

Travaux Dirigés de LOGIQUE

STI 3ème année

TD 6 : Logique des Prédicats

P. Clemente

1 Sémantique

1.1 Formes prénexes

Soit les formules :

- (i) $\exists x P(x) \wedge \exists x (P(x) \Rightarrow \forall y R(x, y))$
- (ii) $\forall x (P(x) \Rightarrow \exists y ((Q(y) \wedge T(y)) \Rightarrow \exists y \neg R(x, y)))$
- (iii) $P(x) \wedge \neg \exists y R(x, y) \Rightarrow \exists y (R(x, y) \wedge Q(y))$
- (iv) $\forall x \exists y \forall z \exists t \forall z \exists y \forall x \exists z S(x, y, z)$

Question 1.1.1. Mettre sous forme prénexe les 4 formules précédentes.

1.2 Formes de Skolem

Question 1.2.1. Mettre sous forme de Skolem les 4 formes prénexes obtenues à la question précédente.

1.3 Formes clausales

Question 1.3.1. Mettre sous forme clausales les 4 formes de Skolem obtenues à la question précédente.

1.4 Unification

On considère un langage \mathcal{L} comprenant une fonction binaire g , une fonction unaire f , une constante a et des variables $p, r, x, y, z, t, s, u, v, w$.

Soit les deux problèmes d'unification suivants :

1. $\{g(y, g(g(g(f(u), f(w)), g(g(t, a), x)), f(s))) = g(f(f(r)), g(g(x, g(g(t, a), g(v, p))), y))\}$
2. $\{g(x, g(f(a), g(y, x))) = g(g(g(v, w), g(t, s)), g(f(a), x))\}$

Question 1.4.1. Indiquer pour chacun des problèmes ci-dessus s'ils ont une solution d'unification. Si oui, donner un unificateur principal.

1.5 Preuve par résolution

M. Dupond possède un élevage de lapin dans lequel :

- Certains lapins sont blancs à grandes oreilles et n'ont que des enfants blancs ;
- Les lapins à grandes oreilles qui n'ont pas de dents cariées ont toujours au moins un enfant aux yeux bleus ;
- Un lapin blanc n'a jamais de carie.

Question 1.5.1. Montrer que M. Dupond a bon espoir de trouver dans son élevage un lapin blanc aux yeux bleus. Utiliser pour cela une preuve par résolution.

1.6 Raisonnement

On considère le raisonnement suivant :

- Quelques gourmets manquent de générosité.
- Tous mes oncles sont généreux.
- Donc, certains de mes oncles ne sont pas des gourmets.

On se donne les prédicats suivants avec leur signification : $go(x)$: x est un gourmet
 $ge(x)$: x est généreux $o(x)$: x est mon oncle

Question 1.6.1. Formaliser en restant le plus près possible du texte.

Question 1.6.2. Mettre, en justifiant, les prémisses et la négation de la conclusion sous forme clausale.

Question 1.6.3. Quel est l'univers de Herbrand et le système de Herbrand associés à cet ensemble de clauses ?

Question 1.6.4. Après avoir énoncé le théorème de Herbrand, conclure quant à la validité du raisonnement.

Question 1.6.5. Dans le cas où le raisonnement n'est pas valide, que faut-il modifier pour le rendre valide ?

Question 1.6.6. Après avoir rappelé le principe de résolution et le principe de réfutation, prouver par résolution avec réfutation la bonne version du raisonnement.