

TD 12

IPESUP - PC

13 mars 2024

1 Fil quantique

On étudie la conduction électronique dans un fil quantique : il s'agit d'un matériau dans lequel des électrons peuvent se déplacer d'une extrémité à l'autre. Sa géométrie est celle d'un parallélépipède, de section carrée, de côté a , et de longueur $l \gg a$ (typiquement, a est l'ordre du nanomètre et l est de l'ordre du micromètre : ce qui justifie la dénomination de «fil»). Pour des raisons géométriques, il existe donc un fort confinement latéral de l'électron, qui ne lui laisse plus que la possibilité de se déplacer selon l'axe (Ox) du fil. Les électrons à l'intérieur du fil sont traités comme des particules quantiques, de masse m , libres de se déplacer dans la direction (Ox) du fil.

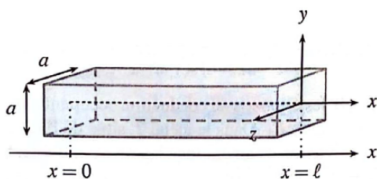


FIGURE 1 – Schéma du fil quantique

La fonction d'onde propre qui représente alors un état stationnaire d'un électron, d'énergie E , dans le fil s'écrit sous la forme suivante : $\phi(x) = A \exp(ikx)$ où A est une constante de normalisation réelle.

1. (a) Normaliser la fonction d'onde propre.
(b) En utilisant l'équation de Schrödinger indépendante du temps, exprimer l'énergie E de l'électron en fonction de k , m et \hbar . Exprimer la vitesse de déplacement v_x , d'un électron selon (Ox) en fonction de k , \hbar et m .
2. (a) Montrer que la densité de probabilité de présence de l'électron $\frac{dP(x)}{dx}$ est uniforme le long du fil et donner son expression.
(b) On admet que la probabilité de présence entre x et $x + dx$, d'un électron, dont le vecteur d'onde est compris entre k et $k + dk$ est : $dP_k(x) = \frac{dP(x)}{dx} \frac{l}{\pi} dx dk$. Montrer que la contribution au courant électrique qui traverse le fil, dans le sens des x croissant, d'un électron dont le vecteur d'onde est compris entre k et $k + dk$ est : $dI = -\frac{ev_x}{\pi} dk$, où e désigne la charge élémentaire.
3. Le fil quantique est disposé entre deux métaux, soumis à une différence de potentiel électrique U . La figure suivante représente les niveaux d'énergie des électrons dans les deux métaux.

Dans le métal 1 du côté $x < 0$, les électrons de conduction occupent tous les niveaux d'énergie jusqu'à une valeur maximale notée E_1 ; . Dans le métal 2, situé de l'autre côté du fil quantique ($x > 0$), les électrons de conduction occupent tous les niveaux d'énergie jusqu'à une valeur maximale notée $E_2 = E_1 - eU$. Un électron du métal 1 dont l'énergie est comprise entre E_1 et E_2 peut transiter à travers le fil quantique vers le métal 2. Cet électron a un vecteur d'onde k compris entre k_1 et k_2 . Les énergies E_1 et E_2 sont liées à k_1 et k_2 par la relation déterminée à la question 1.b.

- (a) Montrer que l'intensité I du courant électrique qui traverse le fil dans le sens des x croissants s'exprime en fonction de U sous la forme suivante : $I = -GU$, où G s'exprime simplement en fonction de e et de la constante de Planck h .

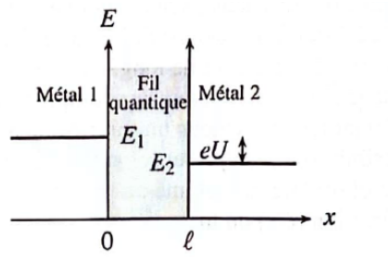


FIGURE 2 – Niveaux d'énergie dans les deux métaux.

- (b) Commenter l'expression de G et donner sa valeur numérique, ainsi que celle de la grandeur $R = 1/G$.

2 Mines PC2 2016

On traitera les questions 18 à 34.

$$\hat{M} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N M(s_i), \text{ with } s_i \sim p$$