TD1

IPESUP - PC

8 Novembre 2023

1 Rappels de cours

Les équations de Maxwell locales :

$div(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
$\vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
$div(\vec{B}) = 0$
$\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Les équations de Maxwell sous forme intégrale :

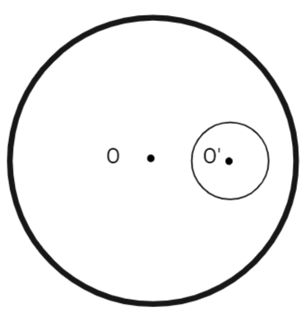
$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \, dV$

$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{A} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$
Dans un conducteur de conductivité γ : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

Quelques ordres de grandeur :
$\epsilon_0 = 8,8 \times 10^{-12} F.m^{-1}$
$\gamma_{Cu} = 6.10^7 S.m^{-1}$

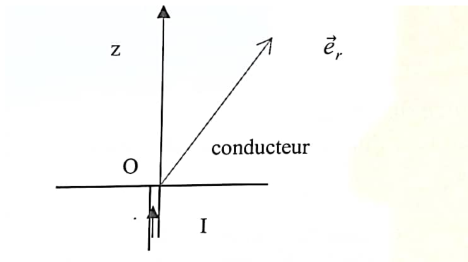
2 La mer de Lidenbrock

1. En comparant les formules de la force gravitationelle et de la force électrostatique, déduire une équation de Maxwell-Gauss sous forme intégrale pour le champ gravitationnel.
2. En déduire le champ gravitationnel formé par une planète de densité massique ρ, de rayon R et de centre 0 dans tout l'espace.
3. En déduire le champ gravitationnel dans une cavité sphérique de rayon R' située à l'intérieur de la première planète et excentrée (centrée en $0' \neq O$). Quelle est la forme de la surface libre d'un océan situé dans cette cavité ?



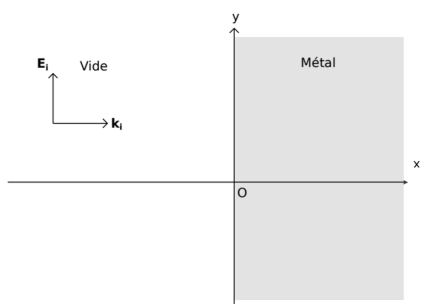
3 Calcul de champ

On considère un fil conducteur parcouru par un courant I pénétrant dans un conducteur isotrope occupant tout l'espace des $z > 0$. Déterminer le champ magnétique dans le concucteur illimité $z > 0$.



4 L'effet de peau

Soit une OPPH (onde radio, $\lambda = 1cm$), se propageant selon les x croissants et rencontrant un conducteur non parfait de conductivité γ occupant tout le demi espace $x > 0$. On note $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{u_y}$ le champ électrique et $\vec{B} = B_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{u_z}$ le champ magnétique.



1. Montrer que la densité de charge est nulle partout dans le conducteur.
2. En supposant que $\epsilon_0 \omega << \gamma$ (approximation que l'on justifiera), montrer que l'équation de propagation d'une onde dans le conducteur s'écrit : $\vec{\Delta} \vec{E} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
3. On cherche une onde transmise de la forme $\vec{E_t} = \vec{E_{t0}} e^{i(\omega t - k_t x)}$. Calculer k_t puis expliciter la forme de l'onde transmise.