

Algorytmy i Struktury Danych

Egzamin Poprawkowy

Wrzesień 2019

Kamila Kubala

1. Rozważamy modyfikację drzewa czerwono-czarnego, w którym warunek “czerwony wierzchołek nie ma czerwonego ojca” jest zastąpiony warunkiem “czerwony wierzchołek, który ma czerwonego ojca nie ma czerwonego dziadka”. Jaka jest największa wysokość takiego drzewa zawierającego n wierzchołków? Jak zapewne wiesz oszacowanie asymptotyczne jest niewystarczające.
2. Jaka jest pesymistyczna złożoność algorytmu magicznych piątek, w którym ciąg jest dzielony na trójki elementów, a nie na pątki?
3. Tworząc słownik statystyczny (dwupoziomowy) losujemy funkcję h z rodziny uniwersalnej i rozrzucamy n kluczy do tablicy n -elementowej. Co robimy gdy okaże się, że do pierwszych k kubelków trafiło $p \cdot n^{1/3}$, gdzie k jest równe:
 - 1
 - $\log n$
 - $n^{1/3}$
 - $n^{2/3}$
4. Napisać SelectSort w pseudokodzie. W ramach przykładu podany był InsertSort.
5. Podaj optymalny algorytm znajdujący w ciągu $a_1 \dots a_n$ zarówno minimalny jak i maksymalny element. Chodzi o algorytm, w którym elementy a_i mogą być jedynie porównywane, a optymalność dotyczy liczby wykonanych porównań.
6. W kopcu umieszczono n kluczy $1, 2, 3, \dots, n$. W korzeniu znajduje się 1 . Na jakiej maksymalnie wysokości znajduje się klucz k ? $1 \leq k \leq n$
7. Zapisz w pseudokodzie procedurę znajdowania następnika elementu w strukturze *van Emde Boasa*. Napisz jaką ma ona złożoność.

8. Ile jest n -tych pierwiastków z jedności w ciele liczb zespolonych dla:
- 8
 - 16
9. Zdefiniuj problem obliczenia sum prefiksowych i przedstaw równoległy algorytm rozwiązujący ten problem. Jaką złożoność ma podany algorytm?
10. Przedstaw w jaki sposób operacje słownikowe na drzewie **BST** mogą być wykonane przy pomocy stałej liczby operacji *splay* i stałej liczby operacji niskiego rzędu?
11. Umieszczamy 50 kluczy w tablicy m elementowej używając losowej funkcji haszującej. Przy jakiej wartości m oczekiwana liczba kolizji jest równa 10?
12. W którym z kopców pamiętających po n kluczy może być więcej drzew: w kopcu dwumianowym (*wersja lazy*) czy kopcu Fibonacciego?
13. Rozważamy haszowanie metodą adresowania otwartego. Przy której z metod rozwiązywania konfliktów może się zdarzyć, że po wstawieniu pewnej liczby kluczy prawdopodobieństwo wstawienia kolejnego klucza do komórki numer 5 jest dwa razy większe, niż do komórki numer 10.
14. Podaj jak najlepsze asymptotyczne oszacowanie głębokości sieci scalającej dwa uporządkowane ciągi liczb. W jakiej sieci o n wejściach pierwszy z ciągów jest umieszczony na pierwszych $n/2$ drutach, a drugi z ciągów na pozostałych drutach?
15. W analizie złożoności algorytmu *QuickSort* zakładaliśmy, że każde dwa elementy ciągu są porównywane ze sobą nie więcej niż jeden raz. Zapisz w pseudokodzie procedury *QuickSort* i *Partition* realizujące tę własność.
16. Z ilu drzew może składać się las spinający utworzony przez algorytm Kruskala po rozważeniu czterech krawędzi grafu o siedmiu wierzchołkach?
17. W analizie problemu *Union-find* wykorzystaliśmy pojęcie rzędu wierzchołka oraz grupy rzędu. Ile maksymalnie rzędów może należeć do tej samej grupy, gdy liczba elementów jest równa n ?

18. Podaj przykład wzorca o długości 10, na którym maksymalna wartość osiągalna przez funkcję π jest równa 7.
19. Opisz podany na wykładzie algorytm dla problemu wyznaczania optymalnej kolejności mnożenia ciągu macierzy. Jeśli go nie pamiętasz podaj inny o nie gorszej złożoności.
20. Podaj przykład wzorca i tekstu dla których algorytm *Karpa-Rabina* działa znacznie wolniej niż algorytm *KMP*.