Лабораторная работа №3.
Метод стрельбы

Задание. Используя метод стрельбы, решить численно предложенные вариационные задачи:

задачи a) — используя алгоритм для линейного случая;

задачи b) — используя алгоритм для общего случая;

задачу c) — обобщив алгоритм на случай вариацонной задачи с функционалом, зависящим от нескольких неизвестных функций.

В случае необходимости, преобразовать исходную задачу к стандартному виду.

Оценка. Баллы за выполнение лабораторной работы распределяются следующим образом:

№	Подзадача	Балл
1	Реализация метода Ритца с конечно-линейным базисом ($n = 10$, $n = 15$) для задачи a)	1.5
2	Реализация метода Ритца с базисом из B-сплайнов ($n = 5$, $n = 10$) для задачи a)	2
3	Реализация метода Ритца с конечно-линейным базисом ($n = 10$, $n = 15$) для задачи b)	1.5
4	Реализация метода Ритца с базисом из B-сплайнов ($n = 5$, $n = 10$) для задачи b)	2
5	Реализация метода Ритца с произвольным базисом ($n = 3$, $n = 5$) для задачи c). Необходимая точность $\varepsilon = 0.01$, точное решение найти при помощи уравнения Эйлера.	3
6	Повышение точности решения задачи c) из пункта 5. до $\varepsilon = 0.001$.	1
7	Блок-схема программного кода (в любой нотации), комментирование кода	1
	ИТОГО	12

Сроки выполнения. Две недели со дня выдачи задания.

Форма сдачи работ. Исходные файлы (скрипты, проект в Visual Studio и т.п.) должны быть запакованы в архив формата .zip с названием

Группа_Фамилия_Имя_LAB2.zip .

Архив отправляется по электронной почте по адресу **ogulenko.a.p@onu.edu.ua** , тема письма должна совпадать с именем архива. Помимо этого, необходимо заполнить шаблон отчета и сдать в печатном виде. Аналитическое решение можно вписать в соответствующее место отчета вручную.

Варианты заданий

Вариант 1.

a) $$V[y] = \int\limits_0^1 \left[(y')^2 + y^2 - (4 + 2x(1-x))y\right]dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0;$$

b) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[xy'-(y')^2\right]dx, \quad y(0)=1, \quad y(1)=\frac{1}{4};$

c) $V[y]=\int\limits_0^1 y\sqrt{1+y'^2}dx; \quad y(0)=2; \quad y(1)=3;$

Вариант 2.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y')^2+y^2-2(\pi^2+1)\sin(\pi x)y\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^{\frac{3\pi}{2}} \left[y^2-2(y')^2\right]e^{-x}dx, \quad y(0)=0, \quad y\left(\frac{3\pi}{2}\right)=e^{\frac{3\pi}{4}};$

c) $V[y]=\int\limits_0^1 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx; \quad y(0)=2; \quad y(1)=1;$

Вариант 3.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[2(y')^2+\pi^2y^2-6\pi^2\sin(\pi x)y\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_1^2 \left[x^2(y')^2+12y^2\right]dx, \quad y(1)=1, \quad y(2)=8;$

c) $V[y]=\int\limits_0^1 yy'^2dx; \quad y(0)=2; \quad y(1)=1;$

Вариант 4.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y')^2+y^2+2\left(x^3-x^2-6x+2\right)y\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[6x^2y'+(y')^2\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=-1;$

c) $V[y]=\int\limits_0^1 \sqrt{y\left(1+y'^2\right)}dx; \quad y(0)=1; \quad y(1)=3;$

Вариант 5.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y')^2+2y^2-(4+4x(1-x))\,y\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_1^2 \frac{x^2(y')^2}{2x^3+1}dx, \quad y(1)=0, \quad y(2)=\frac{7}{2};$

c) $V[y]=\int\limits_1^3 y\sqrt{y'}dx; \quad y(1)=2; \quad y(3)=8;$

Вариант 6.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y')^2+2y^2-2(\pi^2+2)\sin(\pi x)y\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_2^4 \left[x(y')^4-2y(y')^3\right]dx, \quad y(2)=1, \quad y(4)=5;$

c) $V[y]=\int\limits_0^2 y\sqrt{1+y'^2}dx; \quad y(0)=-1; \quad y(2)=-3;$

Вариант 7.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y')^2+2y^2+\left(2x^3-2x^2-6x+2\right)y\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^2 \left[x(y')^3-3y(y')^2\right]dx, \quad y(0)=4, \quad y(2)=6;$

c) $V[y]=\int\limits_0^2 yy'^2dx; \quad y(0)=1; \quad y(2)=3;$

Вариант 8.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[x(y')^2+\pi^2y^2-\left(8x-2+2\pi^2x(1-x)\right)y\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_2^3 \frac{\sqrt{1+(y')^2}}{y}dx, \quad y(2)=2, \quad y(3)=\sqrt{3};$

c) $V[y]=\int\limits_0^2 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}dx; \quad y(0)=4; \quad y(2)=2;$

Вариант 9.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[x(y')^2+\pi^2y^2+\left(\pi\cos(\pi x)-\pi^2(x+1)\sin(\pi x)\right)y\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y')^2+\frac{2xy}{1+x^2}\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=-2;$

c) $V[y]=\int\limits_0^2 y\sqrt{y'}dx; \quad y(0)=2; \quad y(2)=4;$

Вариант 10.

a) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[e^x(y')^2+x^2y^2-\left(4x^3(1-x)-(4x+2)e^x\right)y\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=0;$

b) $V[y]=\int\limits_0^1 \left[(y')^2+ye^x\right]dx, \quad y(0)=0, \quad y(1)=-2;$

c) $V[y]=\int\limits_{0}^{2}\sqrt{y\left(1+y'^{2}\right)}dx;\quad y(0)=2;\quad y(2)=1;$