Anna Pacanowska, 306412

Użyjemy algorytmu zachłannego - wybieramy odcinek o najmniejszym końcu nieprzecinający się z już wybranymi odcinkami. Aby sprawdzić, czy odcinek przecina poprzednie, będziemy porównywać jego początek z maksymalnym dotychczas końcem.

Algorytm wygląda następująco:

```
1. Posortuj tablicę I niemalejąco według końców w czasie n \log n.

2. S = \{I[1]\}

3. k_{max} = I[1].k

4. for i \in 2, 3, ..., n:

if I[i].p > k_{max}

S.\mathrm{add}(I[i])

k_{max} = \max(I[i].k, k_{max})

5. Wynikiem jest zbiór S.
```

Aby udowodnić poprawność algorytmu, weźmy dowolne optymalne rozwiązanie R różne od S. Posortujmy oba rozwiązania niemalejąco według końców odcinków. Niech i będzie pierwszą pozycją, na której te rozwiązania się różnią. Mamy S[i].k <= R[i].k - w przeciwnym przypadku odcinek R[i] zostałby wybrany przez nasz algorytm. Mamy również

 $S[i].p,R[i].p>\max\{R[1].k,...,R[i-1].k\}.$ S[i] nie występuje w dalszej części R, gdyż R jest posortowane według końców. W takim razie możemy zamienić R[i] na S[i] bez straty optymalności ani poprawności. W ten sposób otrzymujemy optymalne rozwiązanie z dłuższym wspólnym prefiksem z S. Powtarzając tą operację, otrzymamy S.

Teraz pokażemy złożoność obliczeniową podanego algorytmu. Krok 1. zostanie wykonany w czasie $O(n \log n)$. Kroki 2., 3., 5. zajmą czas O(1), a krok 4. - czas O(n). Cały algorytm zostanie więc wykonany w czasie $O(n \log n)$.