

Formulaire

1 Alphabet grec

| | Minuscule | Majuscule |
|---------|---------------|-----------|
| alpha | α | A |
| beta | β | B |
| gamma | γ | Γ |
| delta | δ | Δ |
| epsilon | ε | E |
| zeta | ζ | Z |
| eta | η | H |
| theta | θ | Θ |
| iota | ι | I |
| kappa | κ | K |
| lambda | λ | Λ |
| mu | μ | M |

| | Minuscule | Majuscule |
|---------|-----------|------------|
| nu | ν | N |
| ksi | ξ | Ξ |
| omicron | o | O |
| pi | π | Π |
| rho | ρ | P |
| sigma | σ | Σ |
| tau | τ | T |
| upsilon | v | Υ |
| phi | ϕ | Φ |
| khi | χ | X |
| psi | ψ | Ψ |
| omega | ω | Ω |

2 Multiples et sous-multiples d'unités

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|
| téra | giga | méga | kilo | hecto | déca | | déci | centi | milli | micro | nano | pico | femto |
| 10^{12} | 10^9 | 10^6 | 10^3 | 10^2 | 10^1 | 10^0 | 10^{-1} | 10^{-2} | 10^{-3} | 10^{-6} | 10^{-9} | 10^{-12} | 10^{-15} |
| T | G | M | k | h | da | | d | c | m | μ | n | p | f |

$$1 \text{ tonnes} = 10^3 \text{ kilogrammes}$$

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ km}^2 = 1(10^3 \text{ m})^2 = 10^6 \text{ m}^2$$

Remarque. En informatique, un faux débat existe sur l'octet : 1 ko correspond bien à 10^3 o. Par simplicité, une erreur courante est de dire que $1 \text{ ko} = 1024 \text{ o}$. Pour éviter la confusion, une norme de 1998 introduit le kio, tel que $1 \text{ kio} = 2^{10} = 1024 \text{ o}$.

3 Dérivées et primitives usuelles

| $f(x)$ | $f'(x)$ |
|--------------------------|-----------------------------------|
| constante k | 0 |
| x | 1 |
| x^a | ax^{a-1} |
| \sqrt{x} | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| $\frac{1}{x^a} = x^{-a}$ | $-\frac{a}{x^{a+1}} = -ax^{-a-1}$ |
| $\ln x$ | $\frac{1}{x}$ |
| e^x | e^x |
| e^{ax} | ae^{ax} |
| $\cos x$ | $-\sin x$ |
| $\sin x$ | $\cos x$ |
| $\cos(\omega x)$ | $-\omega \sin(\omega x)$ |
| $\sin(\omega x)$ | $\omega \cos(\omega x)$ |

| $f'(x)$ | $f(x)$ |
|---------------------------|----------------------------------|
| x^a (avec $a \neq -1$) | $\frac{x^{a+1}}{a+1}$ |
| $\frac{1}{x}$ | $\ln x$ |
| $\frac{1}{x^2}$ | $-\frac{1}{x}$ |
| e^x | e^x |
| $\cos x$ | $\sin x$ |
| $\sin x$ | $-\cos x$ |
| e^{ax} | $\frac{e^{ax}}{a}$ |
| $\cos(\omega x)$ | $\frac{\sin(\omega x)}{\omega}$ |
| $\sin(\omega x)$ | $-\frac{\cos(\omega x)}{\omega}$ |

Opérations sur les dérivées :

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(u^2)' = 2u'u$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$(u \circ v)' = (u' \circ v)v'$$

$$(e^u)' = u'e^u$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

Valeur moyenne

$$\langle f(x) \rangle_{[a,b]} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx$$

en particulier

$$\langle \cos^2(\omega t) \rangle = \langle \sin^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2}$$

4 Fonctions usuelles

4.1 Puissance

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0$$

$$a^{1/2} = \sqrt{a}, \quad a^{1/3} = \sqrt[3]{a}$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad a \neq 0$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

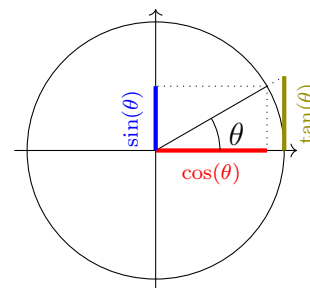
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad b \neq 0$$

$$a^0 = 1, \quad a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0$$

4.2 Trigonométrie

| | | | | | |
|----------------|---|--------------|--------------|--------------|-------------|
| Angle (degré) | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 |
| Angle (radian) | 0 | $\pi/6$ | $\pi/4$ | $\pi/3$ | $\pi/2$ |
| cosinus | 1 | $\sqrt{3}/2$ | $\sqrt{2}/2$ | $1/2$ | 0 |
| sinus | 0 | $1/2$ | $\sqrt{2}/2$ | $\sqrt{3}/2$ | 1 |
| tangente | 0 | $\sqrt{3}/3$ | 1 | $\sqrt{3}$ | \emptyset |



$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin \theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos \theta$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$$

$$\sin a \sin b = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2}$$

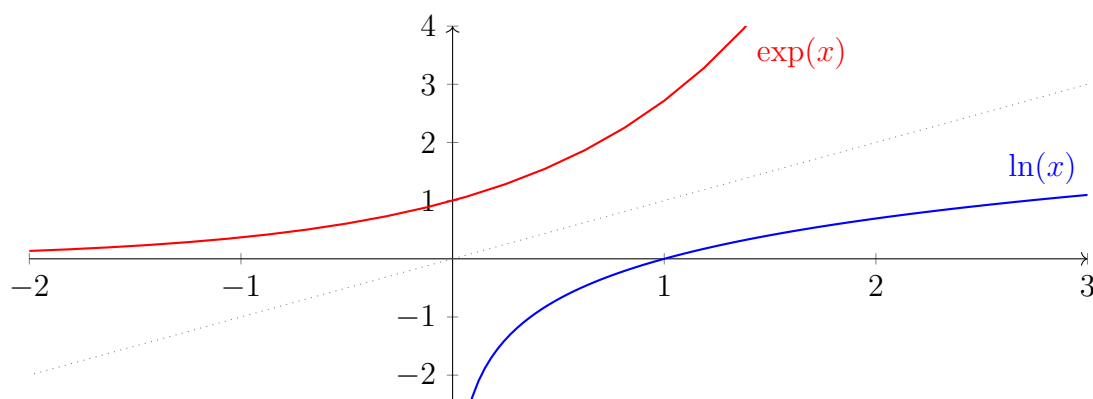
$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(2a) = 2\cos^2 a - 1$$

$$\sin(2a) = 2\sin a \cos a$$

4.3 Exponentielle et logarithme



Exponentielle : $\exp(x) = e^x$

$$e^0 = 1$$

$$e^a e^b = e^{a+b}$$

$$(e^a)^b = e^{ab}$$

$$\frac{1}{e^a} = e^{-a}$$

$$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$$

Logarithme népérien : $\ln(x) \quad \forall x > 0$

$$e^x = y \Leftrightarrow x = \ln(y)$$

$$\exp(\ln(x)) = \ln(\exp(x)) = x$$

$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln(a^b) = b \ln(a)$$

$$\ln(1/a) = -\ln(a)$$

$$\ln(1) = 0$$

Logarithme dans une autre base : $\log_b(x)$

$$\log_b(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(b)} \quad , \text{ il vérifie : } \log_b(b^x) = x$$

En particulier, le logarithme en base 10 :

$$\log(a) = \frac{\ln(a)}{\ln(10)} \quad \text{tel que} \quad \log(10^a) = a$$

5 Nombres complexes (en physique : $j^2 = -1$)

- On note les nombres complexes avec une barre et les conjugués avec une étoile.
- Forme algébrique, avec $a = \operatorname{Re}(z)$ la partie réelle et $b = \operatorname{Im}(z)$ la partie imaginaire :

$$z = a + jb \quad \text{et} \quad z^* = a - jb$$

- Forme trigonométrique ou exponentielle : $z = |z|(\cos \theta + j \sin \theta) = |z|e^{j\theta}$
avec $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ le module et θ son argument défini par :

$$\arg z = \theta = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right) \quad \text{si} \quad \operatorname{Re}(z) > 0$$

$$\arg z = \theta = \pi - \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right) \quad \text{si} \quad \operatorname{Re}(z) < 0$$

- Propriété des modules et arguments :

$$|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \quad , \quad \arg(z_1 z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2) \quad \text{et} \quad \arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg(z)$$