

LOGIKA

\wedge
\vee
\Rightarrow
\Leftrightarrow

konjunkcja

alternatywa

implikacja

równoważność

... i ...

... lub ...

jeśli ..., to ...

... wtedy i tylko wtedy, gdy ...

\neg / \sim

negacja

zmienne

logiczne

nie ...

1/0

T/F

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

i

p	q	$p \circ q$	
1	1	1/0	2
1	0	1/0	2
0	1	1/0	2
0	0	1/0	2

$2^4 = 16$

p	op	
1	1/0	2
0	1/0	2

$2^2 = 4$

$$o(p, q, r) \rightarrow 1/0 \quad 2^8$$

$$\begin{array}{ccc} 1/0 & 1/0 & 1/0 \\ \hline 2 & 2 & 2 \\ 2^3 = 8 \end{array}$$

$$\wedge \quad \vee \quad \Rightarrow \quad (=)$$

$p \oplus q$ - альтернативна ухлунэппе
 albo
 xor (exclusive or)

$$p \oplus q = (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

$$p \text{ XOR } q$$

$p \mid q$ - кресна Шеффера, $\text{NOT} \downarrow \text{NAND}$

$$p \mid q = \neg(p \wedge q)$$

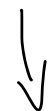
$$p \text{ NAND } q$$

$p \downarrow q$ - стретна Пирсеа, $\text{NOT} \downarrow \text{NOR}$

$$p \downarrow q = \neg(p \vee q)$$

$$p \text{ NOR } q$$

jestli p , to q



						XOR	NAND	NOR
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \oplus q$	$p q$	$p \downarrow q$
1	1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	1	1

$$\{p \mid [(q \Rightarrow (r)) \vee (s \wedge q)]\} \oplus [p \downarrow (q \Rightarrow p)]$$

Def. Formuła logiczna

1) Pojedyncza zmienna logiczna jest formułą logiczną.

2) Jeżeli φ i ψ są formułami logicznymi, to

$$(\varphi \circ \psi)$$

jest formułą logiczną dla dowolnego funkcjora dwuargumentowego.

3) Jeżeli φ jest formułą logiczną, to

$$(\neg \varphi)$$

jest formułą logiczną.

4) Nic innego nie jest formułą logiczną.

p, q, r
 p_1, p_2, \dots

$$\underline{p \Rightarrow (q \Rightarrow p)}$$

p	q	$q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1

Def. Wartościowaniem zmiennych logicznych nazywamy dowolną funkcję, która każdej zmiennej logicznej przypisuje wartość 0 lub 1.

valuation

$$\rightarrow v: \{p, q, r, \dots, p_1, p_2, \dots\} \rightarrow \{0, 1\}$$

Def. Tautologią nazywamy formułę, która dla dowolnego wartościowania zmiennych (w niej występujących) przyjmuje wartość 1.

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$$

formuła

$$\{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}$$

funkcja logiczna

Def. Formuły φ i ψ nazywamy równoważnymi, jeśli dla każdego wartościowania v mamy

$$v(\varphi) = v(\psi).$$

Pisząc wtedy

$$\varphi \equiv \psi.$$

Tw. (Prawa rachunku zdań)

$$p \wedge q \equiv q \wedge p \quad p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p \quad p \oplus q \equiv q \oplus p$$

$$\boxed{p \mid q \equiv q \mid p \quad p \downarrow q \equiv q \downarrow p}$$

prawa przemienność

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

$$\boxed{(p \oplus q) \oplus r \equiv p \oplus (q \oplus r)}$$

prawa łączności

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$\boxed{p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)}$$

← ?

prawa rozdzielności

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

prawa de Morgana

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

jest tautologią rachunku zdań.

n zmiennych $\rightarrow 2^n$ przypałów