



## Parallele Sortierung

Björn Rathjen   Patrick Winterstein  
Freie Universität Berlin

Proseminar Algorithmen, SS14

# Inhalt

## Motivation

## Grundlage des Sortierens

- Komparator

## Sortiernetzwerk

- Aufbau

- Korrektheit

## Laufzeit

- Herleitung

- Vergleich mit Software sortieren

## Gegenüberstellung

## Zusammenfassung

## Ausblick

- Hypercube

- Anhang

## Motivation

Grundlage des Sortierens

Sortiernetzwerk

Laufzeit

Gegenüberstellung

Zusammenfassung

Ausblick

ist Basis für :

- ▶ Suche
- ▶ (Sortierung)
  - ▶ Listen
  - ▶ Wörterbücher
  - ▶ ...
- ▶ Ist dies auch in Hardware möglich ?

Motivation

## Grundlage des Sortierens Komparator

Sortiernetzwerk

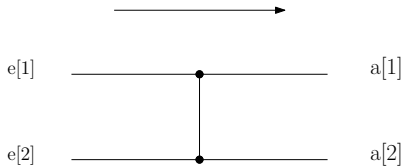
Laufzeit

Gegenüberstellung

Zusammenfassung

Ausblick

- ▶ 2 Eingänge
- ▶ vergleichender Baustein
- ▶ 2 Ausgänge



```
void comp(chan in1, in2, out1 out2){  
    a = <- in1;  
    b = <- in2;  
  
    if (a < b){  
        out1 <- a;  
        out2 <- b;  
        return void;  
    }  
    out1 <- b;  
    out2 <- a;  
    return void;  
}
```

Motivation

Grundlage des Sortierens

**Sortiernetzwerk**

Aufbau

Korrektheit

Laufzeit

Gegenüberstellung

Zusammenfassung

Ausblick



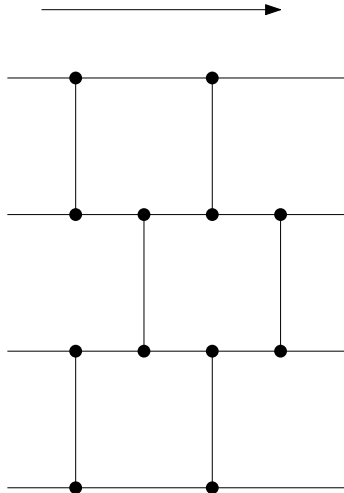
- ▶ mehrere Eingabeleitungen
- ▶ Vergleichende Schritte müssen dazwischen laufen
- ▶ mehrere Ausgabeleitungen sortierte Ausgabe

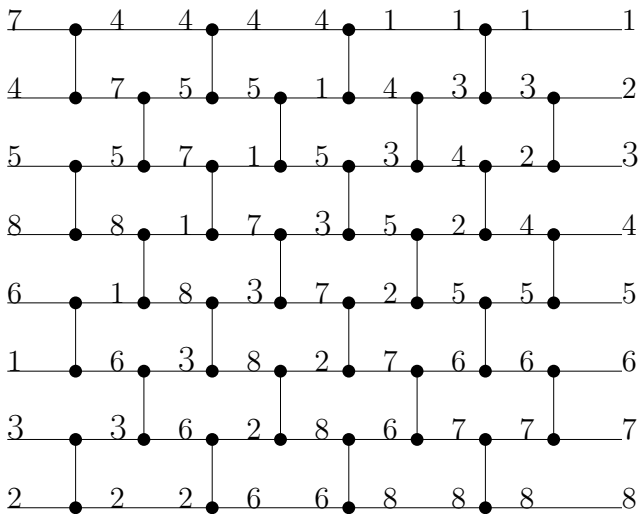
## Aufgabe

- ▶ Resultat soll sortierte Eingabe sein

## Aufgabe

- ▶ Resultat soll sortierte Eingabe sein
- grundlegendes Prinzip
- ▶ intuitiver Einsatz von Vergleichen
  - ▶ Schrittweises sortieren





## Theorem

*Wenn es eine Folge  $A$  gibt, die ein Sortiernetzwerk nicht sortiert, so existiert auch eine 0,1-Folge, die von diesem Netzwerk nicht sortiert wird.*

## Proof.

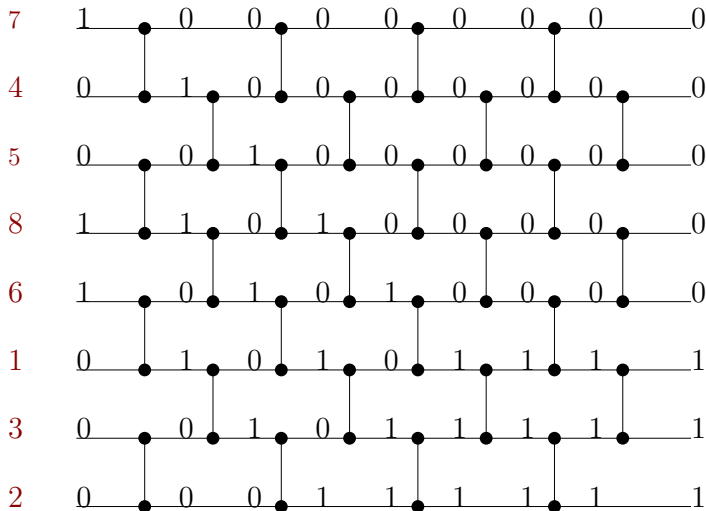
fill



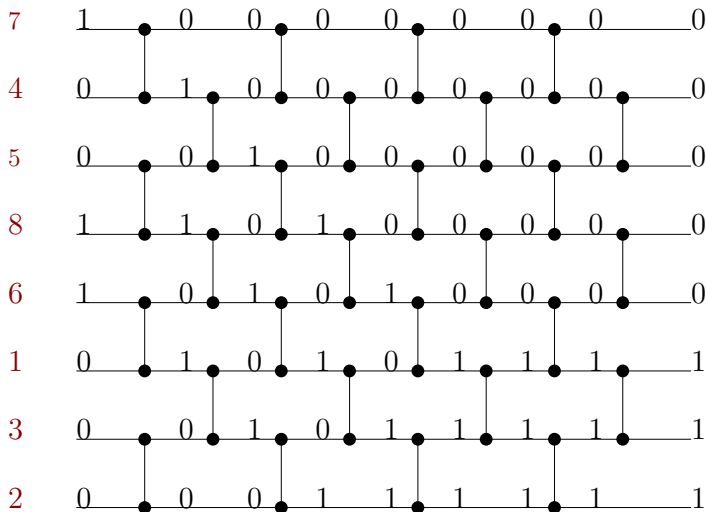
man kann jede Zahlenfolge durch eine 0,1 Folge repräsentieren

$$f(c) = \begin{cases} 0, & \text{if } c < k \\ 1, & \text{if } c \geq k \end{cases}$$

# 0,1- Beispiel







Beispiel an der Tafel ?



## Aufgabe :

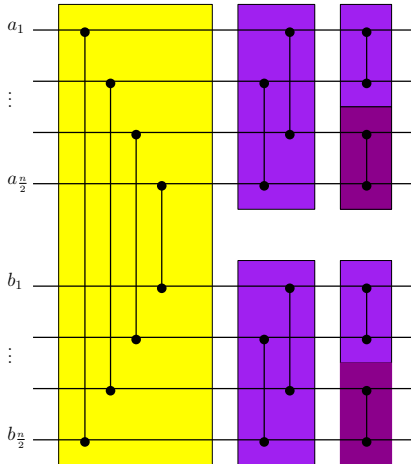
- ▶ Resultat soll sortierte Eingabe sein
- ▶ soll effizient sein

Aufgabe :

- ▶ Resultat soll sortierte Eingabe sein
- ▶ soll effizient sein

grundlegendes Prinzip :

- ▶ intuitiver Einsatz von Vergleichen  
+ Einbezug von Teile und Herrscher



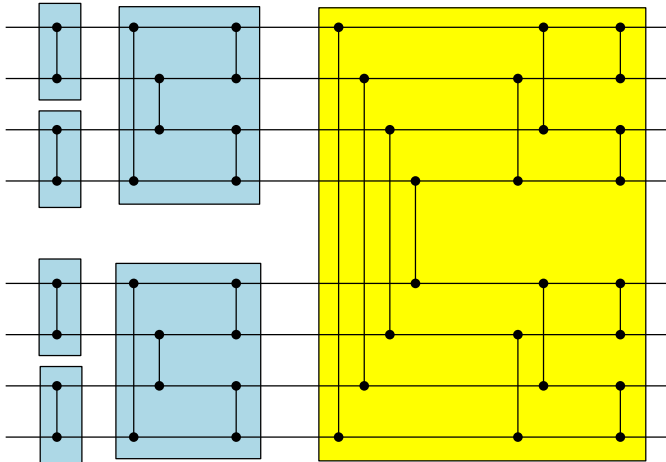


Bild kleiner Zahlenfolge 4-8-16  
Beispiel

Motivation

Grundlage des Sortierens

Sortiernetzwerk

**Laufzeit**

Herleitung

Vergleich mit Software sortieren

Gegenüberstellung

Zusammenfassung

Ausblick



$$\frac{1}{2} \cdot \log_2 n (\log_2 n + 1)$$

1

$$\frac{1}{2} \cdot \log_2 n (\log_2 n + 1)$$

$$1$$

$$1 + 2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \log_2 n (\log_2 n + 1)$$

$$1$$

$$1 + 2$$

$$1 + 2 + \dots + k - 1 + k = \sum_{i=1}^k i$$

$$\frac{1}{2} \cdot \log_2 n (\log_2 n + 1)$$

$$1$$

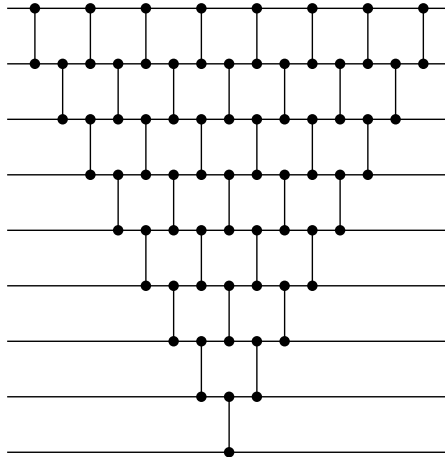
$$1 + 2$$

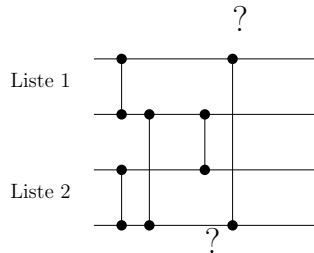
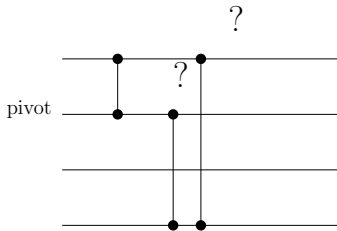
$$1 + 2 + \dots + k - 1 + k = \sum_{i=1}^k i$$

$$\frac{k \cdot (k + 1)}{2} | n = 2^k$$

$$\frac{1}{2} \cdot \log_2 n (\log_2 n + 1)$$

- ▶ Unterschiedliche Betrachtungen Schritte gegen Vergleiche, Versuch der Darstellung
- ▶ Abhängigkeit von der Eingabe
- ▶ Bezug zum vorherigen Vergleich





wo ist das Pivot Element ?  
Wo ist nun das größte Element ?



Motivation

Grundlage des Sortierens

Sortiernetzwerk

Laufzeit

**Gegenüberstellung**

Zusammenfassung

Ausblick

- ▶ Geschwindigkeit vs Variabilität
  - ▶ hohe Geschwindigkeit durch direkte Hardware Implementierung
  - ▶ starre Struktur , bildet Rahmen der Möglichkeiten
  - ▶ stark typisierte Eingabe
- ▶ Hardwareaufwand vs Softwareaufwand
  - ▶ Software zur Auswertung keine zum sortieren
  - ▶ geringe Skalierbarkeit
  - ▶ hoher Aufwand wenn Eingabelimit überschritten wird
  - ▶ nur lokal
  - ▶ Hardware Konzeption eventuell aufwendiger

Motivation

Grundlage des Sortierens

Sortiernetzwerk

Laufzeit

Gegenüberstellung

**Zusammenfassung**

Ausblick

- ▶ paralleles sortieren ist schnell und effizient
- ▶ problemabhängige Lösung
- ▶ starr, nicht universell

Motivation

Grundlage des Sortierens

Sortiernetzwerk

Laufzeit

Gegenüberstellung

Zusammenfassung

**Ausblick**

Hypercube

Anhang

weiter

?i

structur





Fragen, Anregungen?  
(keine Liederwünsche)



A. Author.

*Taschenbuch der Algorithmen.*

Springer Verlag , 2008.



Tom Leighton.

*Einführung in Parallele Algorithmen und Architekturen*

Gitter, Bäume und Hypercubes.

Thomson Publishing , 1997.



S. Someone.

<http://www.iti.fh->

[flensburg.de/lang/algorithmen/sortieren/networks/nulleins.htm](http://www.iti.fh-flensburg.de/lang/algorithmen/sortieren/networks/nulleins.htm)