

Formulaire

1 Alphabet grec

	Minuscule	Majuscule		Minuscule	Majuscule
alpha	α	A		nu	ν
beta	β	B		ksi	ξ
gamma	γ	Γ		omicron	\circ
delta	δ	Δ		pi	π
epsilon	ε	E		rho	ρ
zeta	ζ	Z		sigma	σ
eta	η	H		tau	τ
theta	θ	Θ		upsilon	υ
iota	ι	I		phi	ϕ
kappa	κ	K		khi	χ
lambda	λ	Λ		psi	ψ
mu	μ	M		omega	ω

2 Multiples et sous-multiples d'unités

10^{12}	téra	10^9	giga	10^6	méga	10^3	kilo	10^2	hecto	10^1	déca	10^0		10^{-1}	déci	10^{-2}	centi	10^{-3}	milli	10^{-6}	micro	10^{-9}	nano	10^{-12}	pico	10^{-15}	femto
T		G	M	k	h	da				d	c	m	μ		n		p		f								

$$1 \text{ tonnes} = 10^3 \text{ kilogrammes}$$

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ km}^2 = 1(10^3 \text{ m})^2 = 10^6 \text{ m}^2$$

Remarque. En informatique, un faux débat existe sur l'octet : 1 ko correspond bien à 10^3 o. Par simplicité, une erreur courante est de dire que 1 ko = 1024 o. Pour éviter la confusion, une norme de 1998 introduit le kio, tel que 1 kio = $2^{10} = 1024$ o.

3 Dérivées et primitives usuelles

$f(x)$	$f'(x)$
constante k	0
x	1
x^a	ax^{a-1}
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{x^a} = x^{-a}$	$-\frac{a}{x^{a+1}} = -ax^{-a-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax}	ae^{ax}
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos(\omega x)$	$-\omega \sin(\omega x)$
$\sin(\omega x)$	$\omega \cos(\omega x)$

$f'(x)$	$f(x)$
x^a (avec $a \neq -1$)	$\frac{x^{a+1}}{a+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}$
e^x	e^x
$\cos x$	$\sin x$
$\sin x$	$-\cos x$
e^{ax}	$\frac{e^{ax}}{a}$
$\cos(\omega x)$	$\frac{\sin(\omega x)}{\omega}$
$\sin(\omega x)$	$-\frac{\cos(\omega x)}{\omega}$

Opérations sur les dérivées :

$$\begin{aligned} (u + v)' &= u' + v' & \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} & (u \circ v)' &= (u' \circ v)v' \\ (uv)' &= u'v + uv' & \left(\frac{1}{u}\right)' &= -\frac{u'}{u^2} & (e^u)' &= u'e^u \\ (u^2)' &= 2u'u & & & (\ln u)' &= \frac{u'}{u} \end{aligned}$$

Valeur moyenne

$$\boxed{\langle f(x) \rangle_{[a,b]} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx} \quad \text{en particulier} \quad \boxed{\langle \cos^2(\omega t) \rangle = \langle \sin^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2}}$$

4 Fonctions usuelles

4.1 Puissance

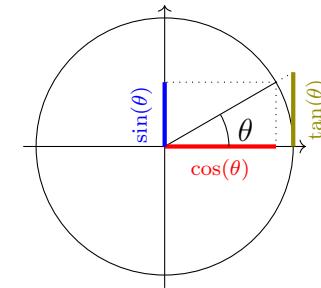
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0 \quad a^{1/2} = \sqrt{a}, \quad a^{1/3} = \sqrt[3]{a} \quad a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad a \neq 0 \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad b \neq 0 \quad a^0 = 1, \quad a \neq 0 \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0$$

4.2 Trigonométrie

Angle (degré)	0	30	45	60	90
Angle (radian)	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
cosinus	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
sinus	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
tangente	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	\emptyset



$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta \quad \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$$

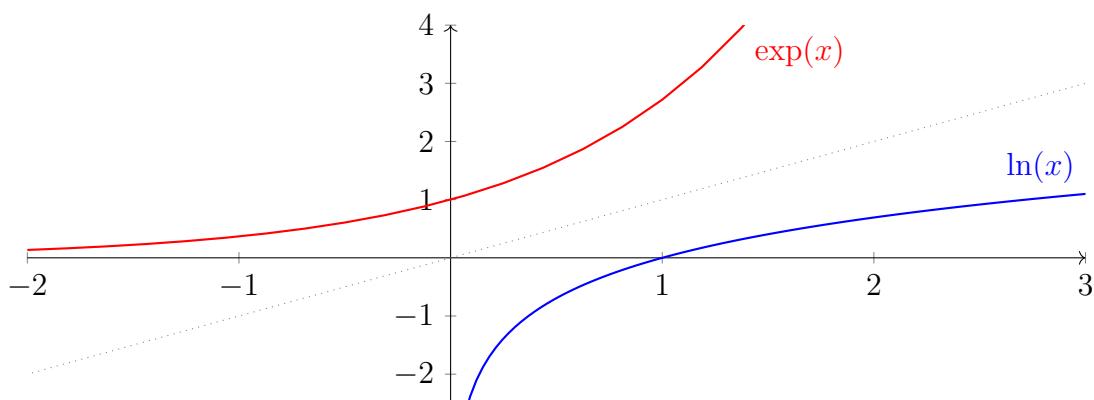
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin \theta \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos \theta \quad \sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2} \quad \sin a \sin b = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad \sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(2a) = 2 \cos^2 a - 1 \quad \sin(2a) = 2 \sin a \cos a$$

4.3 Exponentielle et logarithme



Exponentielle : $\exp(x) = e^x$

$$e^0 = 1 \quad e^a e^b = e^{a+b} \quad (e^a)^b = e^{ab} \quad \frac{1}{e^a} = e^{-a} \quad \frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$$

Logarithme népérien : $\ln(x) \quad \forall x > 0$

$$\begin{aligned} e^x = y \Leftrightarrow x = \ln(y) \\ \exp(\ln(x)) = \ln(\exp(x)) = x \\ \ln(ab) = \ln(a) + \ln(b) \end{aligned} \quad \begin{aligned} \ln(a^b) = b \ln(a) \\ \ln(1/a) = -\ln(a) \\ \ln(1) = 0 \end{aligned}$$

Logarithme dans une autre base : $\log_b(x)$

$$\log_b(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(b)} \quad , \text{ il vérifie : } \log_b(b^x) = x$$

En particulier, le logarithme en base 10 :

$$\log(a) = \frac{\ln(a)}{\ln(10)} \quad \text{tel que } \log(10^a) = a$$

5 Nombres complexes (en physique : $j^2 = -1$)

- On note les nombres complexes avec une barre et les conjugués avec une étoile.
- Forme algébrique, avec $a = \operatorname{Re}(\underline{z})$ la partie réelle et $b = \operatorname{Im}(\underline{z})$ la partie imaginaire :

$$\underline{z} = a + jb \quad \text{et} \quad \underline{z}^* = a - jb$$

- Forme trigonométrique ou exponentielle : $\underline{z} = |\underline{z}|(\cos \theta + j \sin \theta) = |\underline{z}|e^{j\theta}$
avec $|\underline{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$ le module et θ son argument défini par :

$$\arg \underline{z} = \theta = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(\underline{z})}{\operatorname{Re}(\underline{z})}\right) \quad \text{si } \operatorname{Re}(\underline{z}) > 0$$

$$\arg \underline{z} = \theta = \pi - \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(\underline{z})}{\operatorname{Re}(\underline{z})}\right) \quad \text{si } \operatorname{Re}(\underline{z}) < 0$$

- Propriété des modules et arguments :

$$|\underline{z}_1 \underline{z}_2| = |\underline{z}_1| \cdot |\underline{z}_2| \quad , \quad \arg(\underline{z}_1 \underline{z}_2) = \arg(\underline{z}_1) + \arg(\underline{z}_2) \quad \text{et} \quad \arg\left(\frac{1}{\underline{z}}\right) = -\arg(\underline{z})$$