

Zestaw 9

1. Załóżmy, że

$$A \in \mathbb{R}_{20 \times 4}, \quad B \in \mathbb{R}_{4 \times 10}, \quad C \in \mathbb{R}_{10 \times 5}, \quad D \in \mathbb{R}_{5 \times 10}.$$

W jakiej kolejności wykonać działanie

$$ABCD,$$

aby liczba mnożeń (liczb rzeczywistych) była możliwie najmniejsza.

2. Wyznacz

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix},$$

a następnie oblicz

$$\left(\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \right)^{2025}.$$

3. Wykorzystując algorytm Gaussa, wyznacz macierz odwrotną do macierzy:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix},$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{bmatrix}.$

b) $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix},$

4. W zależności od wartości rzeczywistego parametru a oblicz rząd macierzy:

a) $\begin{bmatrix} 1 & a & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ a & -a & 1 \end{bmatrix},$

c) $\begin{bmatrix} a & 1 & a & 1 \\ 0 & a & 0 & a \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a & 0 \end{bmatrix}.$

b) $\begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 2 & 2 & a-1 \\ a+2 & 3 & a \end{bmatrix},$