}^{1} ydx=3$.

Вариант 8.

a) $J(y)=\int\limits_{-1}^{a}\left(y'^2+y^2+4ye^x-x\sin x\right)dx;\quad y(-1)=1.$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x)=e^{x+0.5}-2$.

b) $$J(y,z)=\int\limits_{-1}^{1}\left(2y'z'-y^2+z^2-2y\cos x\right)dx$$
$$y(-1)=2;\qquad y(1)=0;\qquad z(-1)=1;\qquad z(1)=2.$$

c) $J(y) = \int\limits_{-1}^{1} \left(y'^2 + y^2 + 4ye^x - x\sin x\right) dx; \quad y(-1) = 1; \quad y(1) = 3;$

интегральная связь $\int\limits_{-1}^{1} y dx = 3$.

Вариант 9.

a) $J(y) = \int\limits_{-1}^{a} \left(y'^2 + 4y^2 + 8ye^{2x} + 3x^2\right) dx; \quad y(-1) = 1.$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = e^{2x} - 5$.

b) $J(y, z) = \int\limits_{-1}^{1} \left(2y'z' + y^2 + z^2 + 2ze^x\right) dx$

$y(-1) = 3; \qquad y(1) = 1; \qquad z(-1) = 0; \qquad z(1) = 2.$

c) $J(y) = \int\limits_{-1}^{1} \left(y'^2 + 4y^2 + 8ye^{2x} + 3x^2\right) dx; \quad y(-1) = 1; \quad y(1) = 3;$

интегральная связь $\int\limits_{-1}^{1} y dx = 2$.

Вариант 10.

a) $J(y) = \int\limits_{0}^{a} \left(2y'^2 + 2y^2 + y\cos x - 5x\right) dx; \quad y(0) = 2.$

Правый конец движется по кривой $\varphi(x) = 0.5e^x - 2$.

b) $J(y, z) = \int\limits_{-1}^{1} \left(2y'z' + y^2 - z^2 - 2z\sin x\right) dx$

$y(-1) = 2; \qquad y(1) = 0; \qquad z(-1) = 0; \qquad z(1) = 2.$

c) $J(y) = \int\limits_{0}^{2} \left(2y'^2 + 2y^2 + y\cos x - 5x\right) dx; \quad y(0) = 2; \quad y(2) = 2;$

интегральная связь $\int\limits_{0}^{2} y dx = 2$.