

## Übung 1

### Zugstab mit elastischer Bettung – Methode der gewichteten Residuen (starke Form)

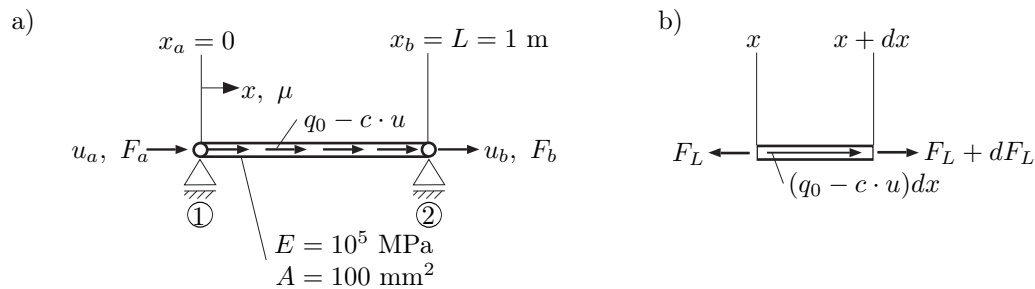


Abbildung 1: a) Zugstab mit elastischer Bettung, b) differentielles Stabelement

Der in Abb. 1 a) dargestellte Zugstab ist am Knoten 1 mit der Verschiebung  $u_a = 0.1 \text{ mm}$ , am Knoten 2 mit der Kraft  $F_b = 10^4 \text{ N}$  und der konstanten Streckenlast  $q_0 = 100 \text{ N/mm}$  belastet. Unter Berücksichtigung der verschiebungsproportionalen elastischen Bettung  $q_c = c \cdot u$  ist anhand eines differentiellen Stabelements die Differentialgleichung (DGL) der Randwertaufgabe (RWA) herzuleiten.

Mittels der „Methode der gewichteten Residuen“ ist mit dem polynomialen Verschiebungsansatz

$$u(\mu) = u_0 + u_1\mu + u_2\mu^2, \text{ mit } \mu = x/L$$

eine Näherungslösung zu ermitteln. Bestimmen Sie die Ansatzfreiwerte mittels:

1. Kollokationsmethode
2. Methode der Momente
3. Verfahren von Galerkin
4. Verfahren vom Minimum des Fehlerquadratintegrals

für die Fälle a)  $c = 0 \text{ N/mm}^2$  und b)  $c = 100 \text{ N/mm}^2$  und vergleichen Sie die Ergebnisse mit der exakten Lösung.

#### Analytische Lösung:

$c = 0$  :

$$u(x) = -\frac{q_0}{2EA}x^2 + C_0x + C_1$$

mit

$$C_0 = \frac{F_b + q_0L}{EA}$$

$$C_1 = u_a$$

$c \neq 0$  :

$$u(x) = C_0 + C_1e^{\beta x} + C_2e^{-\beta x}, \quad \beta^2 = \frac{c}{EA}$$

mit

$$C_0 = \frac{q_0}{c}$$

$$C_1 = \frac{(u_a - \frac{q_0}{c})e^{-2\beta L} + \frac{F_b}{\beta e^{\beta L} EA}}{1 + e^{-2\beta L}}$$

$$C_2 = \frac{u_a - \frac{q_0}{c} - \frac{F_b}{\beta e^{\beta L} EA}}{1 + e^{-2\beta L}}$$