

23. Projektive Ebene, homogene Koordinaten (0 Punkte)

- (a) Der Schnittpunkt von Geraden in homogenen Koordinaten kann mit dem Kreuzprodukt berechnet werden. Veranschaulichen und interpretieren Sie diese Formel am Raummodell der projektiven Ebene.
- (b) Wie drückt sich die Tatsache, dass drei Punkte  $p_1, p_2, p_3$  auf einer Geraden liegen, im Raummodell aus? Zeigen Sie, dass man diesen Sachverhalt an der folgenden Determinante ablesen kann:

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$$

- (c) Bestimmen Sie eine projektive Transformation  $x \mapsto Tx$  der Ebene, die die Gerade  $(1, 2, 3)$  auf die Ferngerade  $(0, 0, 1)$  abbildet und den Ursprung  $(0, 0, 1)$  festhält. Ist diese Transformation eindeutig?

24. Rendering pipeline (18 zusätzliche Punkte), Erweiterung von Aufgabe 12.

Die 8 Ecken eines Würfels haben in seinem lokalen Koordinatensystem die Koordinaten  $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ . In Weltkoordinaten wird der Würfel mit den Faktor 0.2 skaliert, um  $60^\circ$  um die vertikale Achse (die  $z$ -Achse) gedreht, und zwar nach links (im Gegenuhreiser-sinn), wenn man von oben (aus der positiven  $z$ -Richtung) draufschaut. Sein Zentrum liegt bei  $(x, y, z) = (9, 6, 5)$ . Eine Kamera auf dem Punkt  $(4, 5, 3)$  blickt mit einem horizontalen Öffnungswinkel von  $30^\circ$  in Richtung des Punktes  $(7, 5, 4)$ . Die *Oben*-Richtung der Kamera ist dabei möglichst senkrecht. Die Ausgabe der Kamera erscheint auf einem  $600 \times 400$  Bildschirm. Der Hauptpunkt ist in der Mitte des Bildschirmrechtecks. Wählen Sie die vordere und die hintere Begrenzung des sichtbaren Kegelstumpfs im Abstand von 3 und 20 Einheiten.

Beschreiben Sie die notwendigen Rechnungen in den einzelnen Stufen der *rendering pipeline* und führen Sie sie aus, um die Bildschirmkoordinaten (Bildpunkte) der acht Würfecken zu bestimmen. Zeichnen Sie Ihr Ergebnis als Skizze.

Geben Sie auch die  $4 \times 4$ -Transformationsmatrix vom lokalen Koordinatensystem des Würfels auf die (dreidimensionalen) normalisierten Bildschirmkoordinaten (NDC) im Würfel  $[-1, 1]^3$  an.

25. Aliasing (Programmieraufgabe) (10 Punkte)

Schreiben Sie ein JAVA-Programm zur Erzeugung eines Farbmusters. (Sie können das JAVA-Beispielprogramm für zweidimensionale Grafik<sup>1</sup> von der Netzseite der Vorlesung als Ausgangspunkt nehmen.) Der Farbwert für den Punkt  $(x, y)$  soll von  $(x^2 + y^2) \bmod r^2$  abhängen. Punkte, die auf einem Kreis um den Ursprung liegen, haben also denselben Farbwert. Der Wert für  $r$  soll mit der Maus veränderbar sein. Experimentieren Sie mit unterschiedlichen Farbschemata und verschiedenen Werten für  $r$  und beobachten Sie die Muster und merkwürdigen Effekte für sehr kleine Werte von  $r$ . Dokumentieren Sie Ihre Beobachtungen.

Laden Sie den JAVA-Quellcode bis Dienstag, 6. Mai, um 23 Uhr auf der [KVV-Seite der Vorlesung](#) hoch. Sie müssen Ihr lauffähiges Programm bei der Konsultation vorführen und erklären können, wahlweise auf Ihrem eigenen Rechner.

---

<sup>1</sup><http://www.inf.fu-berlin.de/lehre/SS14/Computergrafik/GrafikDemoProgramm.java>