# TD 13

IPESUP - PC

18 Décembre 2024

## 1 Puits Canadien

Le puits canadien est un système de préchauffage passif de l'air utilisant les réserves d'énergie du sol entourant la maison. En faisant passer l'air dans une canalisation enterrée dans le sol, celui-ci se réchauffe, ce qui permet de réduire fortement la consommation électrique de chauffage en hiver, ainsi que les émissions de $CO_2$, qui en résultent. Dans cet exercice, un modèle simple de ce dispositif est étudié. Une entrée d'air est située à une distance $L$ de la maison. Une pompe à l'intérieur de la maison permet de faire circuler l'air dans un tuyau de section $S$ enterré à une profondeur $h$ dans le sol.

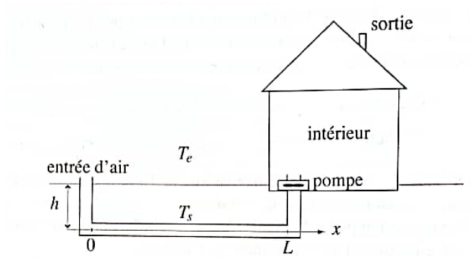


FIGURE 1 – Schéma de fonctionnement d'un puits canadien

On suppose que les échanges thermiques ne se font que dans la partie horizontale de la canalisation (cylindre de rayon $R$), comprise entre les abscisses $x = 0$ et $x = L$. L'air est considéré comme un gaz parfait de capacité thermique massique à pression constante $c_p$, de masse volumique $\mu$ et de conductivité thermique $\lambda$. On suppose que la température $T(x)$ est uniforme sur une section droite du tube. L'air se déplace à la vitesse $v$ constante et uniforme. il entre dans la canalisation en $x = O$, à la température $T_e = 10$ °C.

Les échanges thermiques le long de la paroi entre l'air et le sol sont décrits par le flux thermique surfacique : $\Phi = h(T(x) - T_s)$, où $h = 6{,}5\ W.m^{-2}.K^{-1}$

1. En supposant que la température extérieure suit la loi $T(0,t) = T_e + T_1 cos(\omega t)$, déterminer la loi de variation de la température dans le sol $T(z,t)$ en la cherchant de la forme $T(z,t) = T_0 + f(z)cos(\omega t - \phi(z))$, avec z la profondeur, nulle à la surface. A quelle profondeur doit-on enterrer la canalisation pour que les variations de température du sol autour de cette dernière soient inférieures à $2°C$ ?
   Dans la suite, on considérera que la température du sol autour de la canalisation est uniforme et constante et vaut $T_s$
2. En appliquant le premier principe de la thermodynamique au système fermé constitué de l'air contenu dans la portion de canalisation comprise entre les plans d'abscisse $x$ et $x+dx$ à l'instant $t$, montrer que la température $T(x)$ vérifie l'équation :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{c_p \mu v}{\lambda}\frac{dT}{dx} - \frac{2h}{\lambda R}(T(x) - T_s) = 0 \quad (1)$$

3. À quelle condition sur $\lambda$,$L$,$\mu$, $c_p$ et $v$ peut-on négliger le transfert thermique par diffusion devant le transfert thermique par convection ? Donner un ordre de grandeur de la vitesse de l'air dans le tuyau pour que cette approximation soit valable. Simplifier alors (1)

4. Résoudre cette équation en faisant apparaitre une longueur caractéristique $\delta$ à exprimer en fonction des paramètres du problème.
5. Établir l'expression littérale de la longueur $L$ de canalisation nécessaire à l'obtention d'une température d'entrée de l'air dans la maison égale à $T_L$ donnée. Pourquoi le puits permet de réduire fortement la consommation électrique de chauffage ? Quelle peut être l'utilité du puits en été (il est appelé également ≪ puits provençal ≫) ?
6. Le volume de la maison est $V = 800m^3$ , le rayon de la canalisation est $R = 10cm$, l'air extérieur est à la température $T_e = 30°C$. On veut renouveler l'air de la maison en 2 heures. Quelle doit être la valeur de la vitesse $v$ ?
7. Quelle doit être la longueur de la canalisation pour que la température d'entrée de l'air dans la maison soit de $20°C$ ?

## 2 Fusible

Un fusible est constitué par un fil conducteur cylindrique homogène, de section droite d'aire $S$, de longueur utile $L$, de masse volumique $\mu$ et de capacité thermique massique $c$. Il possède une conductivité électrique $\gamma$ et une conductivité thermique $K$. Il est traversé par un courant électrique continu d'intensité $I$. Ce fil est enfermé dans une capsule remplie d'une substance assurant une isolation thermique et électrique parfaite. Les températures en $x = 0$ et $x = L$ sont imposées et égales à la température $T_0$ du milieu ambiant. Pour les applications numériques, on prendra les valeurs suivantes, données dans le système international d'unités (SD) : $K = 65$ SI ; $\gamma$= 1,2 x 10 SI ; $c = 460$ SI ; $\mu$ =$2,7 \times 10^3 kg.m^{-3}$ ; $T_0 = 290K$ ; $L = 2,5cm$.

1. Montrer que la résistance d'un conducteur cylindrique de conductivité $K$ de longueur $L$, de section $S$, parcouru par un courant $I$ uniformément réparti et parallèle à son axe, est $R = \frac{L}{\gamma S}$ On se place en régime permanent.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température $T$. Donner l'expression littérale de $T(x)$ et représenter graphiquement $T$ en fonction de $x$.
3. Le matériau constituant le fil fond à $T_f = 390K$. On veut fabriquer un fusible qui admet une intensité maximale $I_{max} = 16A$. Préciser l'endroit de la rupture en cas de dépassement de $I_{max}$. Déterminer l'expression littérale de l'aire $S$ à prévoir. Faire l'application numérique.
4. On fixe $I = 10A$. Le fil a la section $S$ trouvée à la question précédente. Evaluer littéralement puis numériquement la puissance thermique $P_{th}(0)$ transférée par conduction en $x = 0$. Préciser si cette puissance est reçue ou fournie par le fil. Même question pour la puissance thermique $P_{th}(L)$ transférée en $x = L$. Quelle relation a-t-on entre $P_{th}(0)$, $P_{th}(L)$ et la puissance électrique $P$ fournie à l'ensemble du fil ? Commenter.

## 3 Durée de survie d'un plongeur

Un plongeur est équipé de sa combinaison. On note $T_e$, la température de l'eau environnante, uniforme et constante. La température initiale du plongeur est $T_{i0} = 37$°C. Les pertes thermiques ont lieu au niveau de la peau et de la combinaison.

1. Rappeler l'expression de la résistance thermique dans le cas d'un modèle unidimensionnel, en fonction de la section $S$, de l'épaisseur $e$ et de la conductivité thermique $\gamma$.
2. On modélise les pertes par convection par un flux thermique surfacique $\Phi = Sh(T - T_e)$ Quelle résistance $R_c$ peut-on associer aux pertes par convection ?
3. On modélise les pertes par rayonnement par un flux thermique surfacique $\Phi_r = \sigma(T^4 - T_e^4)$ où $\sigma$ est la constante de Stefan. On suppose $|T - T_e| << T_e$,. Montrer que l'on peut associer aux pertes par rayonnement une résistance thermique $R_r$ dont on donnera l'expression en fonction de $\sigma$, $T_e$, et de la surface $S$ du système.

4. Quelle est alors la résistance thermique $R_T$ équivalente à l'ensemble en fonction de $R_c$, $R_r$, $R_{peau}$, et $R_{combi}$ ?
5. Établir l'équation différentielle vérifiée par $T_i(r)$ sachant que la puissance thermique produite par le métabolisme humain est $q = 120W$ et sa capacité thermique massique $c = 3.5kJ.kg^{-1}.K^{-1}$
6. Pour $T_e = 17$°C, au bout de combien de temps le plongeur est-il en hypothermie, c'est-à- dire que sa température corporelle est descendue à 35°C ? Pour l'application numérique, on prendra la masse du plongeur $m = 75kg$, la surface totale de la combinaison $S = 1,3m^2$, $R_{peau} = 3,0 \times 10^{-2}K.W^{-1}$, $\sigma$ =$5,7 \times 10^{-8}W.m^{-2}.K^{-4}SI.$, $h = 10W.m^{-2}.K^{-1}$, l'épaisseur e de la combinaison e = 3 mm et la conductivité thermique de la combinaison $\lambda = 4,4 \times 10^{-2}W.m^{-1}.K^{-1}$