

Zestaw 3

1. Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych równania:

- a) $z^2 = i$,
- b) $z^2 - z + 1 = 0$,
- c) $z^2 + 3\bar{z} = 0$.

2. Przedstaw w postaci trygonometrycznej/wykładniczej liczby:

- a) $-2i$,
- b) $-1 - \sqrt{3}i$,
- c) $-1 + i$.

3. Przedstaw w postaci algebraicznej liczby:

- a) $(1 - \sqrt{3}i)^{150}$,
- b) $[(1 - i)(-1 + \sqrt{3}i)]^{1000}$.

4. Wykorzystując wzór de Moivre'a-Laplace'a wyraż:

- a) $\cos(2x)$,
- b) $\sin(3x)$,

przez $\sin x$ i $\cos x$.

5. Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej zbiory liczb spełniających warunki:

- a) $|z - 1 + 3i| = 2$,
- b) $|1 < |z + i| \leq 2|$,
- c) $|(1 - i)z - 1| \geq 3$,
- d) $\left| \frac{z + 3}{z - 2i} \right| \geq 1$,
- e) $\operatorname{Re}(z^3) \geq 0$.

6. Rozwiąż w zbiorze liczb zespolonych równania:

- a) $(\bar{z})^6 = 4|z^2|$,
- b) $\frac{|z|^2 z}{(\bar{z})^3} = -1$.

7. Wyraż $\sin^3 x$ i $\cos^3 x$ przez funkcje sinus i kosinus wielokrotności kąta x .

8. Wyznacz pierwiastki zespolone:

- a) $\sqrt{4i - 3}$,
- b) $\sqrt[3]{-8}$,
- c) $\sqrt[4]{-1 + \sqrt{3}i}$.