

Zniekształcona wiadomość

Aldona i Bogumił próbują stworzyć system komunikacji odporny na błędy. Muszą zapewnić, aby odebrane wiadomości były odczytane dokładnie tak, jak zostały wysłane, mimo potencjalnych zakłóceń w kanale transmisyjnym.

Pojedyncza wiadomość, którą Aldona chce wysłać Bogumiłowi, składa się z dowolnego ciągu $N + 1$ bitów (x_0, x_1, \dots, x_N) — każdy bit x_i ma wartość 0 lub 1. Niestety z powodu zakłóceń, Aldona nie może przesłać wyłącznie oryginalnej wiadomości. Musi ją zakodować w ustalony sposób. Aldona tworzy pewną (znaną tylko sobie) formułę logiczną, w której mogą wystąpić zmienne logiczne p_1, \dots, p_N oraz dwa funktory: negacja (\neg) i XOR (\oplus). Innymi słowy, zbiór \mathcal{F} dopuszczalnych formuł Aldony jest zdefiniowany przez warunki:

- Formuła złożona z pojedynczej zmiennej p_i należy do \mathcal{F} dla dowolnego $i \in \{1, \dots, N\}$.
- Jeżeli formuła φ należy do \mathcal{F} , to $(\neg\varphi)$ również należy do \mathcal{F} .
- Jeżeli φ i ψ należą do \mathcal{F} , to $(\varphi \oplus \psi)$ również należy do \mathcal{F} .

Dla wiadomości (x_0, \dots, x_N) Aldona wybiera dowolną formułę $\varphi_A \in \mathcal{F}$ spełniającą warunki:

- 1) Liczba wystąpień funktora negacji \neg w φ_A jest parzysta wtedy i tylko wtedy, gdy x_0 ma wartość 0.
- 2) Dla każdego $i \in \{1, \dots, N\}$ liczba wystąpień zmiennej p_i w φ_A jest parzysta wtedy i tylko wtedy, gdy x_i ma wartość 0.

Następnie Aldona wyznacza wartość logiczną formuły φ_A dla każdego możliwego wartościowania zmiennych p_1, \dots, p_N . W tym celu przyporządkowuje symbolowi prawdy T liczbę 1, a symbolowi fałszu F liczbę 0 i każdą liczbę ze zbioru $\{0, 1, \dots, 2^N - 1\}$ utożsamia z wartościowaniem zgodnym z jej zapisem dwójkowym: jeżeli $k \in \{0, 1, \dots, 2^N - 1\}$ i

$$k = b_{N-1} \cdot 2^{N-1} + b_{N-2} \cdot 2^{N-2} + \dots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0 = (b_{N-1} \dots b_0)_2,$$

to odpowiadającym jej wartościowaniem zmiennych p_1, \dots, p_N jest $p_i = b_{i-1}$ dla dowolnego $i \in 1, \dots, N$. Wartość logiczną φ_A odpowiadającą liczbie k Aldona oznacza przez $v_k(\varphi_A)$ i wysyła do Bogumiła zakodowaną wiadomość w postaci ciągu

$$(v_0(\varphi_A), v_1(\varphi_A), \dots, v_{2^N-2}(\varphi_A), v_{2^N-1}(\varphi_A)).$$

Przykład

Aldona chce wysłać wiadomość $(0, 1, 1, 1)$. W tym przypadku $N = 3$, a formuła φ_A wybrana przez Aldonę ma postać

$$(((\neg p_3) \oplus p_2) \oplus ((\neg(\neg p_1) \oplus p_3)) \oplus (\neg p_3))).$$

Zauważmy, że formuła jest w opisanym wyżej sensie zgodna z wiadomością $(0, 1, 1, 1)$ — negacja występuje parzystą, a każda zmienna nieparzystą liczbę razy. (Oczywiście są również inne formuły, które odpowiadają tej samej wiadomości, a nawet jest ich nieskończenie wiele. Bogumił nie wie, którą z nich wybrała Aldona.)

Aldona wyznacza wartości logiczne formuły φ_A dla każdego wartościowania odpowiadającego liczbom ze zbioru $\{0, 1, \dots, 7\}$. Przykładowo, dla $k = 6 = (110)_2$ mamy $p_1 = 0$, $p_2 = p_3 = 1$, więc

$$v_6(\varphi_A) = (((-1) \oplus 1) \oplus ((\neg((-0) \oplus 1)) \oplus (-1))) = 0.$$

Postępując w ten sposób dla każdego k , Aldona otrzymuje

$0 = (000)_2$	\Rightarrow	$p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = 0$	\Rightarrow	$v_0(\varphi_A) = 0,$
$1 = (001)_2$	\Rightarrow	$p_1 = 1, p_2 = 0, p_3 = 0$	\Rightarrow	$v_1(\varphi_A) = 1,$
$2 = (010)_2$	\Rightarrow	$p_1 = 0, p_2 = 1, p_3 = 0$	\Rightarrow	$v_2(\varphi_A) = 1,$
$3 = (011)_2$	\Rightarrow	$p_1 = 1, p_2 = 1, p_3 = 0$	\Rightarrow	$v_3(\varphi_A) = 0,$
$4 = (100)_2$	\Rightarrow	$p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = 1$	\Rightarrow	$v_4(\varphi_A) = 1,$
$5 = (101)_2$	\Rightarrow	$p_1 = 1, p_2 = 0, p_3 = 1$	\Rightarrow	$v_5(\varphi_A) = 0,$
$6 = (110)_2$	\Rightarrow	$p_1 = 0, p_2 = 1, p_3 = 1$	\Rightarrow	$v_6(\varphi_A) = 0,$
$7 = (111)_2$	\Rightarrow	$p_1 = 1, p_2 = 1, p_3 = 1$	\Rightarrow	$v_7(\varphi_A) = 1$

i wysyła do Bogumiła zakodowaną wiadomość w postaci ciągu wartości

$$(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1).$$

Zadanie

Aldona wybiera swoją wiadomość, koduje ją w opisany sposób i przesyła do Bogumiła. Niestety kanał komunikacyjny jest narażony na zakłócenia. Dla każdego ciągu bitów przesyłanego przez Aldonę część z nich może zostać zmieniona (0 na 1 lub 1 na 0). Pomóż Bogumiłowi i napisz program, który odkoduje oryginalną wiadomość Aldony.

Wejście

Dane do zadania są przygotowane w jednym pliku tekstowym, który ma następującą postać:

- W pierwszym wierszu znajduje się jedna liczba naturalna, będąca długością oryginalnej wiadomości Aldony (przy powyższych oznaczeniach jest to $N + 1$).
- W drugim wierszu wejścia znajduje się liczba wiadomości n , które należy odkodować.
- W trzecim wierszu znajduje się jedna liczba naturalna, która jest maksymalną liczbą bitów zmienionych w każdej zakodowanej wiadomości Aldony.
- W każdym z kolejnych n wierszy znajduje się zakodowana (i być może zniekształcona) wiadomość m_i , $i = 1, \dots, n$ Aldony w postaci napisu złożonego z ciągu zer i jedynek.

Wyjście

Wyjście składa się z n wierszy, przy czym w i -tym wierszu ($i = 1, \dots, n$) znajduje się wiadomość Aldony m_i .

Przykład 1

Plik wejściowy:

Oczekiwany wynik:

```
4          // długość oryginalnej wiadomości
1          // liczba wiadomości
1          // maksymalna liczba zmienionych bitów
11101001  // zniekształcona wiadomość Aldony
```

0111

Wyjaśnienie: Jest to przykład opisany wyżej. W zakodowanej wiadomości 01101001 zmieniony został jeden (pierwszy) bit.

Przykład 2

Plik wejściowy:

Oczekiwany wynik:

```
6
1
5
01010101010111110010101010101110
```

010001

Przykład 3

Plik wejściowy:

Oczekiwany wynik:

```
7
2
9
00001010010101111001101001010101010001101010100000000110101010
0100100101101001100101101001011011101010011000001001011000010010
```

1101001

0010111