

#### План

- ГРАФЫ. МУЛЬТИГРАФЫ. СЛОЖНЫЕ ГРАФЫ.
- СЛОЖНЫЕ СЕТИ. АНСАМБЛИ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ. СЛОЖНЫЕ СЕТИ С ЭМЕРДЖЕНТНОСТЬЮ
- ГИПЕРГРАФЫ. ГИПЕРСЕТИ. МНОГОУРОВНЕВЫЕ СЕТИ
- ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ МЕТАГРАФОВОЙ МОДЕЛИ ДАННЫХ:
  - 1. МЕТАГРАФОВАЯ МОДЕЛЬ А. БАЗУ И Р. БЛЭННИНГА
  - 2. МЕТАГРАФОВАЯ МОДЕЛЬ С МЕТАВЕРШИНАМИ
  - 3. ИЕРАРХИЧЕСКАЯ МЕТАГРАФОВАЯ МОДЕЛЬ С МЕТАВЕРШИНАМИ И МЕТАРЕБРАМИ
  - 4. АННОТИРУЕМАЯ МЕТАГРАФОВАЯ МОДЕЛЬ
  - 5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АГЕНТОВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ АННОТИРУЕМОЙ МЕТАГРАФОВОЙ МОДЕЛИ
- ПРОГРАММНАЯ ПЛАТФОРМА ОБРАБОТКИ МЕТАГРАФОВ

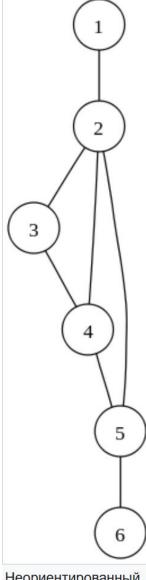
# Простые графы

#### Простой граф

**Определение.** Простой граф G(V,E) есть совокупность двух множеств – непустого множества V и множества E неупорядоченных пар различных элементов множества V . Множество V называется множеством вершин, множество E называется множеством рёбер

$$G(V,E) = \langle V,E 
angle \,, \quad V 
eq arnothing, \quad E \subseteq V imes V, \quad \{v,v\} 
otin E, \quad v \in V$$
 ,

то есть множество E состоит из 2-элементных подмножеств множества V.



Неориентированный граф с шестью вершинами и семью рёбрами

# Мультиграфы

#### Мультиграф

Мультиграф  $G(V, \mathbf{E})$  есть совокупность двух множеств – непустого множества V и мультимножества  $\mathbf{E}$  неупорядоченных пар различных элементов множества V.

$$G(V,\mathbf{E}) = \langle V,\mathbf{E} 
angle \,, \quad V 
eq arnothing, \quad \mathbf{E} \subseteq V imes V \quad \{v,v\} 
otin \mathbf{E}, \quad v \in V$$

• *Кратными рёбрами* называются одинаковые элементы мультимножества  $\{e,e,\dots,e\}\in \mathbf{E}$ , то есть ребра, чьи концевые вершины совпадают.

Другими словами Если E не множество, а семейство, то есть если  ${f E}$  содержит одинаковые элементы, то такие элементы называются кратными рёбрами, а граф называется мультиграфом

# Псевдомультиграф с кратными рёбрами (красные) и петлями (синие).

#### Псевдомультиграф

Псевдомультиграф  $G(V, \mathbf{E})$  есть совокупность двух множеств – непустого множества V и мультимножества  $\mathbf{E}$  неупорядоченных пар элементов множества V.

$$G(V, \mathbf{E}) = \langle V, \mathbf{E} 
angle \,, \quad V 
eq arnothing, \quad \mathbf{E} \subseteq V imes V$$

Другими словами Если  ${f E}$  семейство содержащее одинаковые элементы (кратные ребра) и  ${f E}$  может содержать петли, то граф называется псевдомультиграфом

#### Сложные сети

- В настоящее время термины «сложная сеть» или «комплексная сеть» (являются различными переводами англоязычного термина «complex network») и термин «сложный граф» (англ. «complex graph») часто употребляются как синонимы.
- В работе [1, стр. 14] отмечается, что термин «сложная сеть», как правило, употребляется для обозначения реальной исследуемой системы, в то время как термин «сложный граф» обычно используют для обозначения математической модели такой системы.
- Наибольшие разночтения вызывает термин «сложный» применительно к графовым моделям. Как правило, термин «сложный» трактуется в двух вариантах:

# Сложные сети, вариант І

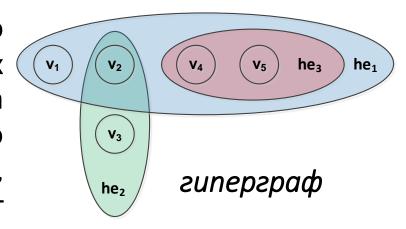
- Плоские графы (сети) очень большой размерности.
- Такие сети могут включать миллионы и более вершин.
- Ребра, соединяющие вершины, могут быть ненаправленными или направленными.
- Иногда используется модель мультиграфа, в этом случае две вершины могут соединяются не одним, а несколькими ребрами.
- Такие модели представляют интерес при изучении социальных сетей, глобальных компьютерных сетей, различных социологических и биологических моделей. Но они не очень хорошо помогают при описании сложных моделей данных и знаний.

# Сложные сети, вариант II

- Сложные графы, в которых используется сложное (комплексное) описание вершин, ребер и/или их расположения.
- Часто в таких моделях отказываются от плоского расположения вершин и ребер.
- Именно подобные модели могут быть наиболее полезны при описании сложных моделей данных.
- На сегодняшний день известны четыре подобных модели: **гиперграф, гиперсеть, метаграф и многоуровневая сеть** (которая является упрощенным вариантом гиперсети).
- В настоящее время в литературе еще не появился единый «собирательный термин» для моделей такого класса. Авторы моделей, как правило, используют собственные названия для каждой модели, не всегда даже указывая на родство предлагаемой модели со сложными графами (сетями).
- Для подобного класса моделей можно предложить такой «собирательный термин» как «ансамбли сложных сетей (графов)».
- Для гиперсетевой и метаграфовой моделей может быть использован термин **«сложные сети (графы) с эмерджентностью»**, так как данные модели реализуют принцип эмерджентности, хорошо известный в общей теории систем.

# Гиперграф

• Гиперграф  $HG = \langle V, HE \rangle, v_i \in V, he_j \in H, V$  — множество вершин гиперграфа; HE — множество непустых подмножеств V, называемых гиперребрами;  $v_i$  — вершина гиперграфа;  $he_j$  — гиперребро гиперграфа. Гиперребро ненаправленного гиперграфа включает множество вершин, а ребро направленного гиперграфа задает последовательность обхода вершин.



- Гиперребро  $he_1$  включает вершины  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_4$ ,  $v_5$ ; гиперребро  $he_2$  включает вершины  $v_2$  и  $v_3$ ; гиперребро  $he_3$  включает вершины  $v_4$  и  $v_5$ . Гиперребра  $he_1$  и  $he_2$  имеют общую вершину  $v_2$ . Все вершины гиперребра  $he_3$  также являются вершинами гиперребра  $he_1$ . Но «вложенность» гиперребра  $he_3$  в гиперребро  $he_1$  является скорее «визуальным эффектом», потому что операция вложенности для гиперребер формально не определена.
- Поэтому, хотя гиперграф и содержит гиперребра, но не позволяет моделировать сложные иерархические зависимости и не является полноценной «сетью с эмерджентностью».

## Гиперсетевая модель

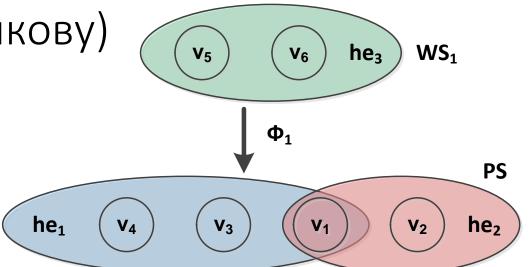
- Достаточно типичной является ситуация, когда для семейства схожих моделей сложных сетей используется одинаковое название. Примером является гиперсетевая модель.
- Модель, с одинаковым названием «гиперсетевая», была независимо предложена профессором В.К. Попковым [2] и профессором Дж. Джонсоном [3].
- С одной стороны, концепции предлагаемых вариантов гиперсетевой модели во многом схожи.
- Но, с другой стороны, разница между двумя вариантами моделей, использование различающихся математических аппаратов, и само изложение материала авторами моделей достаточно убедительно свидетельствует об отсутствии возможных заимствований.

#### Гиперсетевая модель (по В.К. Попкову)

- Удивительным является факт, что гиперсетевая модель была открыта дважды.
- В первый раз гиперсетевая модель предложена д.ф.м.н. профессором Владимиром Константиновичем Попковым в 1980-х годах.
- Фактически это первая модель «сети о эмерджентностью».
- Пусть даны гиперграфы  $PS \equiv WS_0, WS_1, WS_2, ...WS_K$
- Гиперграф PS или  $WS_0$  называется первичной сетью. Гиперграф  $WS_i$  называется вторичной сетью і-го порядка.
- Также задана последовательность отображений между сетями различных уровней:

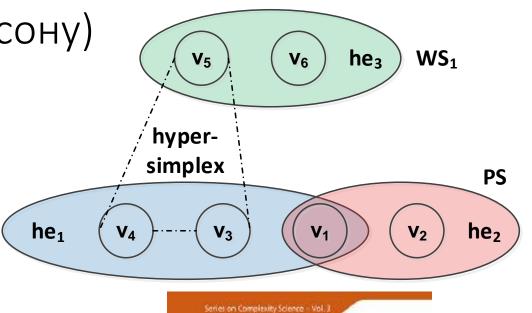
$$\{\Phi_i\}: WS_K \xrightarrow{\Phi_K} WS_{K-1} \xrightarrow{\Phi_{K-1}} \dots WS_1 \xrightarrow{\Phi_1} PS$$

- ullet Тогда иерархическая абстрактная гиперсеть порядка К:  $\mathit{AS}^{\,\mathit{K}} = \left\langle \mathit{PS}\,,\!\mathit{WS}_1,\ldots,\!\mathit{WS}_K;\Phi_1,\ldots,\Phi_K
  ight
  angle$
- Эмерджентность в гиперсети возникает при переходе между уровнями за счет использования отображений между «слоями» гиперребер.

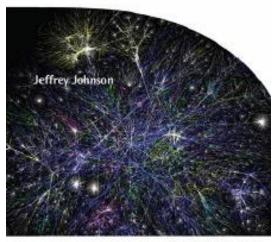


Гиперсетевая модель (по Дж. Джонсону)

- Во второй раз гиперсетевая модель была предложена профессором Джеффри Джонсоном в его монографии 2013 года.
- Эмерджентность в такой гиперсети возникает при переходе между уровнями за счет возникновения гиперсимплексов. Основание гиперсимплекса содержит множество элементов одного уровня, а его вершина образуется описанием их отношений и приобретает интегральные свойства, делающие ее элементом сети более высокого уровня.
- Профессор Константин Владимирович Анохин считает гиперсетевую модель (в интерпретации Дж. Джонсона) основой своей модели когнитома [10].



Hypernetworks in the Science of Complex Systems



Imperial College Press

# Многоуровневая сеть

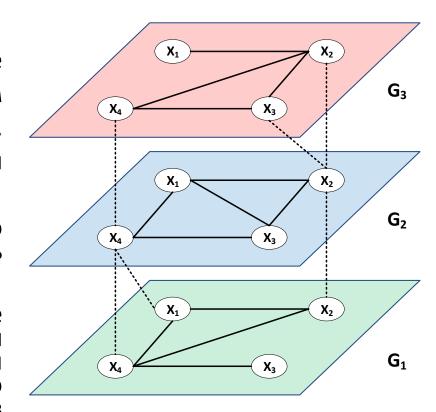
- Модель многоуровневой сети представляет собой попытку исследователей перейти от сложных сетей в трактовке I к сложным сетям в трактовке II. Детальный обзор модели приведен в работах [11, 12].
- Отмечается, что в последнее время исследователи все чаще обращают внимание на многоуровневый характер реальных сложных систем. Многоуровневая сеть, предлагается в качестве графового формализма для описания сложных систем.
- В работе [12] дается следующее формализованное описание многоуровневой сети:

$$MN = \left\langle \left\{ G_1, \ldots, G_L \right\}, \left\{ E_{ij} \subset X_i \times X_j, i, j \in \left\{ 1, \ldots, L \right\}, i \neq j \right\} \right\rangle, G_K = \left\langle X_K, E_K \right\rangle.$$

- В приведенной формуле  $\{G_1, \dots, G_L\}$  семейство плоских графов  $G_K = \langle X_K, E_K \rangle$ , где  $X_K$  множество вершин графа  $G_K$ ,  $E_K$  множество ребер графа  $G_K$ .
- Множество  $\{G_1, ..., G_L\}$  называется уровнями в многоуровневой сети MN.
- Граф  $G_{\kappa}$  может быть направленным или ненаправленным, взвешенным или невзвешенным, а также мультиграфом.
- Каждый элемент  $E_{ij}$  является множеством связей между вершинами графов уровней i и j. Условие  $i \neq j$  говорит о запрете циклических связей на одном уровне, связи могут быть только между элементами соседних уровней.
- При условии L=1 многоуровневая сеть превращается в обычную одноуровневую сеть.

# Многоуровневая сеть (пример)

- Пример многоуровневой сети представлен на рисунке.
- Сеть содержит три уровня  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$ . В данном примере каждый уровень является плоским ненаправленным графом. Ребра графов  $E_K$  показаны сплошными линиями. Примеры связей  $E_{ij}$  между уровнями показаны пунктирными линиями.
- Сравним модель многоуровневой сети и гиперсетевую модель. Как и гиперсетевая модель, модель многоуровневой сети является послойной.
- Если в гиперсетевой модели на каждом уровне применяются гиперграфы, то в многоуровневой сети уровнем является более простая модель обычный плоский граф. Связи между уровнями  $E_{ij}$  можно рассматривать как частный случай отображения Ф в гиперсети на основе модели В.К. Попкова.
- Таким образом, модель многоуровневой сети можно считать частным упрощенным случаем гиперсетевой модели в интерпретации В.К. Попкова.

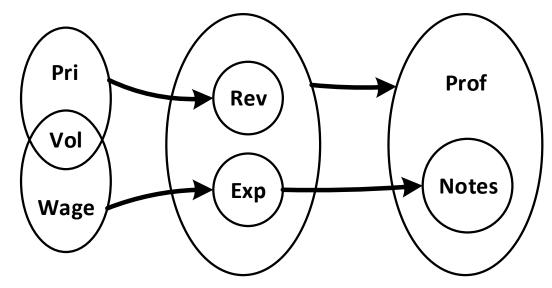


#### Метаграфовая модель А. Базу и Р. Блэннинга

- Исторически монография А. Базу и Р. Блэннинга [4] была первым источником, в котором появился термин «метаграф». В монографии даются следующие определения, характеризующие метаграфовую модель.
- Порождающее множество метаграфа это множество переменных, встречающихся в ребрах метаграфа:  $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ .
- Ребро метаграфа  $e = \langle V_e, W_e \rangle \in E$  (где E множество ребер) содержит входную вершину (invertex)  $V_e \subset X$  и выходную вершину (outvertex)  $W_e \subset X$ . Входная и выходная вершины могут содержать произвольное количество элементов. Различные элементы, принадлежащие входной (выходной) вершине, называются соответственно совходами (совыходами).
- Тогда **метаграф**  $S = \langle X, E \rangle$  это графовая конструкция, определяемая порождающим множеством X и множеством ребер E, при этом множество ребер определено на том же порождающем множестве.
- **Простым путем** h(x, y) из элемента x в элемент y это последовательность ребер  $\langle e_1, e_2, \dots, e_n \rangle$ , такая что:
  - x является входной вершиной  $e_1$ ,  $x \in invertex(e_1)$ ;
  - у является выходной вершиной  $e_n$ ,  $y \in outvertex(e_n)$ ;
  - для всех  $e_i, i = 1, ..., n-1$  выполняется условие:  $outvertex(e_i) \cap invertex(e_{i+1}) \neq \emptyset$ , то есть путь из начальной вершины в конечную не прерывается.

#### Метаграфовая модель А. Базу и Р. Блэннинга (пример)

- На рисунке представлен пример метаграфа, для которого приводится следующая теоретикомножественная интерпретация:
  - *S* = <*X*, *E*>;
  - X = {Exp, Notes, Prof, Rev, Pri, Vol, Wage};
  - E = <{Pri, Vol},{Rev}>, <{Vol, Wage},{Exp}>,
  - <{Rev, Exp}, {Prof, Notes}>, <{Exp}, {Notes}>.



- Эмерджентность в модели А. Базу и Р. Блэннинга достигается за счет использования ребер. Понятие метавершины в данной модели отсутствует.
- Можно отметить, что данный вариант метаграфовой модели более подходит для описания направленных процессов, чем для описания сложных графовых структур данных.
- В дальнейшем модель получила ряд расширений, которые независимо предлагались различными группами исследователей.

#### Метаграфовая модель с метавершинами

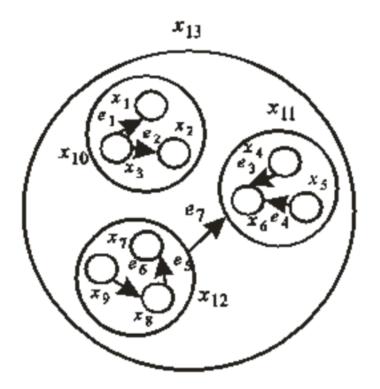
- Отсутствие естественного механизма для описания сложных графовых структур данных привело к появлению расширений исходной модели А. Базу и Р. Блэннинга. В моделях появились новые элементы метавершины и метаребра.
- В работе [5] (Л.С. Глоба, М.Ю. Терновой, Е.С. Штогрина) появляется понятие метавершины. В этой работе даются следующие определения метаграфовой модели.
- **Метаграф** это тройка множеств вершин, метавершин и ребер соответственно:  $S = \langle V, M, E \rangle$ , где  $V = \{v_r\}$  множество вершин метаграфа (порождающее множество);  $M = \{m_q\}$  множество метавершин метаграфа;  $E = \{e_h\}$  множество ребер метаграфа.
- Метавершина метаграфа  $m_q = \{v_r | v_r \in V, r = 1, ..., N_{mq}\}$  определяется как множество вершин  $v_r$ , входящих в метавершину  $m_q$ , где  $N_{mq}$  мощность множества.
- Интересным следует считать следующее замечание авторов модели [5, стр. 238]: «... если две или больше метавершин соответствуют одному и тому же множеству вершин, то такие вершины считаются одинаковыми и рассматривается только одна из таких метавершин». Назовем данное свойство модели [5] свойством анти-аннотируемости.
- Интересно, что для задания ребер, авторы модели [5] вводят понятие узла метаграфа  $mv \in (V \cup M)$ , принадлежащего объединенному множеству вершин и метавершин. Ребро определяется как  $e_h = \langle mv_{out}, mv_{in} \rangle$ , то есть характеризуется исходящим и входящим узлами метаграфа. Но использование понятия узла для создания иерархических метавершин авторами модели не предлагается.

#### Иерархическая метаграфовая модель с метавершинами и метаребрами

- В работе [6] (С.В. Астанин, Н.В. Драгныш, Н.К. Жуковская) появляется не только понятие метавершины, но также понятия метаребра и иерархии вершин.
- **Метаграф** в модели [6] определяется как  $S = \langle X, X_M, E, E_M \rangle$ , где X множество вершин метаграфа (порождающее множество);  $X_M$  множество метавершин метаграфа; E множество ребер метаграфа, заданных на множестве  $X_M \cup X$ .
- Таким образом, под метаребром в данной модели понимается ребро, которое может соединять вершину и метавершину или две метавершины.
- Важной особенностью данной модели является то, что авторы вводят понятие *вложенного метаграфа*, который, как полагают авторы, является «обобщением обычных графов, гиперграфов и метаграфов» [6].
- В данной модели множество вершин X рассматривается как иерархическое, вводится индекс i, определяющий уровень вложенности вершины.
- Свойство анти-аннотируемости авторами модели не утверждается и не опровергается. При этом, приводимые в статье примеры неявно используют свойство анти-аннотируемости.
- Необходимо отметить, что относительно небольшая по объему работа [6] цитируется в большинстве более поздних статей по тематике метаграфов, что говорит о важности центрального вопроса данной статьи описания иерархий в метаграфовой модели.

## Пример 1 из статьи [6]

Если ребро n-мерного графа является направленным, то граф называется ориентированным n-мерным графом. Вложенные метаграфы являются обобщением обычных графов, гиперграфов и метаграфов. В общем случае, вершины  $x_2^p$  являются гиперребрами графов  $g_1^l(x_1^l, e_1^l)$ , вершины  $x_2^r$  являются гиперребрами графов  $g_2^p(x_2^p, e_2^p)$ , и т.д. Ребра могут связывать вершины любого уровня представления, т.е. как отдельные вершины, так и гиперребра, что характерно для метаграфов. Подобное описание позволяет представлять вложенные структуры, каждая вершина которой может быть устроена по типу «револьверной матрешки» (рис.3).



18

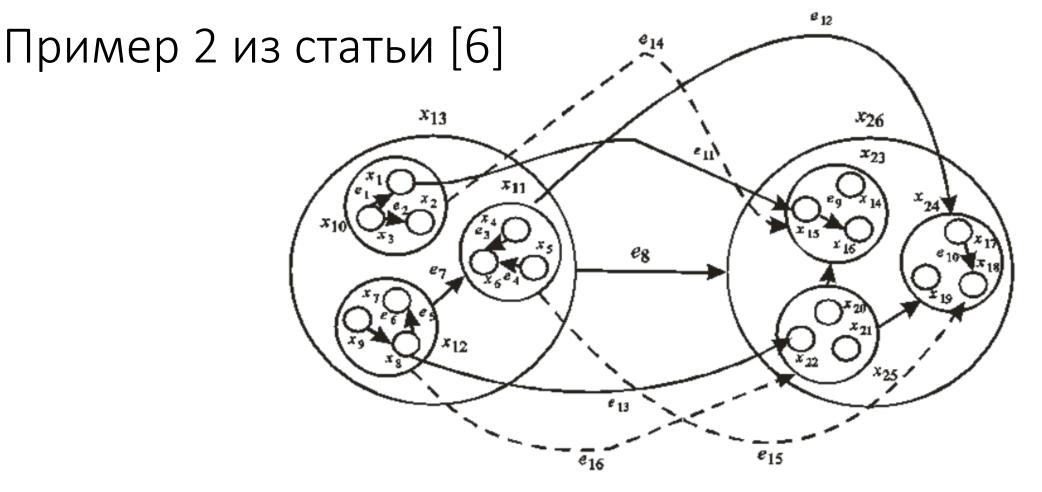


Рис.4.- Фрагмент ситуационной сети бизнес-процесса

Состояния сети  $x_{13}$  и  $x_{26}$  представлены метаграфами, причем состояние  $x_{13}$  является обобщением ситуаций  $x_{10}$ ,  $x_{11}$  и  $x_{12}$ , а состояние  $x_{26}$  – обобщением ситуаций  $x_{23}$ ,  $x_{24}$  и  $x_{25}$ . Каждое метаребро является управляющим воздействием, позволяющим перевести бизнес-процесс из одного состояния в другое состояние. При этом возможен анализ различных уровней в зависимости от текущих обстоятельств. Например, если в момент времени t ожидаемым состоянием является  $x_{26}$ , а фиксируется состояние  $x_{13}$  при управляющих воздействиях  $e_{11}$ ,  $e_{12}$ ,  $e_{13}$ , то анализируются причины на других уровнях управления, не позволившие процессу перейти в состояние  $x_{26}$ .

# Аннотируемая метаграфовая модель

Определим аннотируемый метаграф следующим образом:

$$MG = \langle V, MV, E, ME \rangle$$
,

где MG — метаграф; V — множество вершин метаграфа; MV — множество метавершин метаграфа; E — множество ребер метаграфа, ME — множество метаребер метаграфа.

Вершина метаграфа характеризуется множеством атрибутов:

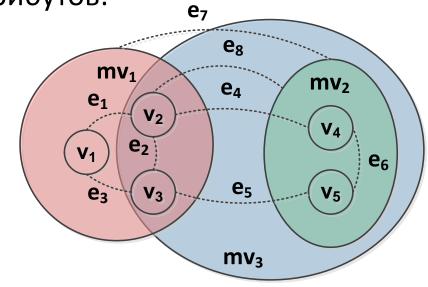
$$v_i = \{atr_k\}, v_i \in V,$$

где  $v_i$  – вершина метаграфа;  $atr_k$  – атрибут.

Ребро метаграфа характеризуется множеством атрибутов, исходной и конечной вершиной:

$$e_i = \langle v_S, v_E, \{atr_k\} \rangle, e_i \in E,$$

где  $e_i$  — ребро метаграфа;  $v_{\rm S}$  — исходная вершина (метавершина) ребра;  $v_{\rm E}$  — конечная вершина (метавершина) ребра;  $atr_k$  — атрибут.



# Аннотируемая метаграфовая модель - 2

Фрагмент метаграфа:

$$MG_i = \{ev_j\}, ev_j \in (V \cup E \cup MV \cup ME),$$

где  $MG_i$  — фрагмент метаграфа;  $ev_j$  — элемент, принадлежащий объединению множеств вершин, метавершин, ребер и метаребер метаграфа.

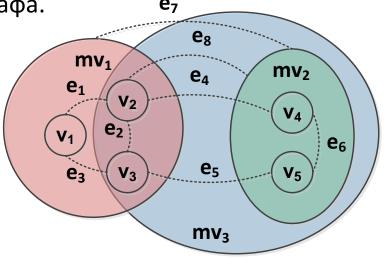
Фрагмент метаграфа в общем виде может содержать произвольные вершины (метавершины) и ребра.

Метавершина метаграфа:

$$mv_i = \langle \{atr_k\}, MG_i \rangle, mv_i \in MV,$$

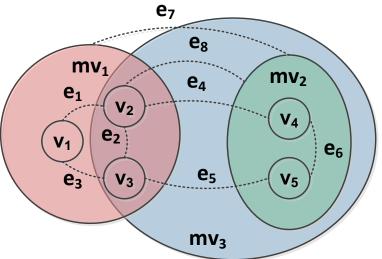
где  $mv_i$  – метавершина метаграфа;  $atr_k$  – атрибут,  $MG_i$  – фрагмент метаграфа.

- Метавершина в дополнение к свойствам вершины включает вложенный фрагмент метаграфа.
- Наличие у метавершин собственных атрибутов и связей с другими вершинами является важной особенностью метаграфов. Это соответствует принципу эмерджентности, то есть приданию понятию нового качества, несводимости понятия к сумме его составных частей.
- Как только вводится новое понятие в виде метавершины, оно «получает право» на собственные свойства, связи и т.д., так как в соответствии с принципом эмерджентности новое понятие обладает новым качеством и не может быть сведено к подграфу базовых понятий.



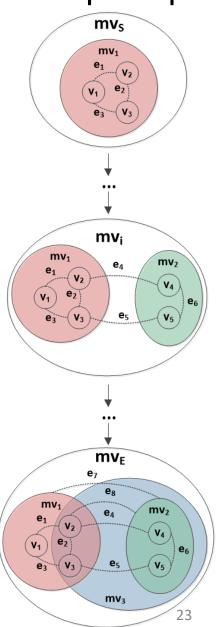
#### Аннотируемая метаграфовая модель – (пример)

- Метаграф позволяет естественным образом моделировать сложные иерархические зависимости и является «сетью с эмерджентностью».
- Метаграф содержит вершины, метавершины и ребра. На рисунке показаны три метавершины:  $mv_1$  (которая включает вершины  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  и ребра  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ ),  $mv_2$  (которая включает вершины  $v_4$ ,  $v_5$  и ребро  $e_6$ ) и  $mv_3$  (которая включает метавершину  $mv_2$ , вершины  $v_1$  и  $v_2$  и ряд ребер).
- Ребро метаграфа может соединять вершины внутри одной метавершины  $(e_1, e_2, e_3, e_6)$ , вершины между различными метавершинами  $(e_4, e_5)$ , метавершины  $(e_7)$ , вершины и метавершины  $(e_8)$ .
- Метавершина позволяет выделять фрагмент графа (метаграфа), аннотировать его дополнительными свойствами, проводить к нему (как к целому) ребра.
- Отметим, что в отличие от [5], в данной модели не выполняется свойство анти-аннотируемости. Одинаковый набор вершин и ребер может быть включен в несколько различных метавершин, которые могут представлять различные ситуации и быть аннотированы различными атрибутами.
- Также, в предлагаемой модели, метавершина может включать как вершины, так и ребра.



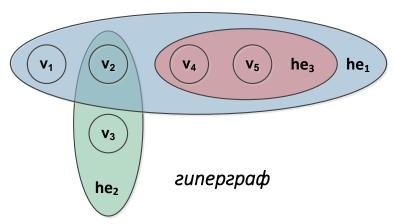
# Аннотируемая метаграфовая модель – метаребро

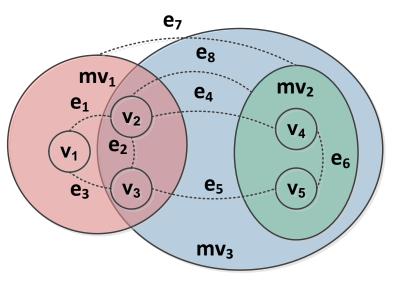
- Метаребро метаграфа в дополнение к свойствам ребра включает вложенный фрагмент метаграфа:  $me_i = \langle v_S, v_E, eo, \{atr_k\}, \{ev_j\} \rangle, e_i \in E, eo = true | false, ev_j \in (V \cup E \cup MV \cup ME)$ , где  $me_i$  метаребро метаграфа;  $v_S$  исходная вершина (метавершина) ребра;  $v_E$  конечная вершина (метавершина) ребра; eo признак направленности метаребра (eo=true направленное метаребро, eo=false ненаправленное метаребро);  $atr_k$  атрибут;  $ev_j$  элемент, принадлежащий объединению множеств вершин (метавершин) и ребер (метаребер) метаграфа.
- Пример описания метаребра метаграфа представлен на рисунке. Метаребро содержит метавершины  $v_s$ , ...  $v_i$ , ...  $v_e$  и связывающие их ребра. Исходная метавершина содержит фрагмент метаграфа. В процессе преобразования исходной метавершины  $v_s$  в конечную метавершину  $v_e$  происходит дополнение содержимого метавершины, добавляются новые вершины, связи, вложенные метавершины.
- Таким образом, иерархическому метаребру из модели [6] соответствует обычное ребро в предлагаемой нами модели. А под метаребром понимается последовательность изменения метавершин метаграфа.
- Если метавершины предназначены прежде всего для описания данных и знаний, то метаребра предназначены в большей степени для описания процессов. Таким образом, аннотируемая метаграфовая модель позволяет в рамках единой модели описывать данные, знания и процессы.



# Метаграфы и гиперграфы

- Гиперграф  $HG = \langle V, HE \rangle, v_i \in V, he_j \in H$  , V множество вершин гиперграфа; HE множество непустых подмножеств V, называемых гиперребрами;  $v_i$  вершина гиперграфа;  $he_j$  гиперребро гиперграфа. Гиперребро ненаправленного гиперграфа включает множество вершин, а ребро направленного гиперграфа задает последовательность обхода вершин.
- Гиперребро  $he_1$  включает вершины  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_4$ ,  $v_5$ ; гиперребро  $he_2$  включает вершины  $v_2$  и  $v_3$ ; гиперребро  $he_3$  включает вершины  $v_4$  и  $v_5$ . Гиперребра  $he_1$  и  $he_2$  имеют общую вершину  $v_2$ . Все вершины гиперребра  $he_3$  также являются вершинами гиперребра  $he_1$ . Но «вложенность» гиперребра  $he_3$  в гиперребро  $he_1$  является скорее «визуальным эффектом», потому что операция вложенности для гиперребер формально не определена. Поэтому, хотя гиперграф и содержит гиперребра, но не позволяет моделировать сложные иерархические зависимости и не является полноценной «сетью с эмерджентностью».
- Если гиперребро гиперграфа может включать только вершины, то метавершина метаграфа может включать как вершины (или метавершины), так и ребра.
- В отличие от гиперграфа, метаграф позволяет естественным образом моделировать сложные иерархические зависимости и является «сетью с эмерджентностью».





метаграф

# Метаграфы и гиперсети

- В соответствии с определением гиперсеть является «послойным» описанием графов. Предполагается, что слои-гиперграфы идут последовательно и имеют регулярную структуру. Метаграф позволяет с помощью метавершин группировать произвольные элементы, наличие регулярных уровней не обязательно, что делает подход метаграфов более гибким. Фактически, каждый гиперсимплекс может быть представлен отдельной метавершиной.
- Гиперсеть состоит из разнородных элементов (гиперграфов, отображений, гиперсимплексов). Метаграф позволяет с помощью метавершин обеспечивать связь как между элементами одного уровня, так и между элементами различных уровней (при этом, не обязательно соседних). Это делает метаграфовый подход более унифицированным и удобным в описании, так как для описания используются не разнородные структуры (гиперграфы и отображения), а только метавершины (и связи как элементы метавершин). Метаграфовый подход позволяет рассматривать сеть не только в виде «горизонтальных» слоев, но и в виде «вертикальных» колонок.
- Эмерджентность в гиперсети обеспечивается за счет отображений или гиперсимплексов и фактически возникает только при переходе между соседними уровнями. Эмерджентность в метаграфах обеспечивается за счет использования метавершин и может применяться на одном уровне или между уровнями (не обязательно соседними), что делает реализацию эмерджентности в метаграфах более гибкой.
- Необходимо подчеркнуть, что метаграфы и гиперсети являются лишь различными формальными описаниями одних и тех же процессов, которые происходят в «сетях с эмерджентностью». Также необходимо отметить, что настоящее время теория гиперсетей является намного более зрелой по сравнению с теорией метаграфов и именно благодаря теории гиперсетей исследователям удалось понять многие аспекты «сетей с эмерджентностью».

25

#### Разновидности агентов для обработки метаграфовой модели

- Метаграф является пассивной структурой данных. Как реализовать активность при моделировании сложной сети с эмерджентностью? Используется идея преобразования метаграфов с помощью агентов.
- Идея преобразования плоских графов с помощью агентов принадлежит профессору Владимиру Васильевичу Голенкову (графодинамическая парадигма).
- Для обработки метаграфов предлагается использовать два вида агентов: агентфункцию и метаграфовый агент. Рассмотрим данные виды агентов более подробно.

## Агент-функция

• Агент-функция:

$$ag^{F} = \langle MG_{IN}, MG_{OUT}, AST \rangle,$$

• где  $ag^F$  — агент-функция;  $MG_{IN}$  — метаграф, который выполняет роль входного параметра агентафункции;  $MG_{OUT}$  — метаграф, который выполняет роль выходного параметра агента-функции; AST — абстрактное синтаксическое дерево агента-функции, которое может быть представлено в виде метаграфа.

## Метаграфовый агент (определение)

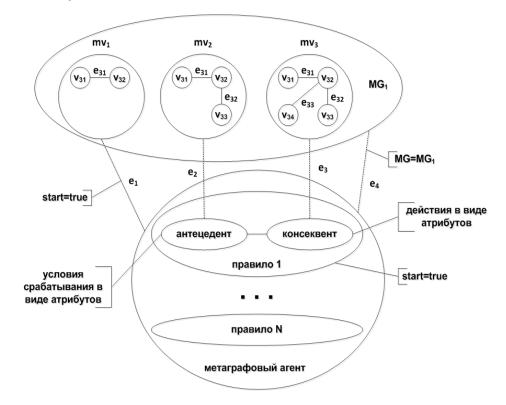
• Метаграфовый агент:

$$ag^{M} = \langle MG, R, AG^{ST}, \{ag_{i}^{M}\} \rangle, R = \{r_{j}\},$$

- где  $ag^M$  метаграфовый агент; MG метаграф, на основе которого выполняются правила агента; R набор правил (множество правил  $r_j$ ); AGST стартовое условие выполнения агента (фрагмент метаграфа, который используется для стартовой проверки правил, или стартовое правило).
- При этом агент ag<sup>M</sup> содержит множество вложенных агентов ag<sub>i</sub><sup>M</sup> что соответствует принципам организации холонической многоагентной системы. Агент верхнего уровня может активизировать агентов нижнего уровня для решения подзадач.
- Структура правила метаграфового агента:

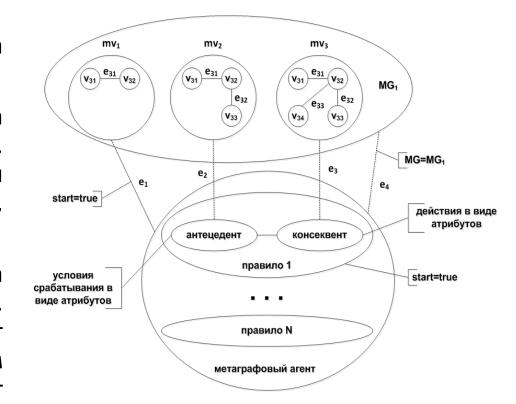
$$r_i: MG_j \to OP^{MG}$$
,

- где  $r_i$  правило;  $MG_j$  фрагмент метаграфа, на основе которого выполняется правило;  $OP^{MG}$  множество действий, выполняемых над метаграфом.
- Антецедентом правила является фрагмент метаграфа, консеквентом правила является множество действий, выполняемых над метаграфом.



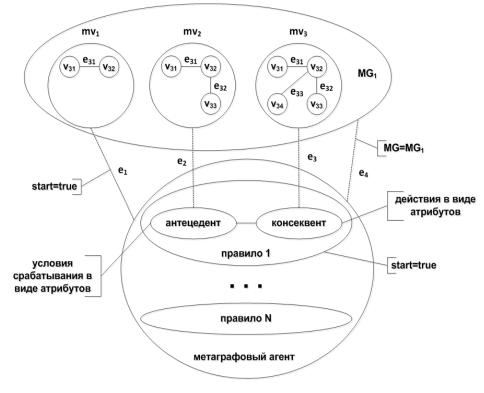
## Метаграфовый агент (правила)

- Правила метаграфового агента можно разделить на замкнутые и разомкнутые.
- Разомкнутые правила не меняют в правой части правила фрагмент метаграфа, относящийся к левой части правила. Можно разделить входной и выходной фрагменты метаграфа. Данные правила являются аналогом шаблона, который порождает выходной метаграф на основе входного.
- Замкнутые правила меняют в правой части правила фрагмент метаграфа, относящийся к левой части правила. Изменение метаграфа в правой части правил заставляет срабатывать левые части других правил. Но при этом некорректно разработанные замкнутые правила могут привести к зацикливанию метаграфового агента.
- Таким образом, метаграфовый агент позволяет генерировать один метаграф на основе другого (с использованием разомкнутых правил) или модифицировать метаграф (с использованием замкнутых правил).



# Метаграфовый агент (самоотображаемость)

- Особенностью метаграфового агента является то, что его структура может быть представлена в виде фрагмента метаграфа. Это соответствует принципу самоотображаемости (англ. homoiconicity) в языках программирования. Самоотображаемость это способность языка программирования анализировать программу на этом языке как структуру данных этого языка.
- Структура агента может быть изменена как данные с помощью правил агентов верхнего уровня.
- Метаграфовый агент представлен в виде метавершины метаграфа. В соответствии с определением он связан с метаграфом МG<sub>1</sub>, на основе которого выполняются правила агента. Данная связь показана с помощью ребра е<sub>4</sub>.
- Метаграфовый агент содержит множество вложенных метавершин, соответствующих правилам (правило 1 правило N). В данном примере с антецедентом правила связана метавершина данных mv<sub>2</sub>, что показано ребром e<sub>2</sub>, а с консеквентом правила связана метавершина данных mv<sub>3</sub>, что показано ребром e<sub>3</sub>. Условия срабатывания задаются в виде атрибутов соответствующих вершин.



• Стартовое условие выполнения агента задается с помощью атрибута «start=true». Если стартовое условие задается в виде стартового правила, то данным атрибутом помечается метавершина соответствующего правила, в данном примере это правило 1. Если стартовое условие задается в виде стартового фрагмента метаграфа, который используется для стартовой проверки правил, то атрибутом «start=true» помечается ребро, которое связывает стартовый фрагмент метаграфа с метавершиной агента, в данном примере это ребро  $e_1$ .

#### Выводы по метаграфовой модели

- Среди когнитивных моделей в искусственном интеллекте традиционно важную роль играют графовые модели представления знаний. В настоящее время повышенное внимание привлекают модели на основе сложных сетей или сложных графов. Одной из наиболее развитых моделей этого класса является метаграфовая модель.
- Отсутствие в исходной модели А. Базу и Р. Блэннинга естественного механизма для описания сложных графовых структур данных привело к появлению расширений этой модели за счет возникновения новых элементов метавершин и метаребер.
- В настоящее время одной из наиболее развитых модификаций метаграфовой модели является аннотируемая метаграфовая модель. Если метавершины в этой модели предназначены, прежде всего, для описания данных и знаний, то метаребра предназначены в большей степени для описания процессов. Таким образом, метаграфовая модель позволяет в рамках единой модели описывать данные, знания и процессы.
- Для преобразования метаграфовой модели используются агент-функция и метаграфовый агент. Метаграфовый агент позволяет генерировать один метаграф на основе другого (с использованием разомкнутых правил) или модифицировать метаграф (с использованием замкнутых правил).

#### Программная платформа обработки метаграфов

- Технологии:
  - Backend Rust
  - Frontend JavaScript, TypeScript, React, Svelte
- Задачи:
  - Модуль хранения метаграфов
  - Модуль работы с метаграфовыми агентами
    - Метаграфовые агенты на основе правил
    - Метаграфовые агенты на основе нечеткой логики
  - Модуль пользовательского интерфейса
    - Реализация библиотеки визуализации метаграфов для использования в веб-приложениях.
    - Реализация мультивидового редактора для метаграфовых данных (редактирование данных в виде объектов, списков, таблиц).
    - Реализация генератора отчетов для метаграфовых данных (отчеты, дашборды).
  - Прикладные системы на основе метаграфового подхода
    - Реализация семантической файловой системы на основе метаграфового подхода

#### Основные подходы к хранению метаграфовой модели

- Метаграфовая модель является аналогом «логической» модели СУБД и ей могут соответствовать различные «физические» модели.
- Мы рассмотрим три варианта «физической» модели:
  - 1. Модель на основе плоских графов.
  - 2. Документно-ориентированная модель.
  - 3. Реляционная модель.

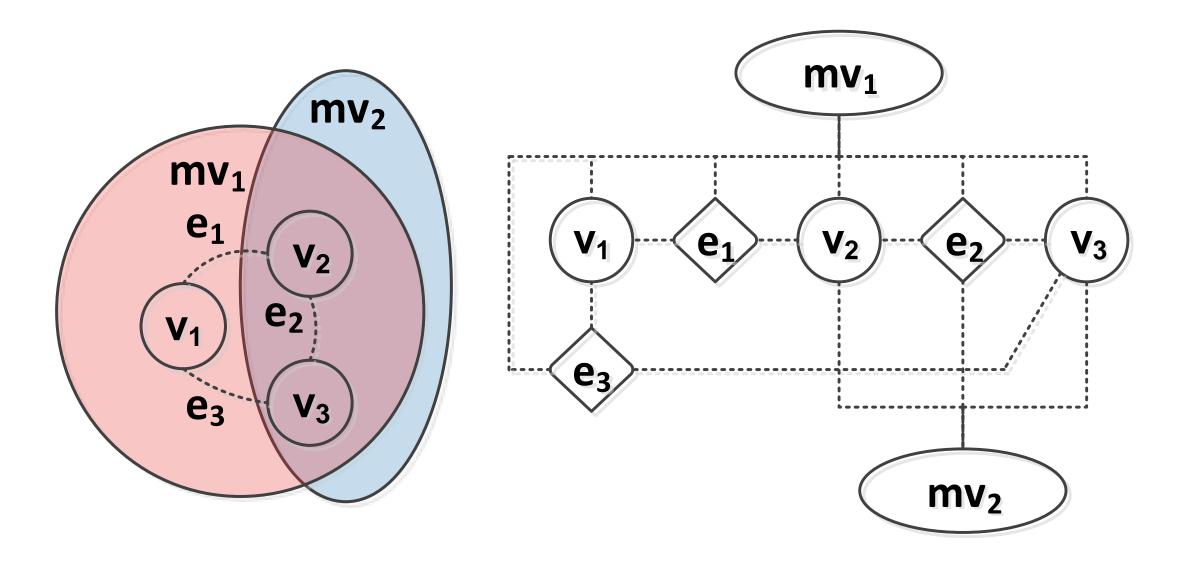
#### Хранение – плоские графы

- Чтобы превратить холоническую (иерархическую) метаграфовую модель в плоскую графовую модель можно использовать подход на основе многодольных графов.
- Двудольный граф позволяет превратить вершины и ребра графа в подмножества вершин другого графа:  $FG = \langle FG^V, FG^E \rangle$ ,  $BFG = \langle BFG^{VERT}, BFG^{EDGE} \rangle$ ,  $BFG^{VERT} = \langle FG^{BV}, FG^{BE} \rangle$ ,  $FG^V \leftrightarrow FG^{BV}, FG^E \leftrightarrow FG^{BE}$
- Для метаграфа используется трехдольный граф:

•  $TFG = \langle TFG^{VERT}, TFG^{EDGE} \rangle$ ,  $TFG^{VERT} = \langle TFG^{V}, TFG^{E}, TFG^{MV} \rangle$ ,  $TFG^{V} \leftrightarrow MG^{V}, TFG^{E} \leftrightarrow MG^{E}, TFG^{MV} \leftrightarrow MG^{MV}$ 

34

# Хранение – плоские графы (пример)

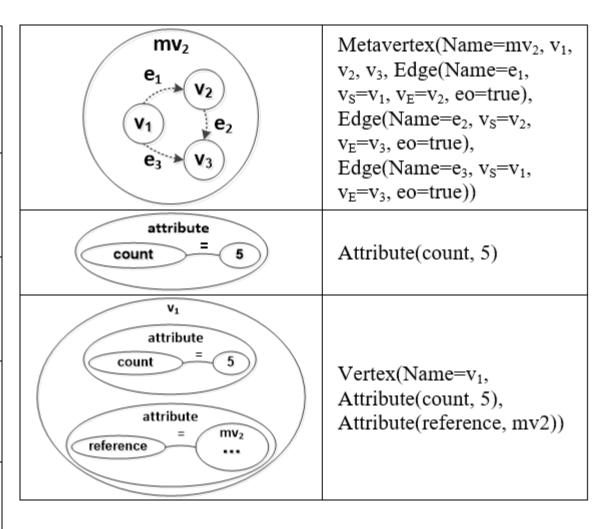


#### Хранение – документы

- В качестве документоориентированного представления используется Prolog-подобное предикатное описание:  $predicate(atom, \cdots, key = value, \cdots, predicate(\cdots), \cdots)$ .
- Структуры, используемые в данном описании изоморфны структурам, применяемым в JSON-модели: иерархически организованные массивы и пары ключ-значение.
- Основные элементы метаграфовой модели могут быть отображены в предикатное описание:

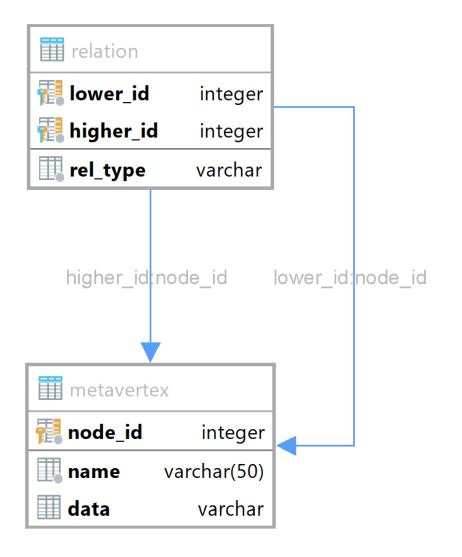
#### Хранение – документы

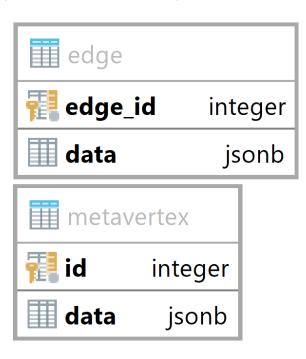
$v_1$ $v_2$ $v_3$	Metavertex(Name=mv <sub>1</sub> , v <sub>1</sub> , v <sub>2</sub> , v <sub>3</sub> )
$\begin{array}{c} e_1 \\ \hline (v_1) & \hline (v_2) \leftrightarrow \hline (v_1) & \hline (v_2) \\ \end{array}$	Edge(Name=e <sub>1</sub> , v <sub>1</sub> , v <sub>2</sub> )
$\begin{array}{c} e_1 \text{ (eo=false)} \\ \hline (v_1) & \hline (v_2) \\ \end{array} \leftrightarrow \begin{array}{c} \hline (v_1) & \hline (v_2) \\ \end{array}$	Edge(Name=e <sub>1</sub> , v <sub>1</sub> , v <sub>2</sub> , eo=false)
$\begin{array}{c} e_1 \textit{(eo=true)} \\ \hline (v_1) & v_2) \leftrightarrow \hline (v_1) & v_2) \end{array}$	1. Edge(Name=e <sub>1</sub> , v <sub>1</sub> , v <sub>2</sub> , eo=true) 2. Edge(Name=e <sub>1</sub> , v <sub>S</sub> =v <sub>1</sub> , v <sub>E</sub> =v <sub>2</sub> , eo=true)
$ \begin{array}{c c}  & \mathbf{mv_2} \\  & \mathbf{e_1} \\  & \mathbf{v_2} \\  & \mathbf{v_1} \\  & \mathbf{e_2} \\  & \mathbf{e_3} \\  & \mathbf{v_3} \end{array} $	$Metavertex(Name=mv_2, v_1, \\ v_2, v_3, \\ Edge (Name=e_1, v_1, v_2), \\ Edge(Name=e_2, v_2, v_3), \\ Edge(Name=e_3, v_1, v_3))$



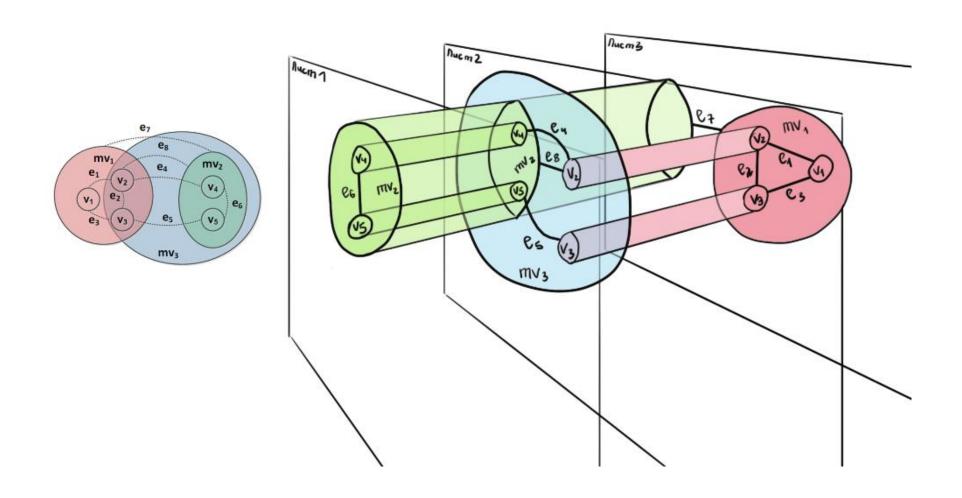
#### Хранение – реляционная модель

• Использование чистого реляционного подхода или документно-ориентированного хранилища, встроенного в реляционную СУБД.



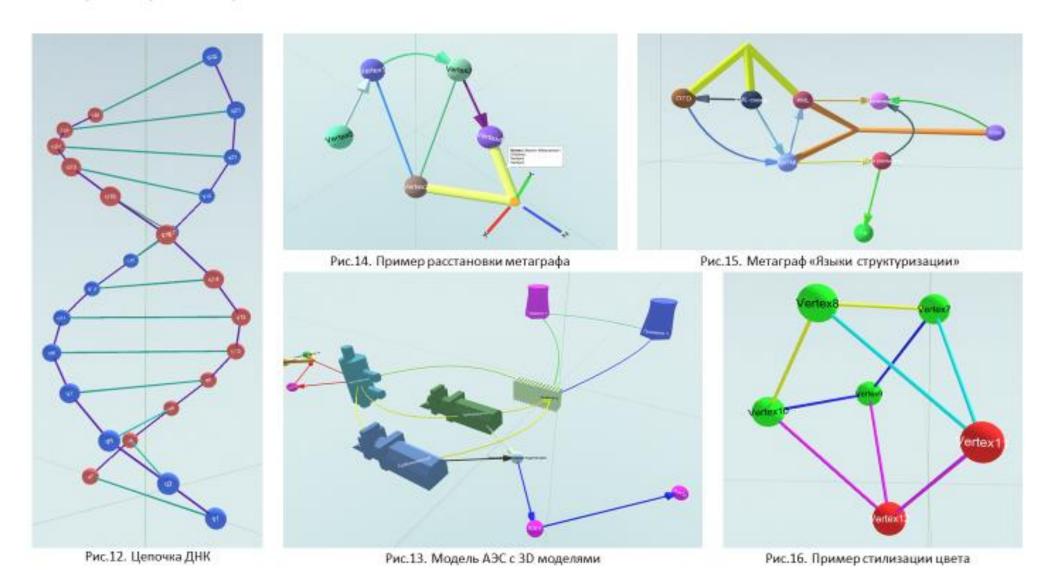


# Визуализация метаграфов – 1 – 1

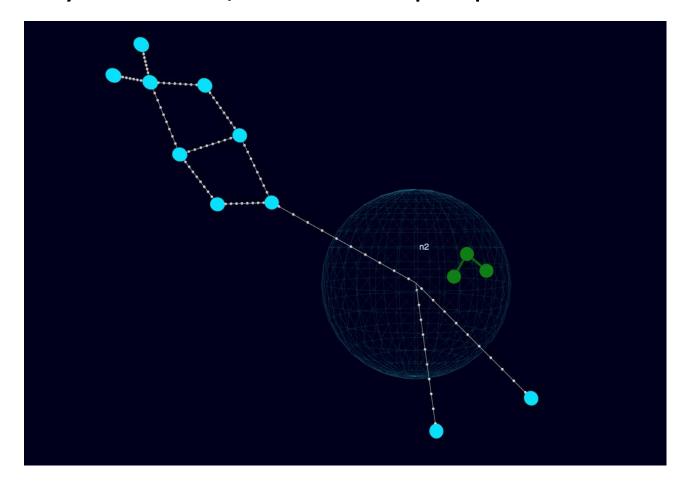


# Визуализация метаграфов — 1 — 2

#### Примеры визуализаций

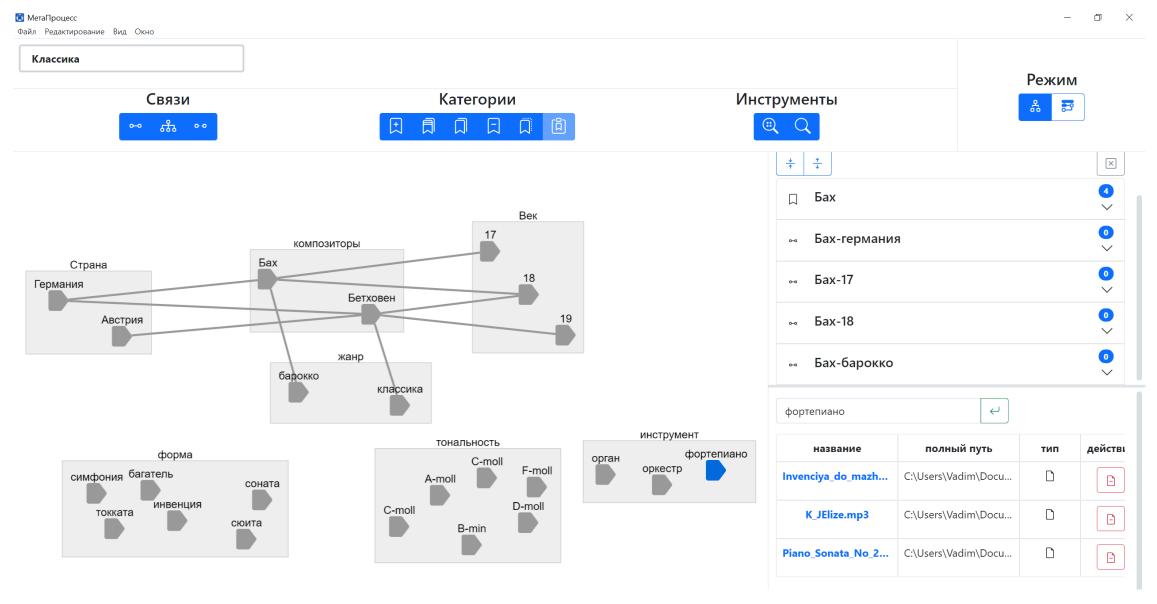


#### Визуализация метаграфов — 2 — 1

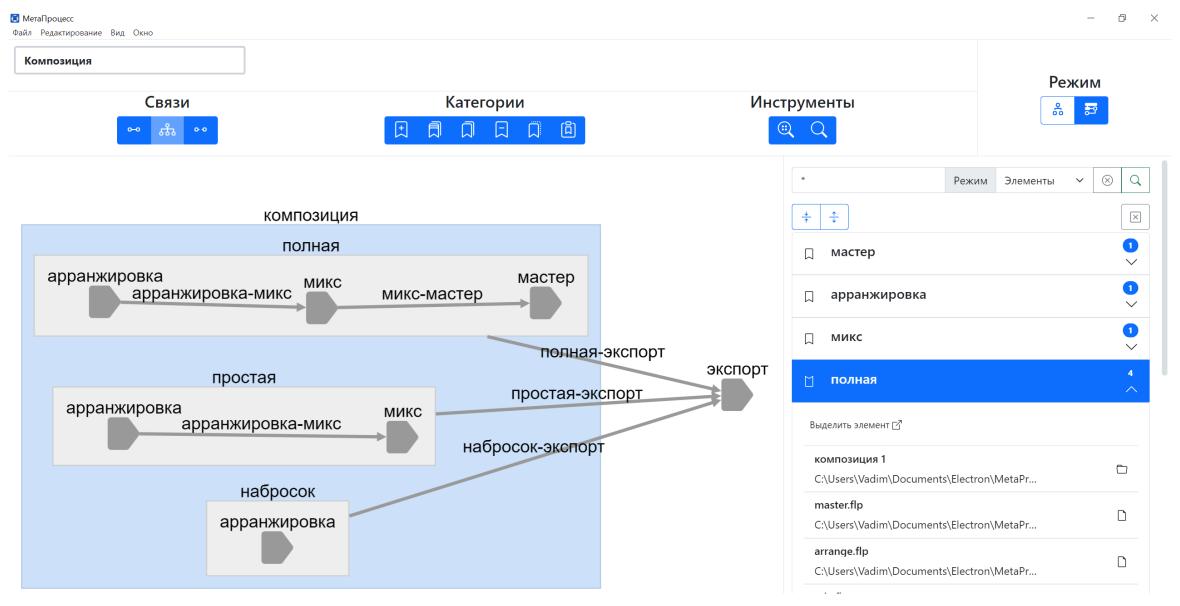


- <a href="https://github.com/vasturiano/react-force-graph">https://github.com/vasturiano/react-force-graph</a>
- https://aframe.io/

#### Реализация семантической файловой системы (иерархия)



#### Реализация семантической файловой системы (процессы)



#### Ждем Вас в проекте

- Программирование сетевых приложений (4 семестр)
- Разработка интернет-приложений (5 семестр)



# Список литературы

- 1. Chapela V., Regino Criado, Santiago Moral, Miguel Romance. Intentional risk management through complex networks analysis. Springer, 2015: SpringerBriefs in optimization.
- 2. Попков В.К. Математические модели связности. Новосибирск: ИВ-МиМГ СО РАН, 2006.
- 3. Johnson J. Hypernetworks in the science of complex systems. London, Hackensack NJ: Imperial College Press, 2013.
- 4. Basu A., Robert W. Blanning. Metagraphs and their applications. New York: Springer, 2007.
- 5. Глоба, Л. С. Метаграфы как основа для представления и использования баз нечетких знаний / Л. С. Глоба, М. Ю. Терновой, Е. С. Штогрина // Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем = Open Semantic Technologies for Intelligent Systems (OSTIS-2015) : материалы V междунар. науч.-техн. конф. (Минск, 19-21 февраля 2015 года)/ редкол. : В. В. Голенков (отв. ред.) [и др.]. Минск : БГУИР, 2015. С. 237-240.
- 6. Астанин С.В., Драгныш Н.В., Жуковская Н.К. Вложенные метаграфы как модели сложных объектов // Инженерный вестник Дона, 2012, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1434
- 7. Самохвалов Э.Н., Ревунков Г.И., Гапанюк Ю.Е. Использование метаграфов для описания семантики и прагматики информационных систем. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 2015. Выпуск №1. С. 83-99.
- 8. Черненький В.М., Терехов В.И., Гапанюк Ю.Е. Представление сложных сетей на основе метаграфов // Нейроинформатика-2016. XVIII Всероссийская научно-техническая конференция. Сборник научных трудов. Ч. 1. М.: НИЯУ МИФИ, 2016. С. 173-178.
- 9. Черненький В.М., Гапанюк Ю.Е., Ревунков Г.И., Терехов В.И., Каганов Ю.Т. Метаграфовый подход для описания гибридных интеллектуальных информационных систем. Прикладная информатика. 2017. № 3 (69). Том 12. С. 57—79.
- 10. Анохин К.В. Когнитом: гиперсетевая модель мозга // Нейроинформатика-2015.
- 11. Aleta A., Moreno Y. Multilayer Networks in a Nutshell. https://arxiv.org/pdf/1804.03488.pdf
- 12. Boccaletti S., Bianconi G., Criado R., del Genio C. I., Gómez-Gardeñes J., Romance M., Sendiña-Nadal I., Wang Z., Zanin M. The structure and dynamics of multilayer networks // Physics Reports. − 2014. − T. 544. № 1. C. 1−122.