Лабораторная работа №2.

Метод конечных разностей

Задание. Используя метод конечных разностей, решить численно предложенные простейшие вариационные задачи:

задачу a) — используя алгоритм для линейного случая с $N = 10$, $N = 20$;

задачу b) — используя общий алгоритм с $N = 10$, $N = 20$ и точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

Для задачи b) найти точное решение, решив вручную уравнение Эйлера. Сравнить решения графически.

Оценка. Баллы за выполнение лабораторной работы распределяются следующим образом:

№	Подзадача	Балл
1	Реализация метода Ритца с конечно-линейным базисом ($n = 10$, $n = 15$) для задачи a)	1.5
2	Реализация метода Ритца с базисом из B-сплайнов ($n = 5$, $n = 10$) для задачи a)	2
3	Реализация метода Ритца с конечно-линейным базисом ($n = 10$, $n = 15$) для задачи b)	1.5
4	Реализация метода Ритца с базисом из B-сплайнов ($n = 5$, $n = 10$) для задачи b)	2
5	Реализация метода Ритца с произвольным базисом ($n = 3$, $n = 5$) для задачи c). Необходимая точность $\varepsilon = 0.01$, точное решение найти при помощи уравнения Эйлера.	3
6	Повышение точности решения задачи c) из пункта 5. до $\varepsilon = 0.001$.	1
7	Блок-схема программного кода (в любой нотации), комментирование кода	1
	ИТОГО	12

Сроки выполнения. Четыре недели со дня выдачи задания.

Форма сдачи работ. Исходные файлы (скрипты, проект в Visual Studio и т.п.) должны быть запакованы в архив формата .zip с названием

Группа_Фамилия_Имя_LAB2.zip .

Архив отправляется по электронной почте по адресу **ogulenko.a.p@onu.edu.ua** , тема письма должна совпадать с именем архива. Помимо этого, необходимо заполнить шаблон отчета и сдать в печатном виде. Аналитическое решение можно вписать в соответствующее место отчета вручную.

Варианты заданий

Вариант 1.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2 + y^2(x) - (4 + 2x(1-x))y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^1 y\sqrt{1 + y'^2} dx; \quad y(0) = 2; \quad y(1) = 3;$

Вариант 2.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+y^2(x)-2(\pi^2+1)\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^1 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx; \quad y(0)=2; \quad y(1)=1;$

Вариант 3.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[2(y'(x))^2+\pi^2y^2(x)-6\pi^2\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^1 yy'^2dx; \quad y(0)=2; \quad y(1)=1;$

Вариант 4.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+y^2(x)+2\left(x^3-x^2-6x+2\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^1 \sqrt{y\left(1+y'^2\right)}dx; \quad y(0)=1; \quad y(1)=3;$

Вариант 5.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)-\left(4+4x(1-x)\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_1^3 y\sqrt{y'}dx; \quad y(1)=2; \quad y(3)=8;$

Вариант 6.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)-2(\pi^2+2)\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 y\sqrt{1+y'^2}dx; \quad y(0)=-1; \quad y(2)=-3;$

Вариант 7.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)+\left(2x^3-2x^2-6x+2\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 yy'^2dx; \quad y(0)=1; \quad y(2)=3;$

Вариант 8.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[x(y'(x))^2+\pi^2y^2(x)-\left(8x-2+2\pi^2x(1-x)\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=$
0;

b) $V\left[y\right]=\int\limits_0^2 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx;\quad y\left(0\right)=4;\quad y\left(2\right)=2;$

Вариант 9.

a) $V\left[y\right] = \int\limits_0^1 \left[x(y'(x))^2+\pi^2 y^2(x)+\big(\pi\cos(\pi x)-\pi^2(x+1)\sin(\pi x)\big)\,y(x)\right]dx,\quad y(0) = 0,\quad y(1)=0;$

b) $V\left[y\right]=\int\limits_0^2 y\sqrt{y'}dx;\quad y\left(0\right)=2;\quad y\left(2\right)=4;$

Вариант 10.

a) $V\left[y\right]=\int\limits_0^1 \left[e^x(y'(x))^2+x^2y^2(x)-\big(4x^3(1-x)-(4x+2)e^x\big)\,y(x)\right]dx,\quad y(0)=0,\quad y(1)=0;$

b) $V\left[y\right]=\int\limits_0^2 \sqrt{y\left(1+y'^2\right)}dx;\quad y\left(0\right)=2;\quad y\left(2\right)=1;$