

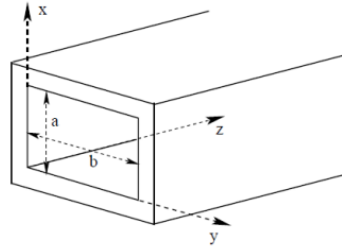
# TD2

IPESUP - PC

15 Novembre 2023

## 1 Guide d'ondes rectangulaire

Quatre plans métalliques parfaitement conducteurs (sur la figure ci-dessous  $x=0$ ,  $x=a$ ,  $y=0$ ,  $y=b$ ) délimitent un guide d'onde de longueur infinie suivant Oz, de section droite rectangulaire et dans lequel règne le vide (permittivité  $\epsilon_0$ , perméabilité  $\mu_0$ ). On se propose d'étudier la propagation dans ce guide suivant la direction Oz d'une onde électromagnétique monochromatique de pulsation  $\omega$ , dont le champ électrique s'écrit :  $\vec{E} = f(x, y) \cos(\omega t - k_g x) \vec{u}_x$ . Dans cette expression :  $f$  désigne une fonction réelle des variables  $y$  et  $x$ , et  $k_g$  est une constante positive. On posera  $k_g = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ , où  $\lambda_g$  est la "longueur d'onde guidée" et on notera :  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\omega}{c}$



1. Montrer que  $f$  ne dépend que de  $y$  puis déterminer l'équation différentielle à laquelle est soumise  $f(y)$ .
2. Résoudre cette équation et introduire un entier  $n$  correspondant à différents modes propres.
3. Déterminer  $\vec{B}$ .  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont-ils en phase ?
4. Exprimer  $k_g$  en fonction de  $\omega$ ,  $c$ ,  $n$  et  $b$ . En déduire  $\lambda_g$  en fonction de  $\lambda_0$ ,  $b$  et  $n$ .
5. Montrer qu'il existe une fréquence de coupure  $f_c$  en dessous de laquelle il n'y a plus de propagation.
6. Exprimer la vitesse de phase  $v_\phi$  de l'onde en fonction de  $c$ ,  $n$  et du rapport  $\frac{f}{f_c}$ ,  $f$  étant la fréquence de l'onde.
7. Donner l'expression du vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}$ . Quelle est la valeur moyenne  $\langle \vec{\Pi} \rangle$  dans le temps de ce vecteur ? En déduire la puissance moyenne transmise par une section droite du guide d'ondes.
8. Calculer la valeur moyenne, dans le temps, de la densité d'énergie volumique de l'énergie électromagnétique  $\langle u \rangle$ .
9. A l'aide des résultats précédents, déduire la vitesse de propagation  $v_e$  de l'énergie. Quelle relation simple peut-on constater entre  $v_e$  et  $v_\phi$  ?

## 2 Oscillations d'une particule chargée

Une charge accélérée rayonne un champ électromagnétique dans l'espace. On donne le vecteur de Poynting à une distance  $r$  de la charge :  $\vec{\Pi} = \frac{\mu_0 q^2}{16\pi^2 r^2 c} \|\vec{e}_r \wedge \frac{d\vec{v}}{dt}\|^2 \vec{e}_r$ , avec  $v$  la vitesse de la particule. L'expression est évaluée en  $u = t - \frac{r}{c}$

1. En considérant le cas où la particule décrit une trajectoire rectiligne avec un mouvement harmonique, déterminer le vecteur de Poynting en fonction des coordonnées sphériques, puis sa moyenne temporelle.
2. Déterminer la puissance rayonnée dans tout l'espace.
3. Pourquoi le ciel est-il bleu ?
4. Une particule chargée est suspendue à un ressort de raideur  $k$  au bout duquel elle effectue des oscillations d'amplitude  $x_0$  dont on donnera la pulsation. Calculer l'énergie mécanique moyenne de la particule.
5. Montrer que  $x_0$  dépend nécessairement du temps, puis trouver sa loi de variation.