

IMIĘ i NAZWISKO (DRUKOWANE):

Nr grupy:

40 pkt.

Kolokwium I – 15 kwietnia 2025 r.

1. Wyznacz wszystkie proste, które są jednocześnie styczne do krzywych o równaniach

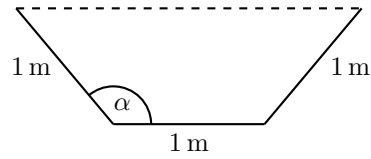
$y = -x^2, \quad y = x^2 - 2x + 5.$

10 pkt.



2. Przekrój poprzeczny kanału przeciwpowodziowego ma mieć kształt trapezu, którego trzy boki mają długość 1 m, patrz rysunek.

10 pkt.



Wyznacz kąt α , przy którym pole przekroju jest największe oraz oblicz to pole.

3. Rozważmy wielomian postaci

$$ax^3 + bx^2 + cx + d$$

10 pkt.

dla pewnych stałych rzeczywistych a , b , c i d spełniających warunek $b^2 < ac$. Uzasadnij, że wielomian ten ma dokładnie jedno miejsce zerowe.

4. Oblicz całki nieoznaczone:

(a) $\int x \ln^2 x \, dx$

(b) $\int \frac{1}{\operatorname{ctg} x \ln(\cos x)} \, dx$

10 pkt.