

# Data Structure

grayson  
2022-07-13



# 0.0 B

1            B        B+

1.            Binary Search Tree, BST

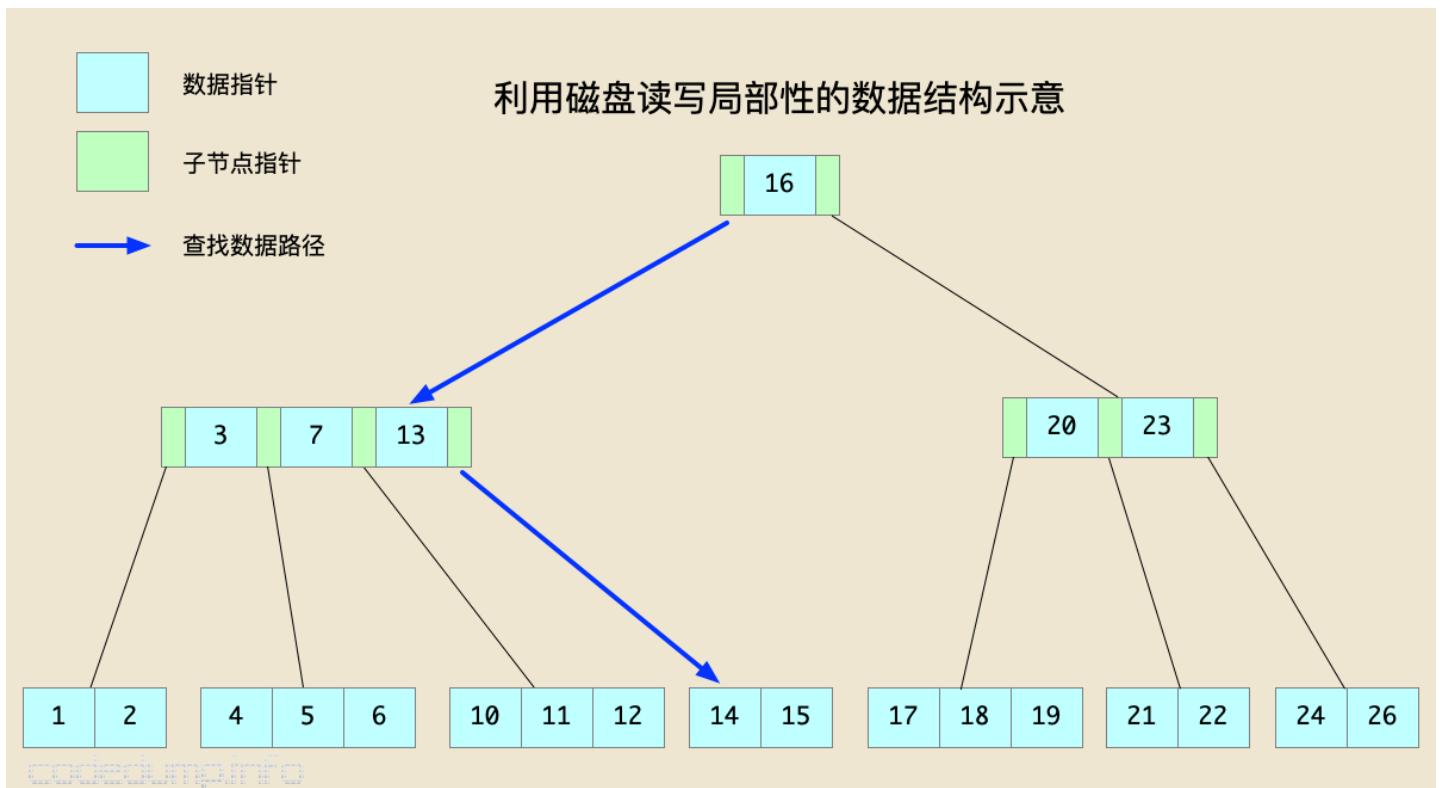
2.

3.            BST

4.            14            [3,7,13]

1.

2.



MySQL

1.

1.

2.

IO

IO

## 2 B

---

### 2.1 B

1. B
  1. Internal Node
  2. Leaf Node
2.  $B^+$  **B+**
3. B degree  $\$t\$$
4. B
  - 1.
  - 2.
  3.  $+1$
  - 4.
  5.  $\$[t-1,2t-1]\$$ 
    1.  $\$ t - 1 \$$
    2.  $\$ 2t - 1 \$$
5. B  $\$t\$$  2 key  
value
  1.  $\$t=2\$$   $\$[1,3]\$$
  - 2.
  3. 3  $\$[1,2]\$$  3  $\$[4,5,6]\$$  3



### 2.2 B

- B B B
- 2.1
1. B
  2. **B**  $\$y\$$   $\$ 2t-1 \$$   $\$t-1 \$$   
 $\$y\$$   $\$y\$$

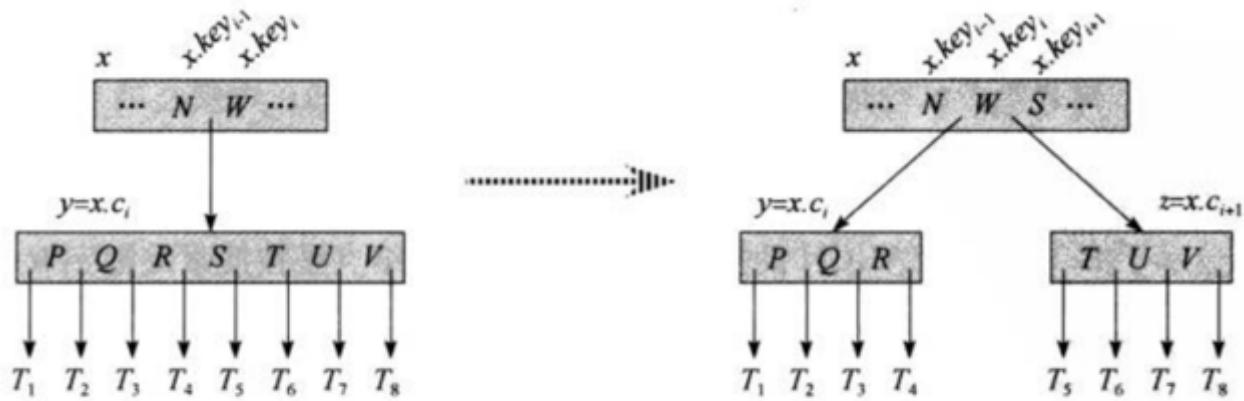


图 18-5 分裂一个  $t=4$  的结点。结点  $y=x.c_i$  分为两个结点  $y$  和  $z$ ,  $y$  的中间关键字  $S$  被提升到  $y$  的父结点中

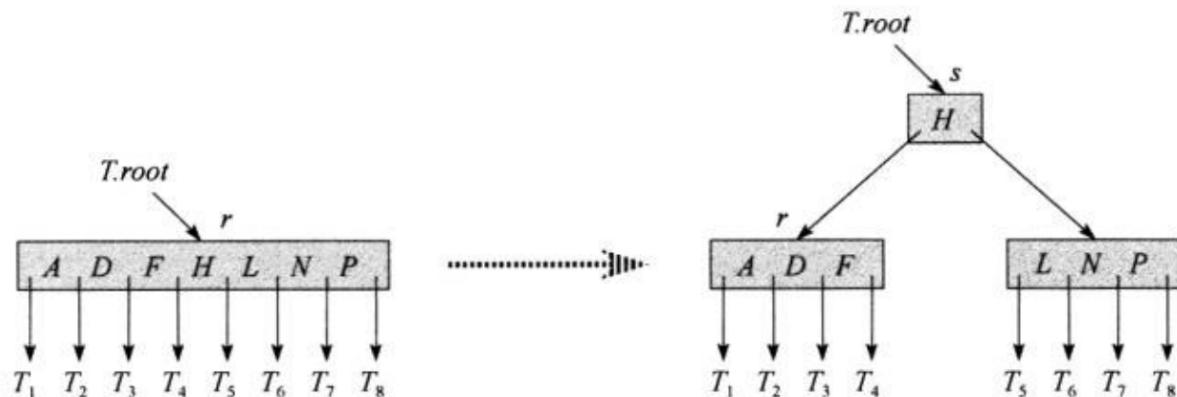


图 18-6 分裂  $t=4$  的根。根结点  $r$  一分为二，并创建了一个新结点  $s$ 。新的根包含了  $r$  的中间关键字，且以  $r$  的两半作为孩子。当根被分裂时，B 树的高度增加 1

3.

\$y\$

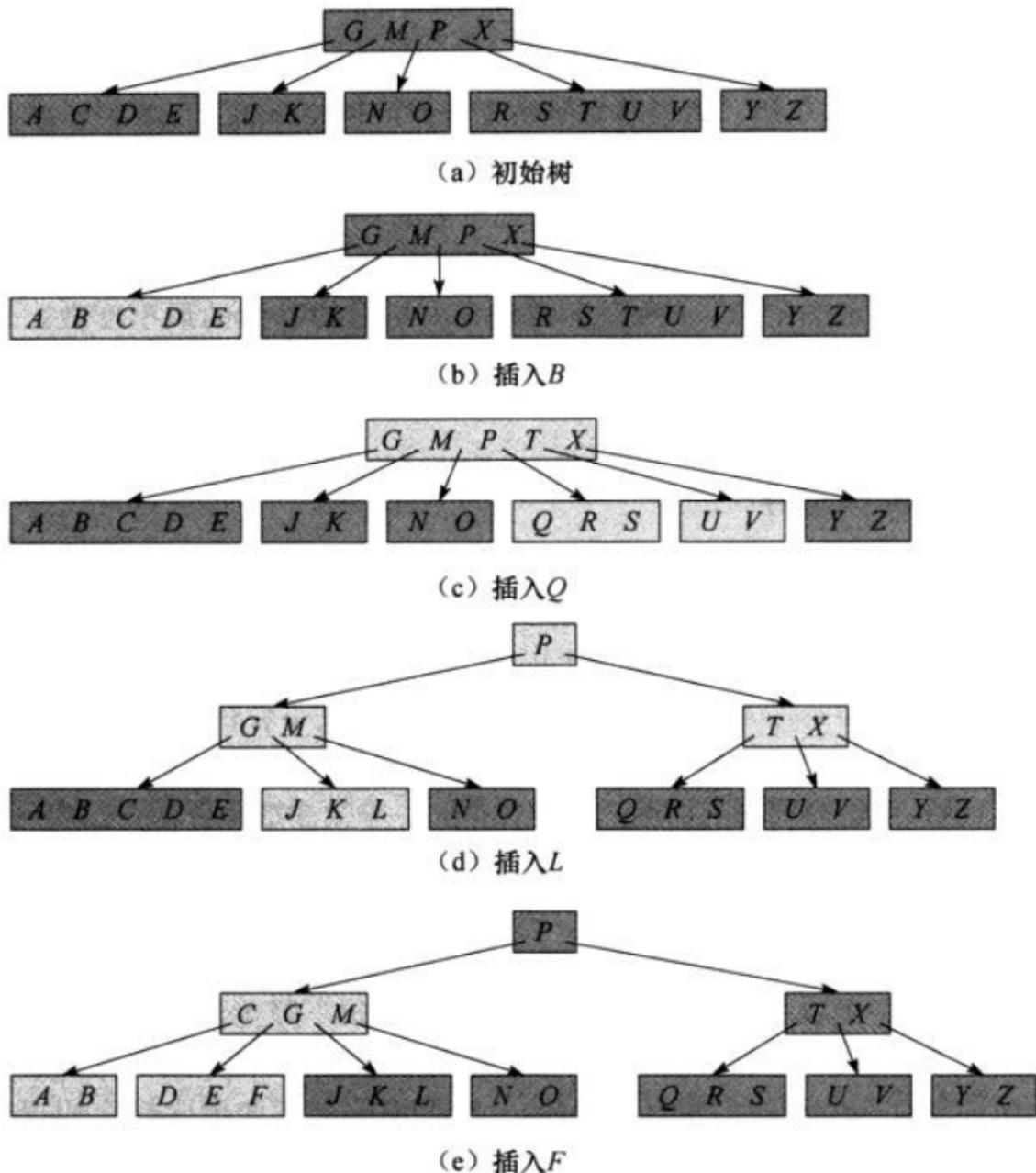


图 18-7 向 B 树中插入关键字。这棵 B 树的最小度数  $t$  为 3，所以一个结点至多可包含 5 个关键字。在插入过程中被修改的结点由浅阴影标记。(a)这个例子初始时的树。(b)向初始树中插入 B 后的结果；这是一个对叶结点的简单插入。(c)将 Q 插入前一棵树中的结果。结点 RSTUV 被分裂为两个分别包含 RS 和 UV 的结点，关键字 T 被提升到根中，Q 被插入两半的最左边(RS 结点)。(d)将 L 插入前一棵树中的结果。由于根结点是满的，所以它立即被分裂，同时 B 树的高度增加 1。然后 L 被插入包含 JKL 的叶结点中。(e)将 F 插入前一棵树中的结果。在将 F 插入两半的最右边(DE 结点)之前，结点 ABCDE 会进行分裂

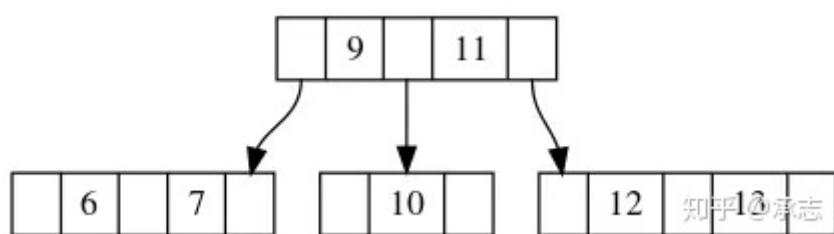
## 2.2.1

### 2.2.1.1

1.

2.

1.



2.

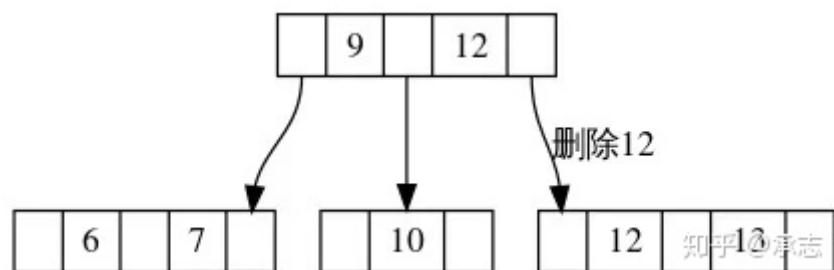
11

12

12

11

12



3.

#### 2.2.1.2

1.

2.

1.

\$t=2\$

\$[1,3]\$

4

2.

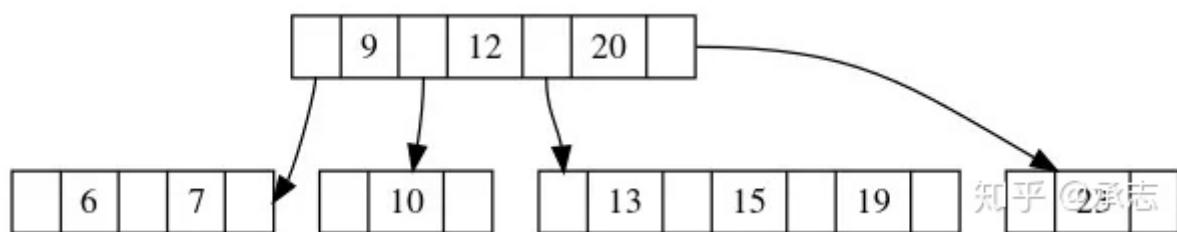
19

3

3.

10

10



#### 2.2.1.3

1.

2.

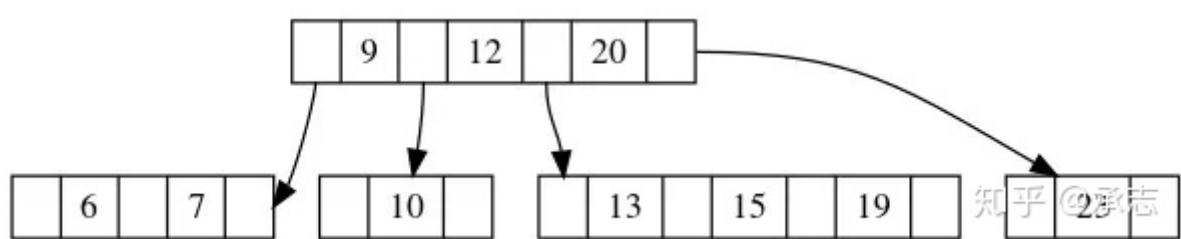
B

3.

1.

10      10

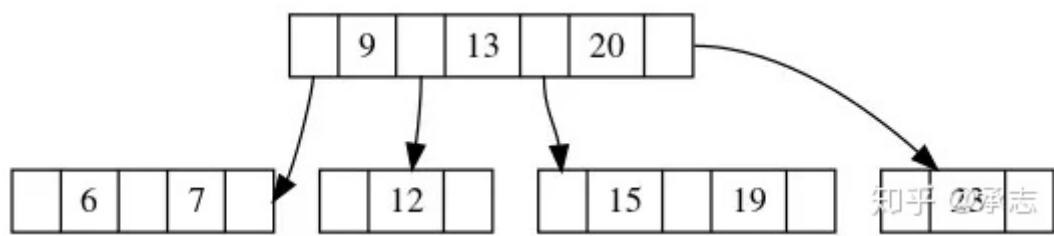
2.



3.

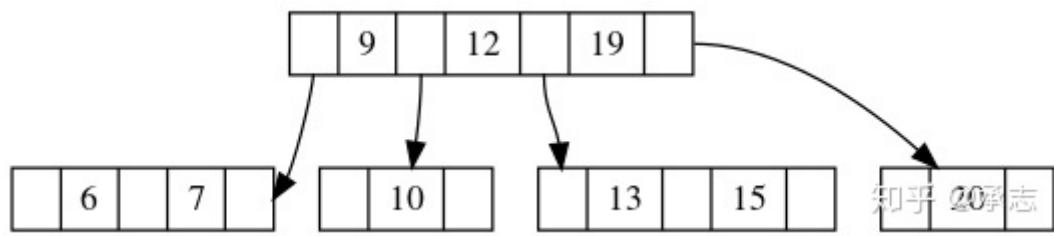
12                  13                  10                  12                  10                  13                  12

4.



5.

23



#### 2.2.1.4

1.

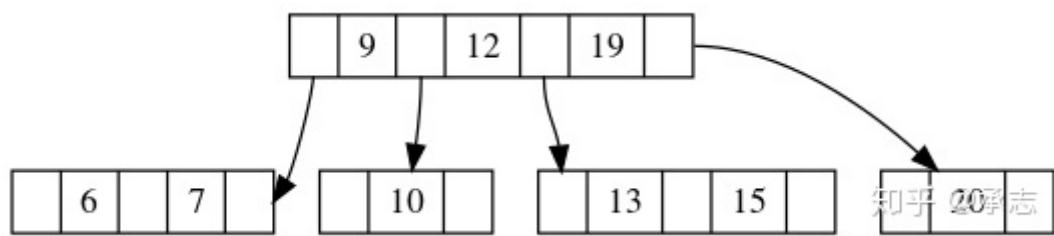
2.

B

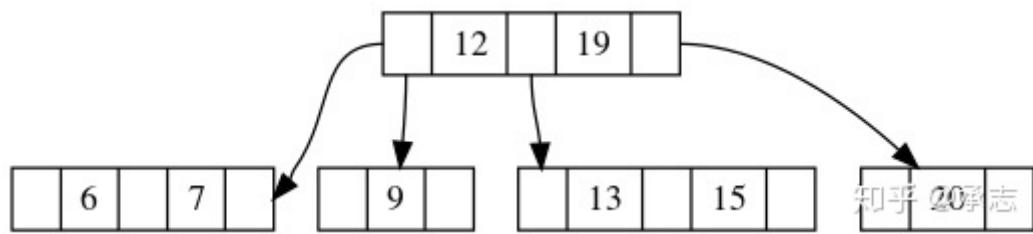
3.

1.

10



2.



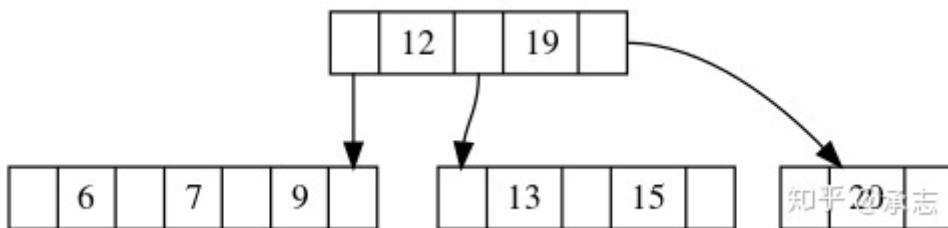
3.

4.

**B**

\$[6,7]\$ \$[9]\$

**9**



5.

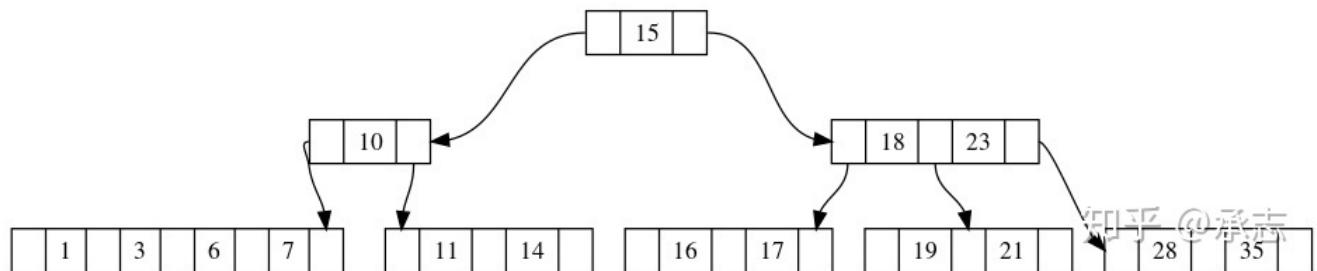
1

1. \$t=3\$

9

6

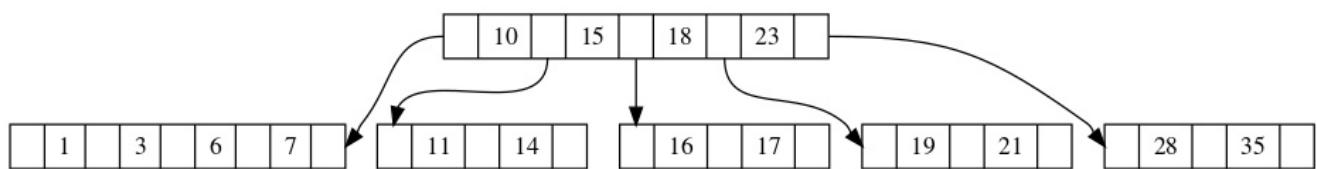
\$[1,3]\$



2.

B

\$[10]\$



3.

### 3 B+

#### 3.1 B+

1. B+ 1

B

2. B+ 1

3. B+ B

4. \$m\$ B+ \*\* \$[m/2, m-1]\$\*\*

5.

6. \$key\$ \$key\$ \$key\$ \$key\$

7. \$key\$

8.

## 2.2 B+

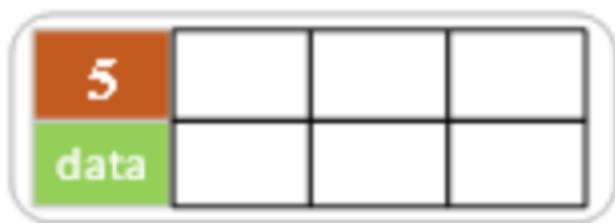
### 2.2.1

5 B+

\$[2,4]\$

1.

a) 空树中插入5



2.

1. \$key\$

2. \$key\$ \$m-1\$

3. \$m/2\$ \$m/2+1\$  
\$key\$ \$key\$

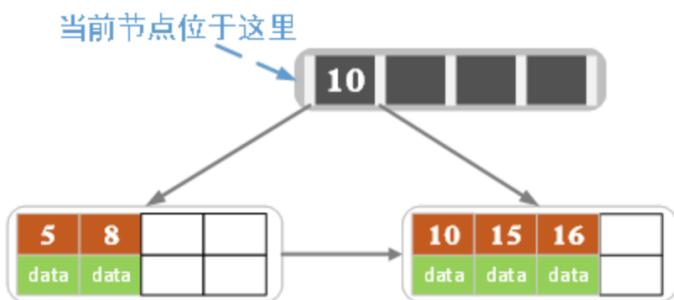
b) 依次插入8, 10, 15

5	8	10	15
data	data	data	data

c) 插入16

5	8	10	15	16
data	data	data	data	data

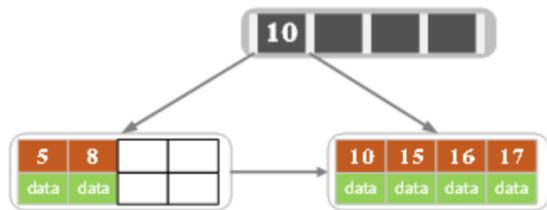
插入16后超过了关键字的个数限制，所以要进行分裂。在叶子结点分裂时，分裂出来的左结点2个记录，右边3个记录，中间key成为索引结点中的key，分裂后当前结点指向了父结点（根结点）。结果如下图所示。



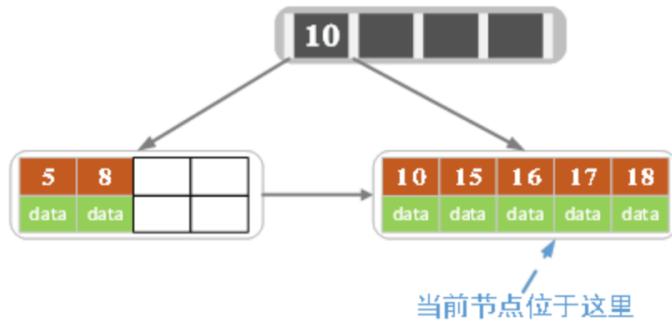
3.

1.      \$key\$                          \$m-1\$
2.                                      \$m/2\$    \$key\$  
    \$key\$
- 3

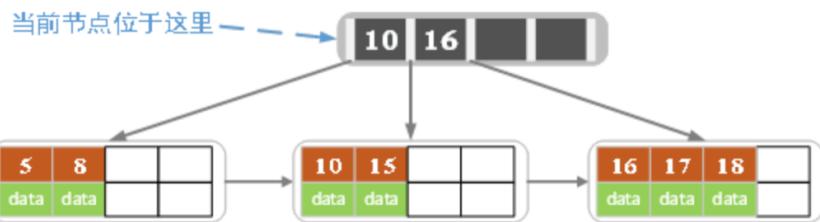
d) 插入17



e) 插入18，插入后如下图所示

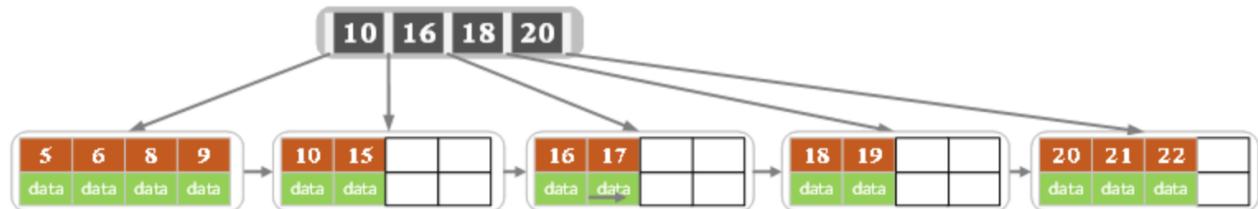


当前结点的关键字个数大于5，进行分裂。分裂成两个结点，左结点2个记录，右结点3个记录，关键字16进位到父结点（索引类型）中，将当前结点的指针指向父结点。

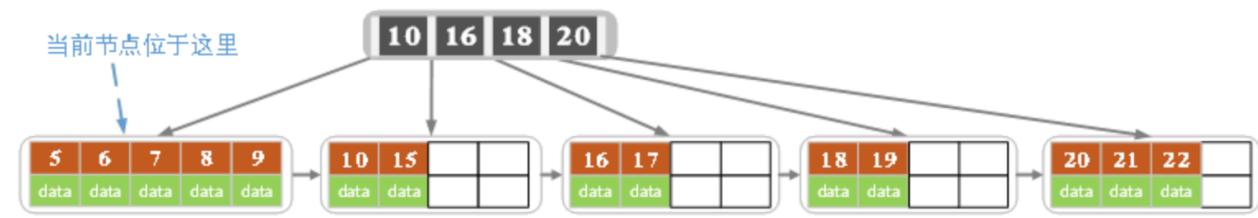


当前结点的关键字个数满足条件，插入结束。

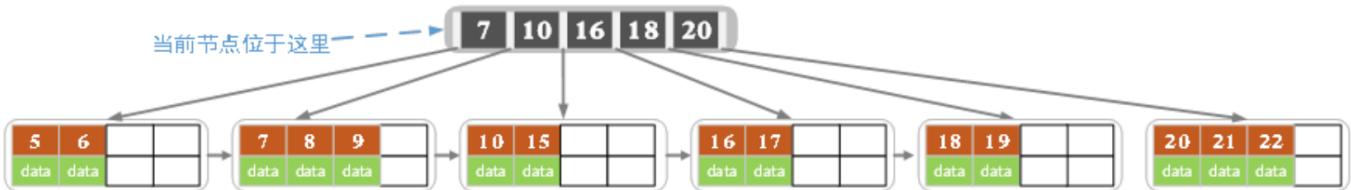
f) 插入若干数据后



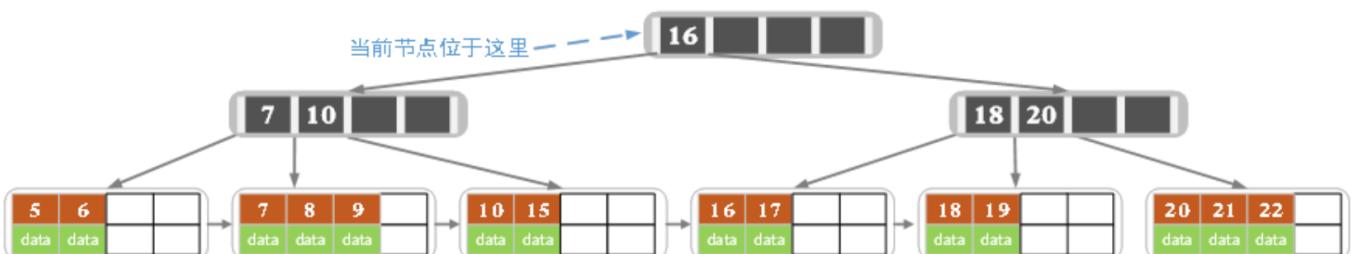
g) 在上图中插入7，结果如下图所示



当前结点的关键字个数超过4，需要分裂。左结点2个记录，右结点3个记录。分裂后关键字7进入到父结点中，将当前结点的指针指向父结点，结果如下图所示。



当前结点的关键字个数超过4，需要继续分裂。左结点2个关键字，右结点2个关键字，关键字16进入到父结点中，将当前结点指向父结点，结果如下图所示。



当前结点的关键字个数满足条件，插入结束。

5 B+

\$[2,4]\$

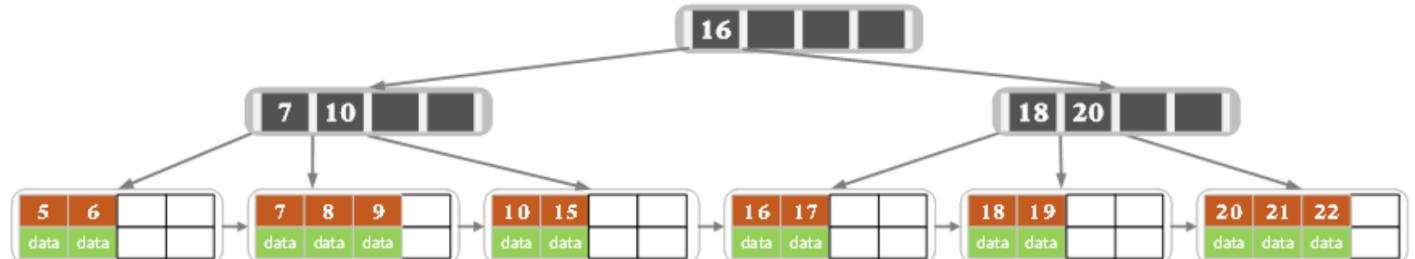
1. \$key\$

2. \$key\$

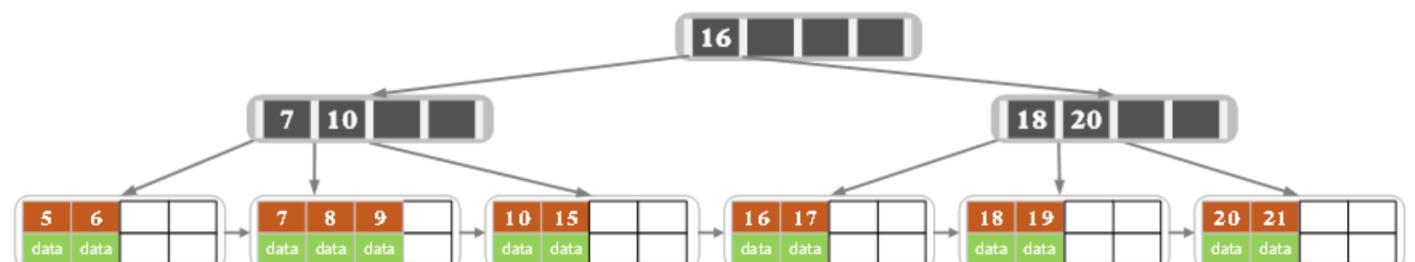
\$key\$

\$m/2\$

a) 初始状态



b) 删除22,删除后结果如下图



删除后叶子结点中key的个数大于等于2, 删除结束

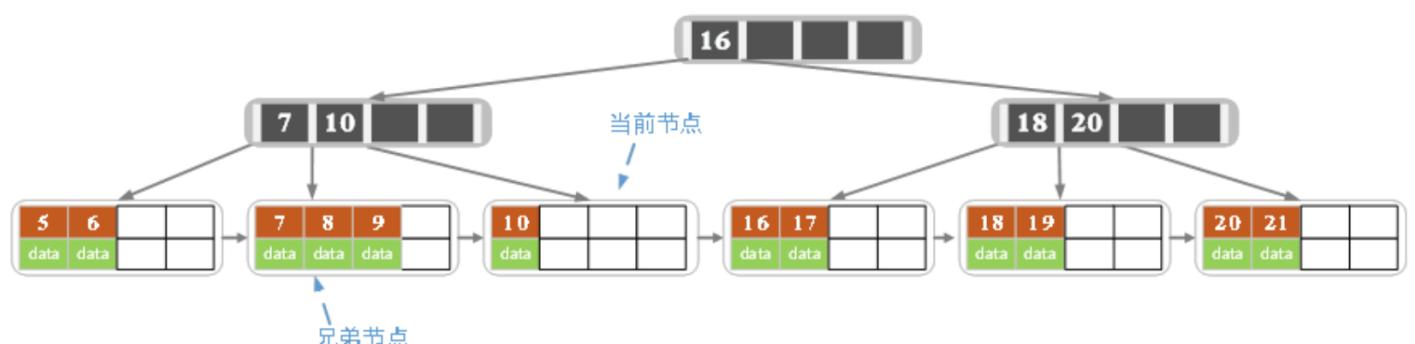
3. \$key\$

B+

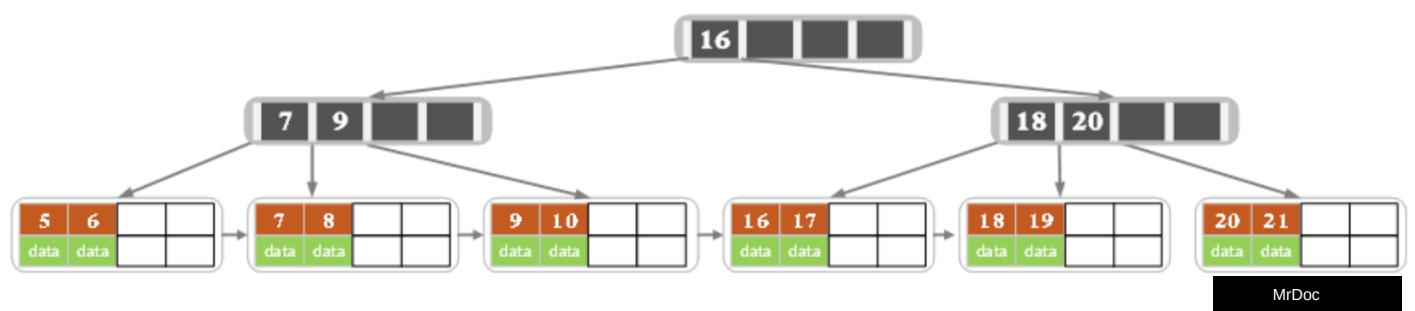
\$key\$

\$key\$

c) 删除15, 删除后的结果如下图所示



删除后当前结点只有一个key,不满足条件, 而兄弟结点有三个key, 可以从兄弟结点借一个关键字为9的记录,同时更新将父结点中的关键字由10也变为9, 删除结束。



4.

\$key\$

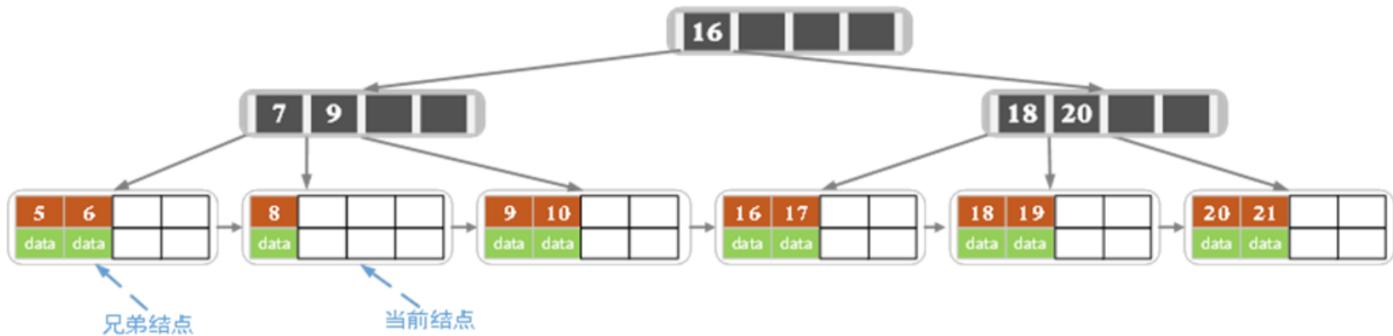
\$key\$

\$key\$

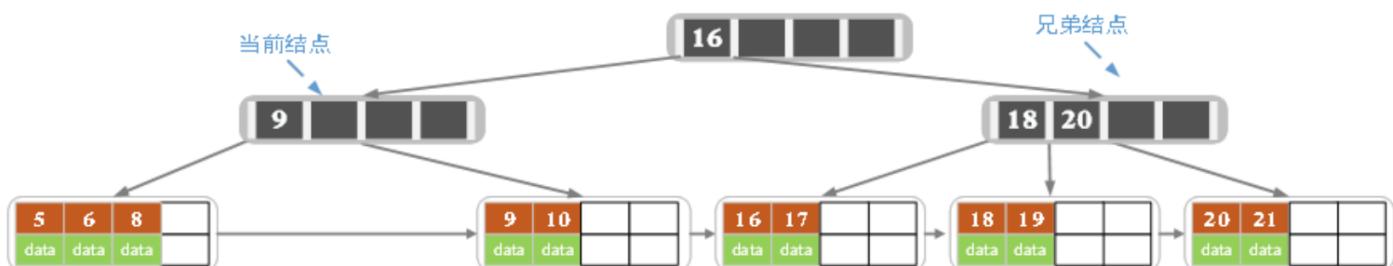
1. \$key\$ \$m/2\$
2. \$key\$ \$key\$
3. \$key\$

4

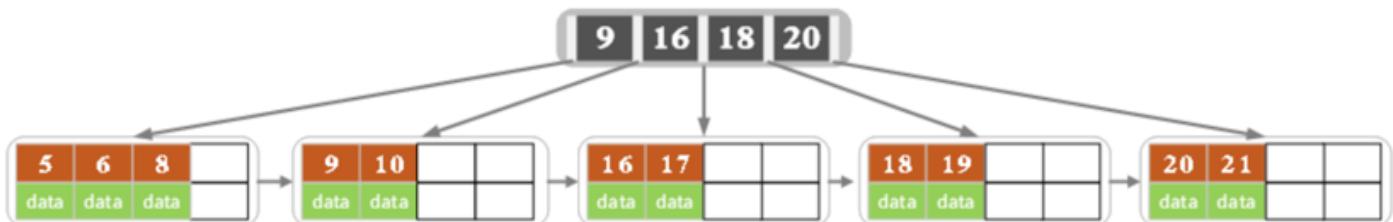
d) 删除7, 删除后的结果如下图所示



当前结点关键字个数小于2, (左) 兄弟结点中的也没有富余的关键字 (当前结点还有个右兄弟, 不过选择任意一个进行分析就可以了, 这里我们选择了左边的), 所以当前结点和兄弟结点合并, 并删除父结点中的key, 当前结点指向父结点。



此时当前结点的关键字个数小于2, 兄弟结点的关键字也没有富余, 所以父结点中的关键字下移, 和两个孩子结点合并, 结果如下图所示。



5.

B+

\$key\$

## 4 B+

InnoDB

B+

1. B+

B

2.

1. SQL

select \* from tbl where t > 10

B+

10

\$next\$

2. B

1. B B+

2.

3. — B-

4. B B+

5. B B+

6. B+

7. MySQL B+

# 0.1

\$h\$

\$O(h)\$

" "

\*\*

\$O(lgn)\$\*\*

## 1

1. RED BLACK

2

2. \$color\$ \$key\$ \$left\$ \$right\$ \$p\$  
\$NIL\$ \$NIL\$

3.

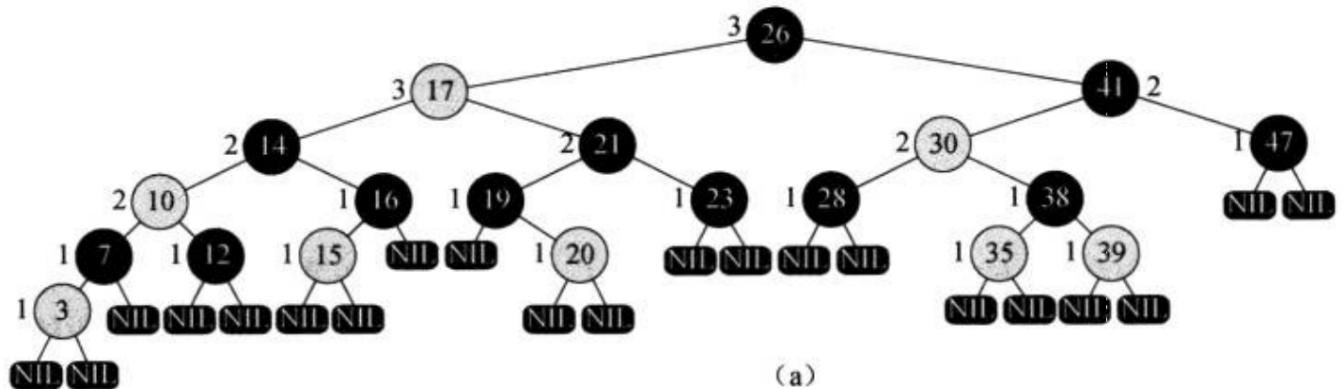
1.

2.

3. \$NIL\$

4.

5.



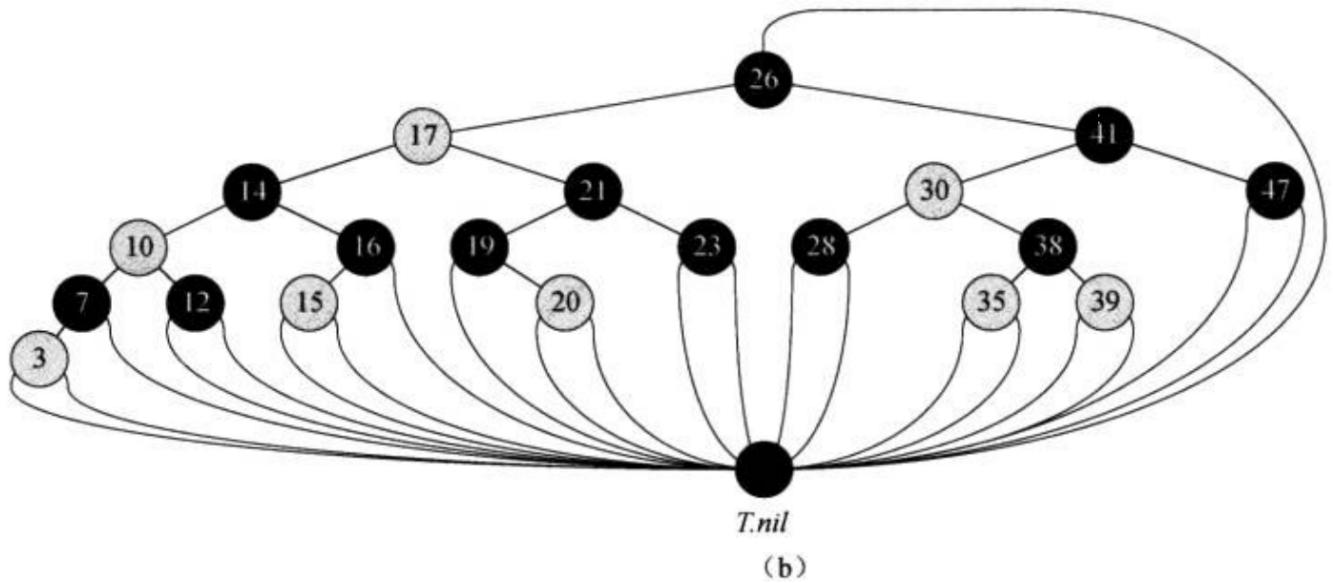
(a)

\$NIL\$

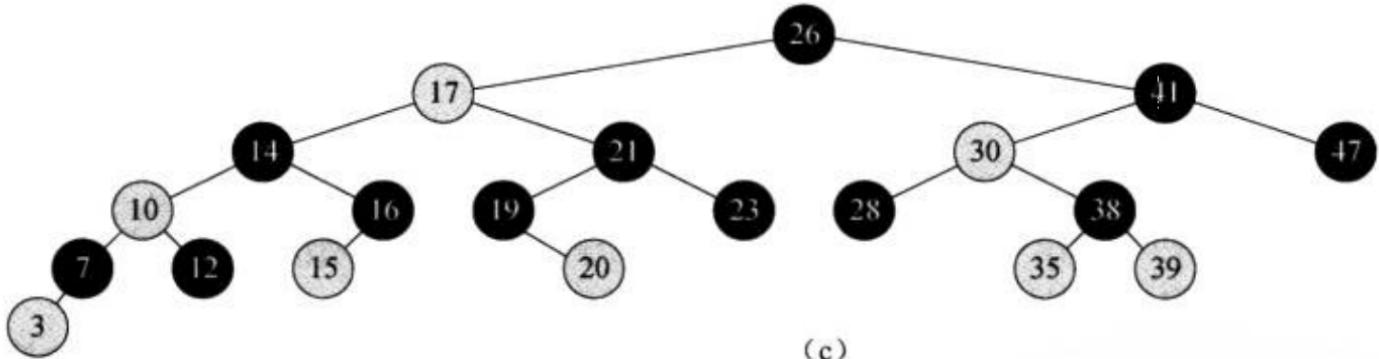
4. \$NIL\$\*\*

1. \$color\$ BLACK \$p\$  
\$left\$ \$right\$ \$key\$ \$NIL\$ \$T.nil\$

2.

 $\$x\$$      $\$NIL\$$  $\$NIL\$$  $\$x\$$  $\$NIL\$$  $\$T.nil\$$  $\$NIL\$$  $\$p\$$   $\$left\$$   $\$right\$$   $\$key\$$ 

5.



6.

 $\$x\$$  $\$bh(x)\$$ 

5

7. \*\*

 $\$n\$$  $\$2\lg(n + 1)\$**$ 

2

## 2.1

1.

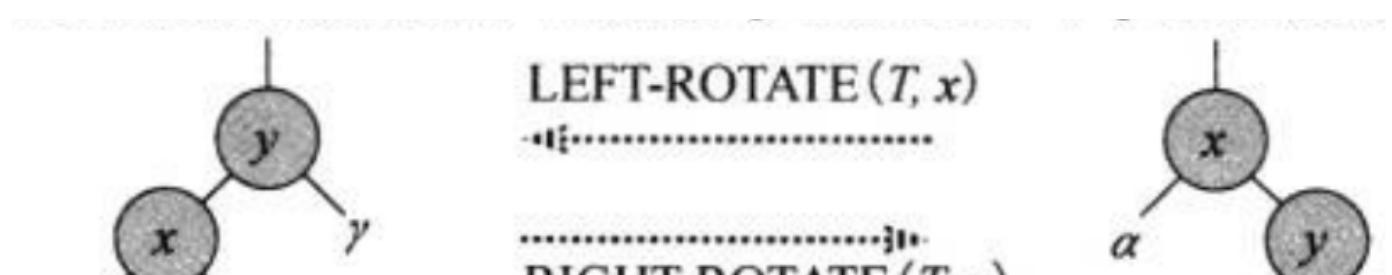
 $\$n\$$  $\$O(\lg n)\$$ 

2.

1.      \$x\$                \*\*                \$y\$                \$T.nil\$\*\*    \$x\$                \$T.nil\$

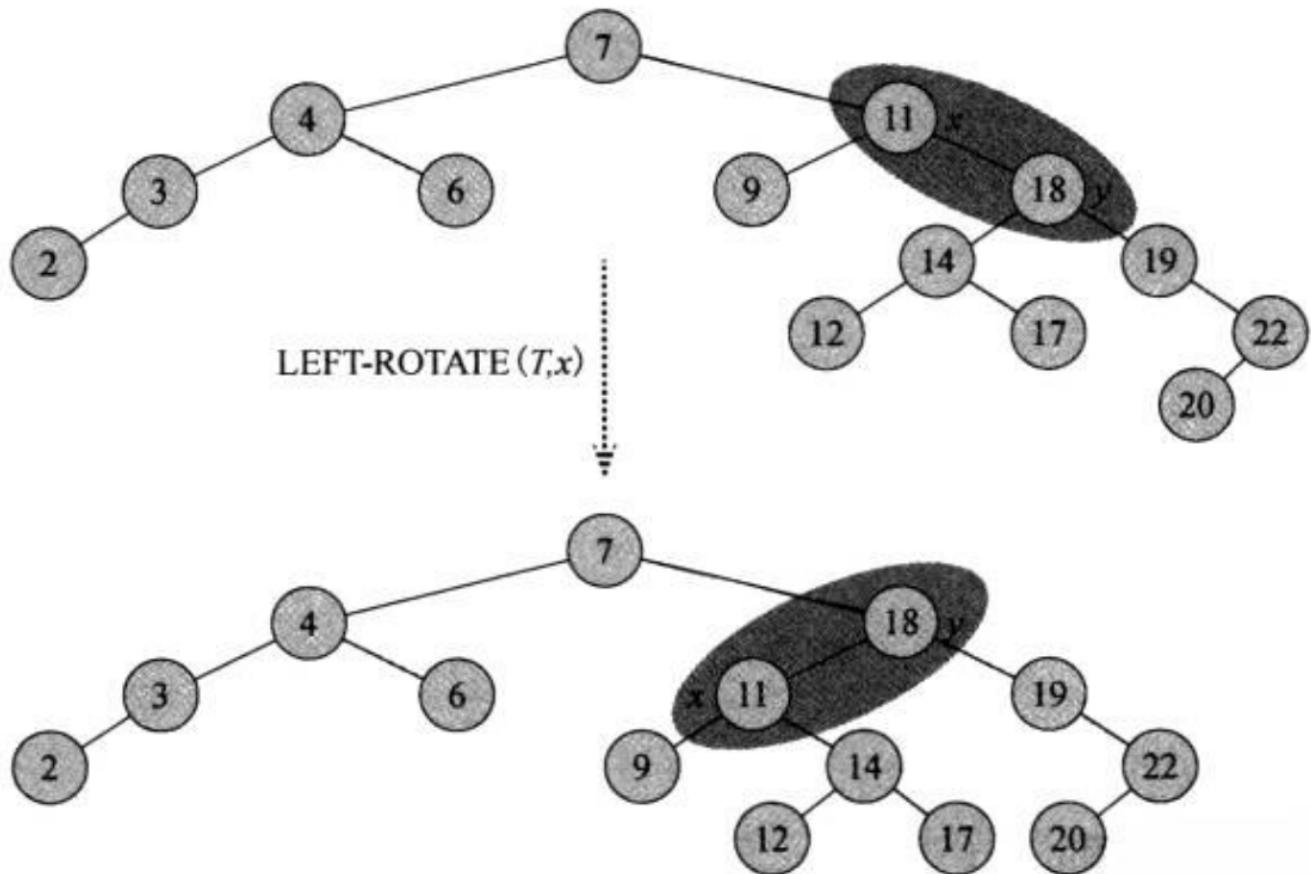
2.      \$x\$    \$y\$        “ ”                \$y\$                \$x\$            \$y\$                \*\*\$y\$                \$x\$

\*\*



3.

1.       $O(1)$



## 2.2

1.       $O(lgn)$                  $n$

2.      \$z\$                \$z\$

1.      1            3                \*\*                \$T.nil\$\*\*

2. 5 \$z\$ \$z\$

3. 2 4 \$z\$ \$z\$

1. \$z\$ 2

2. \$z\$ 4

3. 6  
\$z\$ \$z.p\$ \$z\$ \$z.p.p\$ \$z.p\$

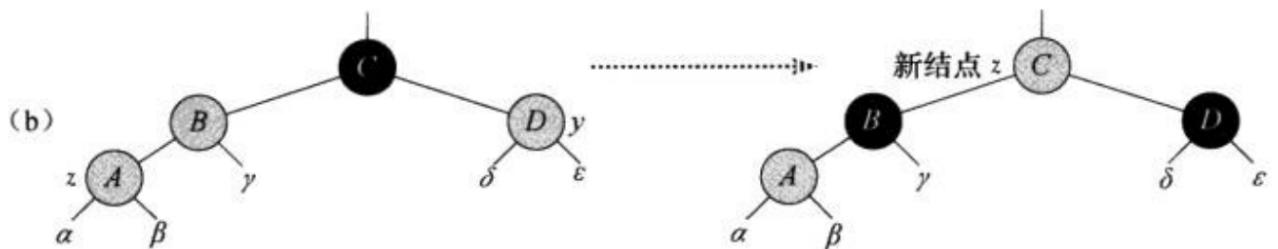
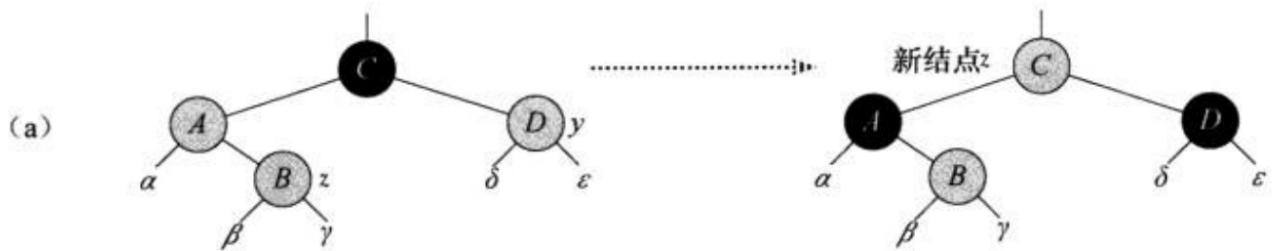
1. \$z\$ “ ” \$y\$

1. \$z.p\$ \$y\$ 4

2. \$z.p.p\$ \$z.p\$ \$y\$ \$z\$ \$z.p\$ \$z.p.p\$  
5

3. \$z\$ \$z.p.p\$ \$z\$ \$z\$

4. 4 \$z\$



2. \$z\$ \$y\$ \$z\$

3. \$z\$ \$y\$ \$z\$

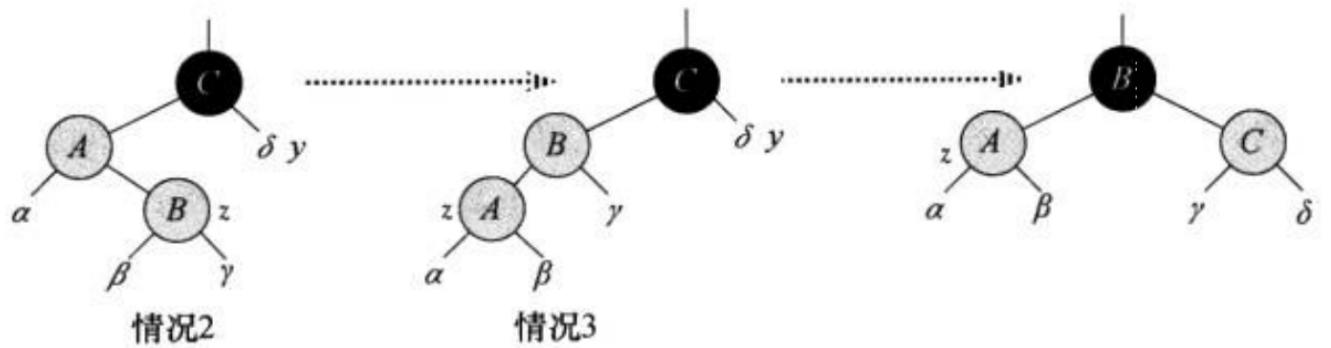
1. 2 3 \*\*\$z\$ \$y\$ \$z\$ \$z.p\$ \*\*

2. 2 \$z\$ 3 \$z\$ \$z\$ \$z\$

\$z.p\$

5

5



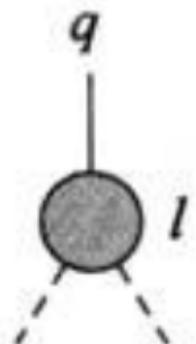
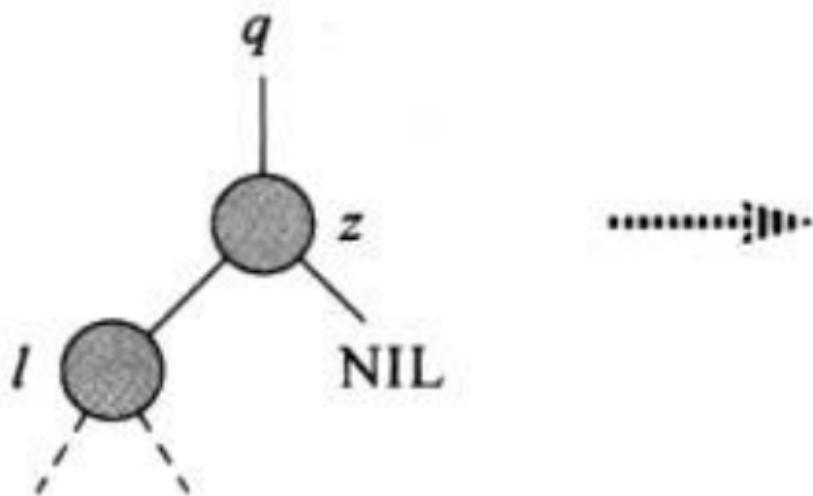
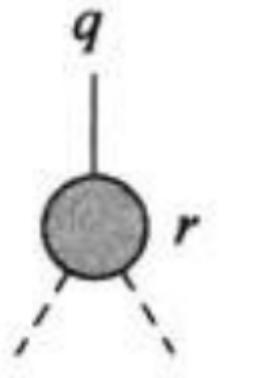
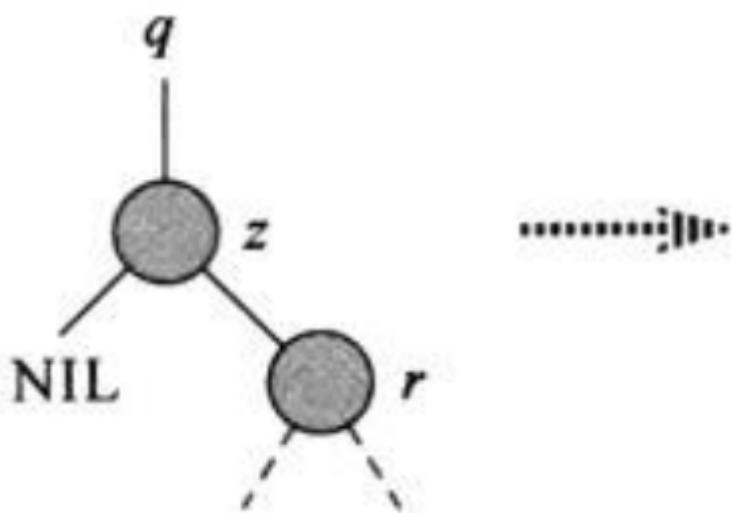
## 2.3

1. 5
2. 4

### 2.3.1

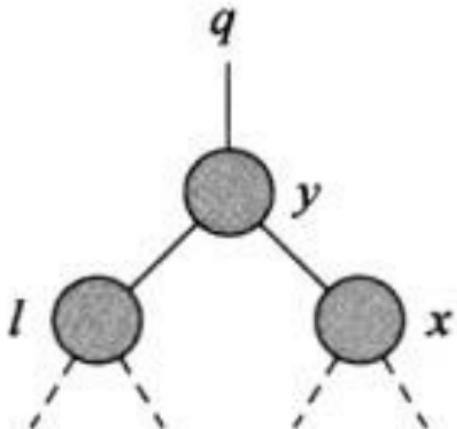
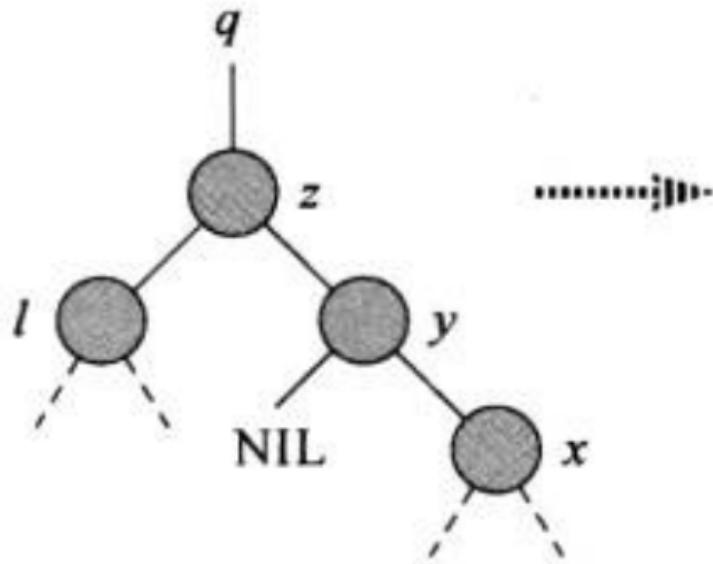
- 1.

  1. \$z\$ \*\* \$NIL\$ \$z\$\*\*
  2. \$z\$ \$z\$ \$z\$ \$z\$ \$z\$\*\*

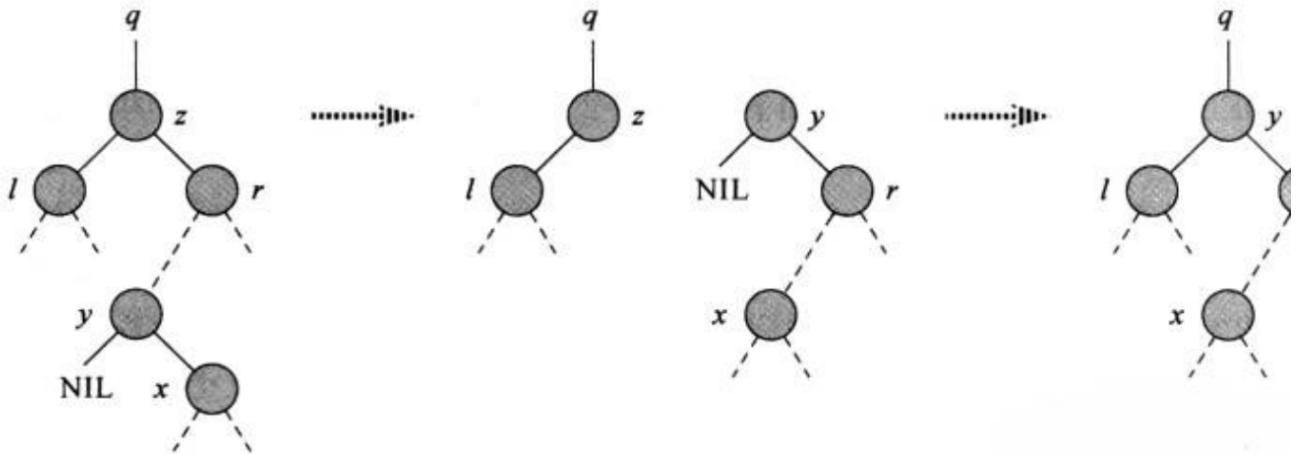


3.     \$z\$                        \*\*     \$z\$                        \$y\$\*\*     \$z\$

1.     \$y\$     \$z\$                        \$y\$     \$z\$                        \$y\$



2. \$y\$ \$z\$ \$z\$ \$y\$ \$y\$ \$z\$\*\*



### 2.3.2

1. \$x\$ \$x\$ \$x\$ \$x\$ \$x\$ \$x\$

1. \$x\$ \$w\$

1.	\$x\$	\$x.p\$	\$x\$	\$x.p\$		
2.	\$x\$	\$B\$		\$B\$	1	\$B\$
	\$bh\_a = bh\_b = bh\_r - 1\$    \$bh\_r = bh\_d = bh\_e = bh\_f\$					
3.	\$B\$		\$B\$	\$D\$	2 3 4	\$x\$
	\$A\$	\$B\$				

2. \$x\$ \$w\$ \$w\$

1.	1	\$B\$	**	\$bh\_a = bh\_b = bh\_r = bh\_d = bh\_e = bh\_f\$**	\$B\$	
	\$bh\_a + 1\$		\$bh\_r + 2\$			
2.	\$D\$		\$B\$	\$B\$	1	\$B\$

1. \$B\$ Case 2.1 \$B\$ \$B\$

2. \$B\$ \$B\$ \$B\$ \$x\$

3. \$x\$ \$w\$ \$w\$ \$w\$

1.	2	4	
1.	1. \$x.p\$		
	2. c\$x.p\$		
2.	\$w\$	\$w\$	
1.	\$w\$	**	\$bh\_r = bh\_d = bh\_e + 1 = bh\_f + 1\$**
2.	\$w\$	\$C\$	

1.	\$w\$	\$bh_r\$	\$bh_e + 1 = bh_r\$	\$w\$
2.	\$D\$	\$bh_d\$	\$bh_e + 1 = br_d\$	\$D\$
3.		\$B\$		4
4.	\$x\$	\$w\$	\$w\$	4

1.	\$w\$	
2.	\$B\$	\$B\$
B	\$D\$	\$B\$
		\$E\$
		\$B\$
		1

1.	\$w\$	
2.	\$B\$	\$B\$
	\$D\$	\$B\$
		\$B\$
		\$D\$
		2
3.	\$w\$	
1.	\$w\$	
2.	\$B\$	\$B\$
	\$D\$	B
		\$B\$
		\$D\$
		\$x\$
		2
		\$x\$

1.	\$w\$	
2.	\$B\$	\$B\$
	\$D\$	B
		\$B\$
		\$D\$
		\$x\$
		2
		\$x\$

1	2	3	4	\$x\$	\$x\$
---	---	---	---	-------	-------

3

---

1.	\$O(\lg n)\$	2	2
2.	\$O(\lg n)\$	3	3

- 1.
- 2.
3. (R-B tree)