

IMIE i NAZWISKO (DRUKOWANE): .....

Nr grupy: .....  
40 pkt.

## Kolokwium I – 15 grudnia 2025 r.

- Proszę o wyraźne podpisanie pracy. Imię i nazwisko muszą być DRUKOWANE.
- Proszę o wpisanie numeru grupy w postaci 1.x. Osoby powtarzające wpisują W.
- Proszę o czytelność – bez nadmiernych skreśleń, strzałek i dodatkowych kartek.
- Każde zadanie musi być rozwiązane na odpowiedniej stronie.

1. Zbuduj formułę równoważną  $p \oplus q$ , wykorzystując wyłącznie funktor  $\downarrow$  (NOR).

10 pkt.

2. Uzasadnij, że dla dowolnych zbiorów  $A$ ,  $B$  i  $C$  zachodzi równość

$$(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C).$$

10 pkt.

3. Uzasadnij, że dla dowolnej liczby naturalnej  $n$  zachodzi równość

$$(2n + 1) + (2n + 3) + \dots + (4n - 3) + (4n - 1) = 3n^2.$$

10 pkt.

4. Rozważmy zbiór  $X$ , którego elementami są ciągi o wyrazach  $-1$  lub  $1$  o długości  $4$ . W  $X$  wprowadzamy relację  $\sim$  wzorem

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) \sim (b_1, b_2, b_3, b_4) \Leftrightarrow a_1 + a_2 + a_3 + 2a_4 = b_1 + b_2 + b_3 + 2b_4$$

10 pkt.

dla dowolnych  $(a_1, a_2, a_3, a_4), (b_1, b_2, b_3, b_4) \in X$ . Relacja  $\sim$  jest relacją równoważności (nie musisz tego sprawdzać). Znajdź wszystkie klasy abstrakcji względem tej relacji.