Zestaw 5

1. Oblicz całki nieoznaczone:

a)
$$\int \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \, \mathrm{d}x$$
,

b)
$$\int \sqrt{1+\sqrt{x}} \, \mathrm{d}x,$$

c)
$$\int x\sqrt{x-3}\,\mathrm{d}x$$
,

$$d) \int tg x dx,$$

e)
$$\int tg^2 x dx$$
,

$$f) \int \frac{2^x - 5^x}{10^x} \, \mathrm{d}x,$$

$$g) \int \frac{1}{e^x + e^{-x}} \, \mathrm{d}x,$$

h)
$$\int \arctan x \, dx$$
,

i)
$$\int x \arctan tg x dx$$
,

j)
$$\int \arcsin x \, \mathrm{d}x$$
,

$$\mathbf{k}) \quad \int \sin(\ln x) \, \mathrm{d}x,$$

l)
$$\int \ln x \, \mathrm{d}x$$
,

$$m) \int x \ln x \, dx,$$

$$n) \int \frac{1}{x \ln x} \, \mathrm{d}x,$$

o)
$$\int \frac{\ln x}{x} \, \mathrm{d}x$$
,

$$p) \int \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \, \mathrm{d}x,$$

q)
$$\int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} \, \mathrm{d}x$$
,

r)
$$\int \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} \, \mathrm{d}x$$
,

s)
$$\int \frac{\cos\frac{1}{x}}{x^3} \, \mathrm{d}x$$
,

t)
$$\int \frac{x}{\cos^2 x} \, \mathrm{d}x$$
,

$$\mathrm{u}) \int \frac{x^3}{\cos^2 x^4} \, \mathrm{d}x,$$

v)
$$\int x \cos x \, dx$$
,

$$w) \int x^3 \ln(1+x^2) \, \mathrm{d}x,$$

$$x) \int x^3 e^{x^2} dx,$$

y)
$$\int \frac{\ln^3(\operatorname{ctg} x)}{\operatorname{ctg} x \sin^2 x} \, \mathrm{d}x,$$

$$z) \int \frac{4x+3}{\sqrt{1-x^2}} \, \mathrm{d}x,$$

2. Wyprowadź wzory rekurencyjne dla całek:

a)
$$\int tg^n x dx$$
, $n \in \mathbb{N}$,

b)
$$\int \sin^n x \, \mathrm{d}x$$
, $n \in \mathbb{Z}$,

c)
$$\int \frac{1}{(1+x^2)^n} dx$$
, $n \in \mathbb{N}$.