2020 年 6 月 25 日

Collier help

ymy

2020 年 6 月 25 日

COLLIER is a fortran 单圈–标量和张量的数值积分程序库。这些积分出现在微扰的相对论性量子场论中。它具有以下 features：

- 多粒子复杂度 scalar and tensor integrals
- ultraviolet divergences 的维数正规化
- soft infrared divergences 的维数正规化（对于非阿贝尔场，也支持 mass regularization）
- 对于共线质量奇点的维数正规化或者质量正规化
- 对于不稳定粒子，complex 内线质量完全支持（外动量和 virtualities 认作是实数）
- 数值危险区域（小 Gram 或者其他运动学行列式），使用专用的展开处理。
- 所有基本模块都有两种平行的实现方式，可以用作内部交叉检验
- 缓存系统–用来加速计算

代码提供了量子场论中任意张量和标量积分的数值结果。对于张量积分，不管协变分解中的系数还是张量元本身都将给出。Collier 支持 complex 质量，在计算不稳定粒子时会需要。采用维数正规化处理紫外和红外奇点。对于 soft 和共线奇点，有可选用的质量正规化方案。

1 introduction

multi-leg one-loop amplitudes 振幅求值的巨大进步，来自于两方面：

1. 传统费曼图方法的系统改进
2. 基于推广的幺正性关系的新理论技术

在第二种方法中，单圈振幅被直接表示成标量积分的组合。这种向固定标量积分基的直接约化，会引发相空间特定区域的数值问题。一般可以通过采用四次精度的数值计算克服。

相反，费曼图方法，包括最近的递归方法依赖于张量积分。此方法允许分解方法自适应于相空间的不同区域，在相当大的程度上，通过最优选择避免数值不稳定性。Collier 库提供了计算标量和张量积分的全面工具。在两种互补的方法中都能应用。

将张量积分约化到一小族基本积分的方法，可以追溯到 Brown and Feynman, Melrose, and Passarino and Veltman。又经过了数十年的发展，文献 [43, 50] 展示的完整方法，是 Collier 代码的基础。作为张量分解基础的标量积分首次由 t' Hooft and Veltman 进行了系统研究。已经存在数个计算单圈标量和张量积分的库，比如：

- FF，LoopTools，
- QCDLoop，OneLoop，
- GoLem95C，PJFRY，Package-X

这里介绍的 Collier 库，提供完全的张量积分集合，处理带有复数质量的过程，并且没有先验的粒子数限制。

Collier 已在用于多个前沿课题的计算。

文章结构：

- Section 2：Collier 相关约定
- Section 3：计算张量积分的方法轮廓
- Section 4：Collier 库的内部结构
- Section 5：用法

- Section 6：总结
- Appendix A：定义单圈积分的运动学输入细节

2 Convention

一致性地使用 Refs. [50, 59] 中的约定。约化张量积分的方法在 Refs. [43, 50] 中有描述，已经实现 4–点函数的结果可以在 Ref. [59] 中找到。标量 1-，2-，3-点函数的结果基于 Refs. [45, 52]

D 维空间中，单圈 N 点张量积分的一般形式为：

$$\begin{aligned} T^{N,\mu_1,\cdots,\mu_P}(p_1,\cdots,p_{N-1},m_0,\cdots,m_{N-1}) = \\ \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2}\int \mathrm{d}^D q \frac{q^{\mu_1}\cdots q^{\mu_P}}{N_0 N_1\cdots N_{N-1}} \end{aligned} \tag{1}$$

其中分母因子

$$N_k = (q+p_k)^2 - m_k^2 + i\varepsilon, \quad k=0,\cdots,N-1, p_0=0, \tag{2}$$

其中 $i\varepsilon$ 是无穷小的虚部。对于 $P=0$，即分子上是 1，(1)定义了 N-点标量积分 T_0^N。按照 Ref.[52]，我们令 $T^1=A, T^2=B, T^3=C, T^4=D, T^5=E, T^6=F,$ and $T^7=G$。

为了能够简洁的写出张量分解。我们使用大括号来表示对所有洛伦兹指标进行对称化操作。比如：

$$\begin{aligned} \{p\cdots p\}^{\mu_1\cdots\mu_P}_{i_1\cdots i_P} &= p^{\mu_1}_{i_1}\cdots p^{\mu_P}_{i_P} \\ \{gp\}^{\mu\nu\rho}_{i_1} &= g^{\mu\nu}p^{\rho}_{i_1} + g^{\nu\rho}p^{\mu}_{i_1} + g^{\mu\rho}p^{\nu}_{i_1} \\ gg^{\mu\nu\rho\sigma} &= g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho} + g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} \end{aligned} \tag{3}$$

这种分解是可以递归进行的。

$$\begin{aligned} \{p\cdots p\}^{\mu_1\cdots\mu_P}_{i_1\cdots i_P} &= p^{\mu_1}_{i_1}\cdots p^{\mu_P}_{i_P} \\ \{\underbrace{g\cdots g}p\cdots p\}^{\mu_1\cdots\mu_P}_{i_{2n+1}\cdots i_P} &= \frac{1}{n}\sum_{\substack{k,l=1\\k<l}}^{P} g^{\mu_k\mu_l}\{\underbrace{g\cdots g}p\cdots p\}^{\mu_1\cdots\mu_{k-1}\mu_{k+1}\cdots\mu_{l-1}\mu_{l+1}\cdots\mu_P}_{i_{2n+1}\cdots i_P} \end{aligned} \tag{4}$$

这部分的细节暂且略去。

UV– or IR–singular 积分利用维数正规化来表示，其中 $D = 4 - 2\epsilon$，as,

$$
\begin{aligned}
T^N &= \tilde{T}^N_{\rm fin} + a^{\rm UV}(\Delta_{\rm UV} + \ln\frac{\mu^2_{\rm UV}}{Q^2}) \\
&+ a^{\rm IR}_2(\Delta^{(2)}_{\rm IR} + \Delta^{(1)}_{\rm IR}\ln\frac{\mu^2_{\rm IR}}{Q^2} + \frac{1}{2}\ln^2\frac{\mu^2_{\rm IR}}{Q^2}) + \tilde{a}^{\rm IR}_1(\Delta^{(1)}_{\rm IR} + \ln\frac{\mu^2_{\rm IR}}{Q^2}) \\
&= T^N_{\rm fin}(\mu^2_{\rm UV}, \mu^2_{\rm IR}) + a^{\rm UV}\Delta_{\rm UV} + a^{\rm IR}_2(\Delta^{(2)}_{\rm IR} + \Delta^{(1)}_{\rm IR}\ln\mu^2_{\rm IR}) + a^{\rm IR}_1\Delta^{(1)}_{\rm IR}
\end{aligned}
\tag{5}
$$