

IMIĘ i NAZWISKO (DRUKOWANE):

Nr grupy:

40 pkt.

Kolokwium I – 15 grudnia 2025 r.

- Proszę o wyraźne podpisanie pracy. Imię i nazwisko muszą być DRUKOWANE.
- Proszę o wpisanie numeru grupy w postaci 1.x. Osoby powtarzające wpisują W.
- Proszę o czytelność – bez nadmiernych skreśleń, strzałek i dodatkowych kartek.
- Każde zadanie musi być rozwiązane na odpowiedniej stronie.

1. Zbuduj formułę równoważną $p \oplus q$, wykorzystując wyłącznie funktor \downarrow (NOR).

10 pkt.

2. Uzasadnij, że dla dowolnych zbiorów A , B i C zachodzi równość

$$(A \triangle B) \cap C = (A \cap C) \triangle (B \cap C).$$

10 pkt.

3. Uzasadnij, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzi równość

$$(2n + 1) + (2n + 3) + \dots + (4n - 3) + (4n - 1) = 3n^2.$$

10 pkt.

4. Rozważmy zbiór X , którego elementami są ciągi o wyrazach -1 lub 1 o długości 4 . W X wprowadzamy relację \sim wzorem

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) \sim (b_1, b_2, b_3, b_4) \Leftrightarrow a_1 + a_2 + a_3 + 2a_4 = b_1 + b_2 + b_3 + 2b_4$$

10 pkt.

dla dowolnych $(a_1, a_2, a_3, a_4), (b_1, b_2, b_3, b_4) \in X$. Relacja \sim jest relacją równoważności (nie musisz tego sprawdzać). Znajdź wszystkie klasy abstrakcji względem tej relacji.