

MO420 - TP de Geração de Colunas

RA009206 - Luís Guilherme Fernandes Pereira

RA044072 - Igor Ribeiro de Assis

Trabalho 2 - 1o semestre de 2009

1 Introdução

Neste trabalho prático, estudamos o problema de geração de colunas, implementamos essa técnica no resolvidor XPress e usamo-la para resolver o problema de *multi-item capacitated lot sizing* (MILSP).

2 Descrição

Este trabalho consistiu nas seguintes atividades:

1. Implementação de um algoritmo de geração de colunas para resolução do MILSP. Para isso foram necessárias uma política de geração de colunas iniciais e uma regra para geração de colunas posteriores.
2. Geração de limitantes duais a partir da resolução dos problemas mestre restritos.
3. Formulação inteira do ULS, que foi utilizado como problema de pricing.
4. Resolução determinística do ULS, utilizando o algoritmo de programação dinâmica de Wagner e Within.

3 Implementação

A política de geração de colunas iniciais foi da seguinte forma: geramos uma matriz identidade para termos uma base viável, e outros $M * T$ esquemas, um para cada produto em que no esquema t do produto k é produzida toda a demanda dos períodos de $t..T$ e nos períodos de $1..t - 1$ é produzida a

demanda do período. Observe que da forma como as colunas iniciais são geradas não necessariamente se tem uma solução do MILSP¹.

Note que (na maioria dos casos) as colunas da matriz identidade não formam esquemas de produção e portanto não são válidas, por isso a estas colunas são atribuídos custos bastante altos de forma que sejam escolhidas para sair da base conforme colunas vão sendo geradas pelo *pricing*. Vale dizer também que mesmo as colunas geradas pelo *pricing* podem não ser válidas já que estas são soluções do ULS e podem violar a capacidade de produção C_t da máquina.

Geramos limitantes duais quando o valor da solução do problema de *pricing* é igual a zero, isto é, não existe coluna que possa entrar na base e portanto chegamos ao ótimo do problema mestre relaxado. Também, a cada solução inteira, temos limitantes primais.

A formulação inteira para o ULS foi da forma:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{t=1}^n p_t x_t + \sum_{t=1}^n h_t s_t + \sum_{t=1}^n f_t y_t \\
s.a \quad & s_{t-1} + x_t = d_t + s_t & \forall t \in \{1..n\} \\
& x_t \leq M y_t & \forall t \in \{1..n\} \\
& s_0 = 0, s_t, x_t \geq 0, y_t \in \{0, 1\}
\end{aligned}$$

A formulação utilizada não é a melhor no sentido de que há formulações compactas do ULS que descrevem a envoltória convexa deste problema [Wol00], no entanto a escolha desta formulação se deve ao fato de ser mais direta a transformação de sua solução em planos de produção (colunas) da formulação do MILSP utilizada.

Para resolver o ULS foi utilizada o resolvidor de MIP do XPress, aqui é um ponto que seria vantajoso utilizar a formulação que descreve a envoltória convexa pois poderia ser utilizado um resolvidor de programação linear (Simplex) mais rápido que um de MIP já que na maioria dos casos os resolvidores de PLI utilizam algoritmos como o Simplex em subrotinas que calculam limitantes.

Como se conhece uma formulação compacta que descreve a envoltória convexa do ULS é de se esperar que se tenham algoritmos combinatórios para resolvê-lo, que é o caso. O algoritmo de Wagner e Within foi implementado em $O(n^2)$.

¹As colunas (por produto) formam uma matriz triangular superior, portanto a chance de conflitos grande.

Preocupamo-nos em escrever um código que fosse reutilizável, isto é, dado um novo par “problema mestre”-“problema restrito”, basta implementar duas classes em C++ segundo certa interface padrão, e poderemos utilizar nosso código sem outras alterações para fazer a geração de colunas via XPress.

4 Análise de resultados

Muito provavelmente devido à escolha inicial de colunas, muitos testes apresentaram resultados muito altos. No diretório Testes do trabalho, além da saída completa, poder-se-á ver a evolução das iterações e o resultado final.

Comparando resultados de solução optima entre T1 e T2 encontramos resultados muitas vezes idênticos. Contudo, T1 não nos dá a garantia de uma solução ótima. Infelizmente não conseguimos fazer testes mais aprofundados com T2 para comparar os resultados.

5 Limitantes Duais e Primais

Referências

- [Wol00] L.A. Wolsey. *Integer programming*. Wiley Interscience Publications, 2000.

Instância	Lim. Dual	Lim. Primal	Instância	Lim. Dual	Lim. Primal
test0120.0	480896.047	143179158	test0351.0	324970.969	45998390
test0120.3	3363520.820	∞	test0351.3	1873280.100	329753654
test0121.0	480889.553	143179158	<u>test0352.0</u>	222819.000	222819
test0121.3	3362710.108	3403193	test0352.3	1266895.667	1428860
test0122.0	344639.273	104603408	test0353.0	229579.690	11776115
test0122.3	2372076.235	463382663	<u>test0353.3</u>	1319711.000	1319711
test0123.0	344591.388	104603408	test0354.0	377573.016	87463011
test0123.3	2371498.517	463382663	test0354.3	2169185.081	∞
test0124.0	344576.973	104603408	test0355.0	279773.419	41127791
test0124.3	2371344.766	463382663	test0355.3	1569293.198	286818785
<u>test0331.0</u>	75111.000	75111	<u>test0356.0</u>	1147290.000	1147290
<u>test0331.3</u>	581191.000	581191	<u>test0356.3</u>	6415886.000	6415886
test0332.0	74411.775	17164456	test0357.0	901376.500	903977
test0332.3	558901.001	157261626	<u>test0357.3</u>	5214907.000	5214907
test0333.0	86497.000	86496	<u>test0358.0</u>	973344.000	973344
test0333.3	698397.554	698536	test0358.3	5632095.000	5632094
test0334.0	83467.000	19549042	<u>test0359.0</u>	1127352.000	1127352
<u>test0334.3</u>	677190.000	677190	test0359.3	6438016.000	6439752
test0335.0	84536.983	90550	<u>test0360.0</u>	1053007.000	1053007
<u>test0335.3</u>	629628.000	629628	test0360.3	6091044.667	6116917

Tabela 1: Melhores limitantes duais e primais encontrados