Лабораторная работа №3.
Метод локальных вариаций

Задание. Используя метод локальных вариаций, решить численно предложенные простейшие вариационные задачи:

задачу a) — с минимальным шагом варьирования $h = 0.0005$ и шагом дискретизации $\Delta x = 0.01$;

задачу b) — с минимальным шагом варьирования $h = 0.0005$ и шагом дискретизации $\Delta x = 0.01$.

Для задачи b) найти точное решение, решив вручную уравнение Эйлера. Сравнить решения графически и вычислить норму разности точного и приближенного решений. Для каждой из задач подсчитать и указать в отчете количество вычислений подынтегральной функции функционала. Функции–ограничения $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ можно выбрать любыми удобными, лишь бы выполнялись условия на концах промежутка интегрирования.

Оценка. Баллы за выполнение лабораторной работы распределяются следующим образом:

№	**Подзадача**	**Балл**
1	Реализация метода локальных вариаций для задачи a)	3
2	Реализация метода локальных вариаций для задачи b)	4
3	Ручное решение уравнения Эйлера для задачи b) и сравнение с приближенным решением	2
5	Блок-схема программного кода (в любой нотации), комментирование кода	1
	ИТОГО	10

Сроки выполнения. Четыре недели со дня выдачи задания.

Форма сдачи работ. Исходные файлы (скрипты, проект в Visual Studio и т.п.) должны быть запакованы в архив формата .zip с названием

Группа_Фамилия_Имя_LAB3.zip .

Архив отправляется по электронной почте по адресу **ogulenko.a.p@onu.edu.ua** , тема письма должна совпадать с именем архива. Помимо этого, необходимо заполнить шаблон отчета и сдать в печатном виде. Аналитическое решение можно вписать в соответствующее место отчета вручную.

Варианты заданий

Вариант 1.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2 + y^2(x) - (4 + 2x(1-x))y(x)\right]dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^1 y\sqrt{1+y'^2}dx; \quad y(0) = 2; \quad y(1) = 3;$

Вариант 2.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+y^2(x)-2(\pi^2+1)\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^1 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx; \quad y(0)=2; \quad y(1)=1;$

Вариант 3.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[2(y'(x))^2+\pi^2y^2(x)-6\pi^2\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^1 yy'^2dx; \quad y(0)=2; \quad y(1)=1;$

Вариант 4.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+y^2(x)+2\left(x^3-x^2-6x+2\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^1 \sqrt{y(1+y'^2)}dx; \quad y(0)=1; \quad y(1)=3;$

Вариант 5.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)-(4+4x(1-x))\,y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_1^3 y\sqrt{y'}dx; \quad y(1)=2; \quad y(3)=8;$

Вариант 6.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)-2(\pi^2+2)\sin(\pi x)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 y\sqrt{1+y'^2}dx; \quad y(0)=-1; \quad y(2)=-3;$

Вариант 7.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y'(x))^2+2y^2(x)+\left(2x^3-2x^2-6x+2\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 yy'^2dx; \quad y(0)=1; \quad y(2)=3;$

Вариант 8.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[x(y'(x))^2+\pi^2y^2(x)-\left(8x-2+2\pi^2x(1-x)\right)y(x)\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=$ 0;

b) $V[y] = \int\limits_0^2 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y} dx; \quad y(0) = 4; \quad y(2) = 2;$

Вариант 9.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[x(y'(x))^2 + \pi^2 y^2(x) + \left(\pi \cos(\pi x) - \pi^2 (x+1) \sin(\pi x)\right) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^2 y\sqrt{y'} dx; \quad y(0) = 2; \quad y(2) = 4;$

Вариант 10.

a) $V[y] = \int\limits_0^1 \left[e^x (y'(x))^2 + x^2 y^2(x) - \left(4x^3(1-x) - (4x+2)e^x\right) y(x)\right] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$

b) $V[y] = \int\limits_0^2 \sqrt{y(1+y'^2)} dx; \quad y(0) = 2; \quad y(2) = 1;$