

# Opracowanie: NOZ

## Nożyczki

---

### HISTORIA:

- v. 1.00: , JŁ, opis rozwiązania

dokument systemu SINOL 1.9.1

---

## 1 Opis rozwiązania

Wielokąt o pionowych i poziomych bokach jest prostokątem wtedy i tylko wtedy, gdy nie posiada kątów wewnętrznych o mierze  $270^\circ$ . Oznaczmy przez  $W$  zbiór wierzchołków, które są wierzchołkami kątów o mierze  $270^\circ$ .

Dla każdego wierzchołka z  $W$  musi istnieć cięcie, które się w nim zaczyna/kończy. Co więcej, jeśli przy każdym wierzchołku z  $W$  wykonamy jakiegokolwiek cięcie, to pokroimy wielokąt na prostokąty. Najlepiej będzie oczywiście ciąć tak, aby każdym cięciem załatwić dwa wierzchołki z  $W$ .

Zbudujmy graf, w którym zbiór wierzchołków to właśnie  $W$ , a krawędź między dwoma wierzchołkami jest wtedy, gdy można zrobić cięcie przez te dwa wierzchołki. Innymi słowy, wierzchołki te leżą na jednej prostej poziomej lub pionowej i się widzą.

W tym grafie chcemy znaleźć maksymalne skojarzenie. Pierwsze radosne odkrycie jest takie, że ten graf jest dwudzielny. Ale okazuje się, że jest jeszcze lepiej: wszystkie wierzchołki mają stopień  $\leq 2$ , czyli graf składa się tylko z cykli parzystej długości i ścieżek.

Wystarczy więc policzyć ścieżki parzystej długości (na każdej takiej ścieżce „tracimy” jedną krawędź). Konstruujemy graf w  $O(n \log n)$  i liczymy.