

16 funh. 2-arg.
4 funh. 1-arg.

$$\varphi \rightsquigarrow \neg$$

$$\varphi \equiv \neg \quad (v(\varphi) = v(\neg))$$

formuly mapp ideal.
tabele pravdy

Postać normalna formuły

CNF
conjunctive normal form

DNF
disjunctive n. f.

\wedge, \vee, \neg

$$(v \dots v) \wedge (v \dots v) \wedge \dots \wedge (v \dots v) \quad \text{CNF}$$

$\dots v \dots v \dots$

$$\boxed{p / \neg p}$$

literal

literal

CNF

$$(l_1^1 \vee l_2^1 \vee \dots \vee l_{n_1}^1) \wedge (l_1^2 \vee \dots \vee l_{n_2}^2) \wedge \dots \wedge (l_1^k \vee \dots \vee l_{n_k}^k)$$

$$\text{DNF} \\ (\dots \wedge \dots \wedge \dots) \vee (\dots \wedge \dots \wedge \dots) \vee \dots \vee (\dots \wedge \dots \wedge \dots) \\ \uparrow \\ \text{literal } (p / \neg p)$$

$$\text{CNF: } (p \vee \neg q) \wedge (p)$$

$$\text{DNF: } (q \wedge p \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg r \wedge a)$$

$$\text{CNF: } (p) \wedge (q) \wedge (r) \quad \text{CNF}$$

$$(p \wedge q \wedge r) \quad \text{DNF}$$

$$\varphi = (p \oplus q) \downarrow r$$

XOR NOR

p	q	r	$(p \oplus q) \downarrow r$	
1	1	1	0	→ $(\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge$
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	1	→ $(p \wedge q \wedge \neg r)$
1	0	1	0	→ $(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge$
0	1	1	0	→ $(p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge$
1	0	0	0	→ $(\neg p \vee q \vee r) \wedge$
0	1	0	0	→ $(p \vee \neg q \vee r) \wedge$
0	0	1	0	→ $(p \vee q \vee \neg r)$
0	0	0	1	→ $(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$

$$\text{DNF: } (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

110

000

Tw. Każdą formułę można zapisać w równoważnej postaci normalnej (CNF i DNF).

\wedge, \vee, \neg

Def. Zbiór funkcji A nazywamy zupetnym, jeżeli każdą formułę logiczną można w sposób równoważny zapisać przy użyczeniu wyłącznie funkcji ze zbioru A .

→ wniosek. $\{\wedge, \vee, \neg\}$ jest zupetny.

Tw. $\{\wedge, \neg\}$ i $\{\vee, \neg\}$ są zupetne.

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

$$p \vee q \equiv \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

$$\begin{aligned} \wedge, \neg &\rightsquigarrow \vee \\ \{\wedge, \neg\} &\rightsquigarrow \{\wedge, \neg, \vee\} \end{aligned}$$

Tw. $\{1\}$ i $\{\downarrow\}$ są zupełne. $p|q \equiv \neg(p \wedge q)$

\uparrow
NAND
 \uparrow
NOR

Dow. Wiemy, że $\{\wedge, \neg\}$ jest zupełny.

$$\neg p \equiv \neg(p \wedge p) = p|p \quad | \rightsquigarrow \neg$$

$$p \wedge q \equiv \neg(\neg(p \wedge q)) \equiv \neg(p|q) = (p|q)|(p|q) \quad | \rightsquigarrow \wedge$$

Def. Formuła φ jest spełnialna, jeżeli istnieje wartościowanie v , przy którym $v(\varphi) = 1$.

$$(p \oplus q) \wedge (p|q)$$

1	0		1	0
└───┘			└───┘	
1		^	1	

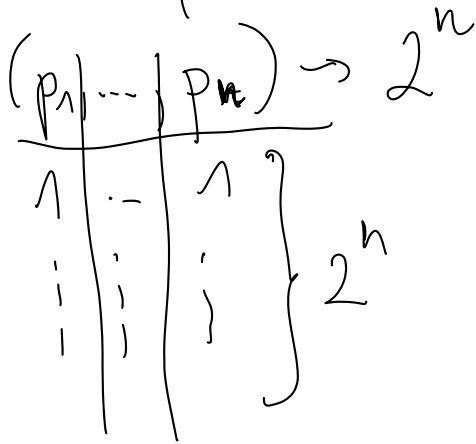
1
spełnialna

$$(p \oplus q) \wedge (p \downarrow q)$$

1	0		1	0
└───┘			└───┘	
1		^	0	0

nie jest spełnialna

Problem SAT



$\varphi \rightsquigarrow \text{DNF}$

Pytanie $P = NP?$