

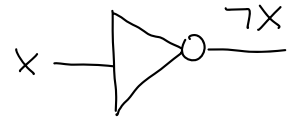
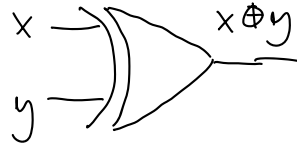
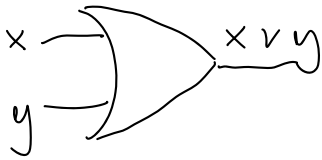
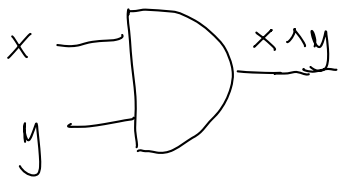
$$\begin{array}{r}
 \textcircled{111100} \text{ AND} \leftarrow \\
 101110 \\
 11011 \\
 \hline
 \textcircled{110101} \text{ XOR} \\
 + 1001001
 \end{array}$$

AND

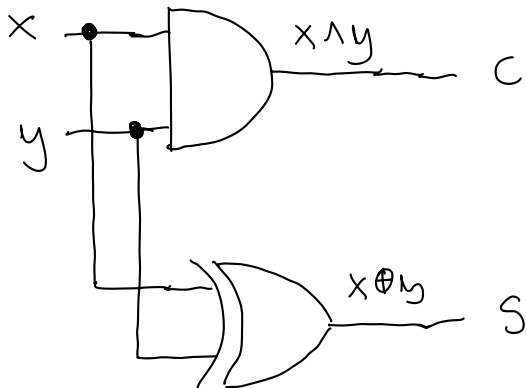
OR

XOR

NOT

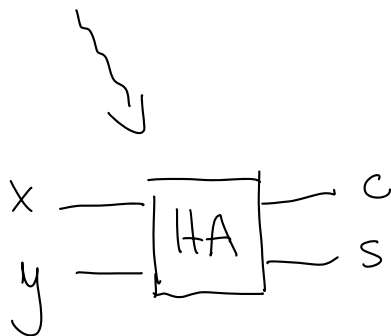


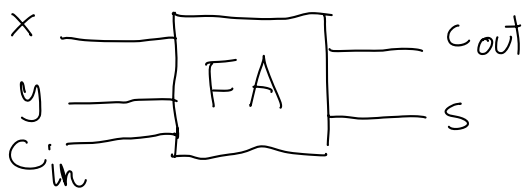
... 1  
0 ...



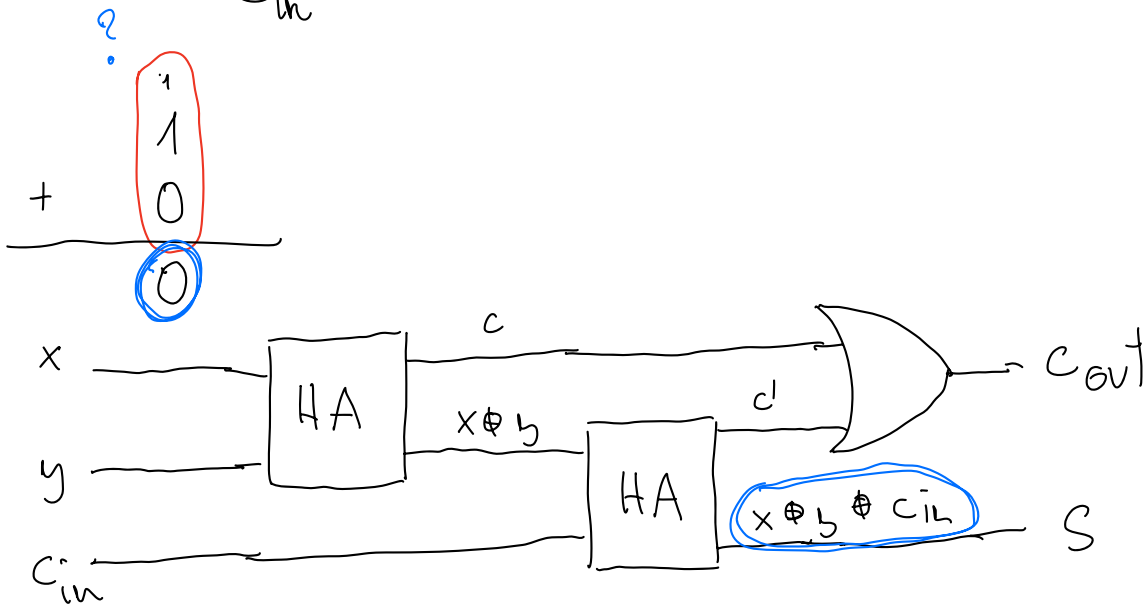
adder

(half adder)  
HA



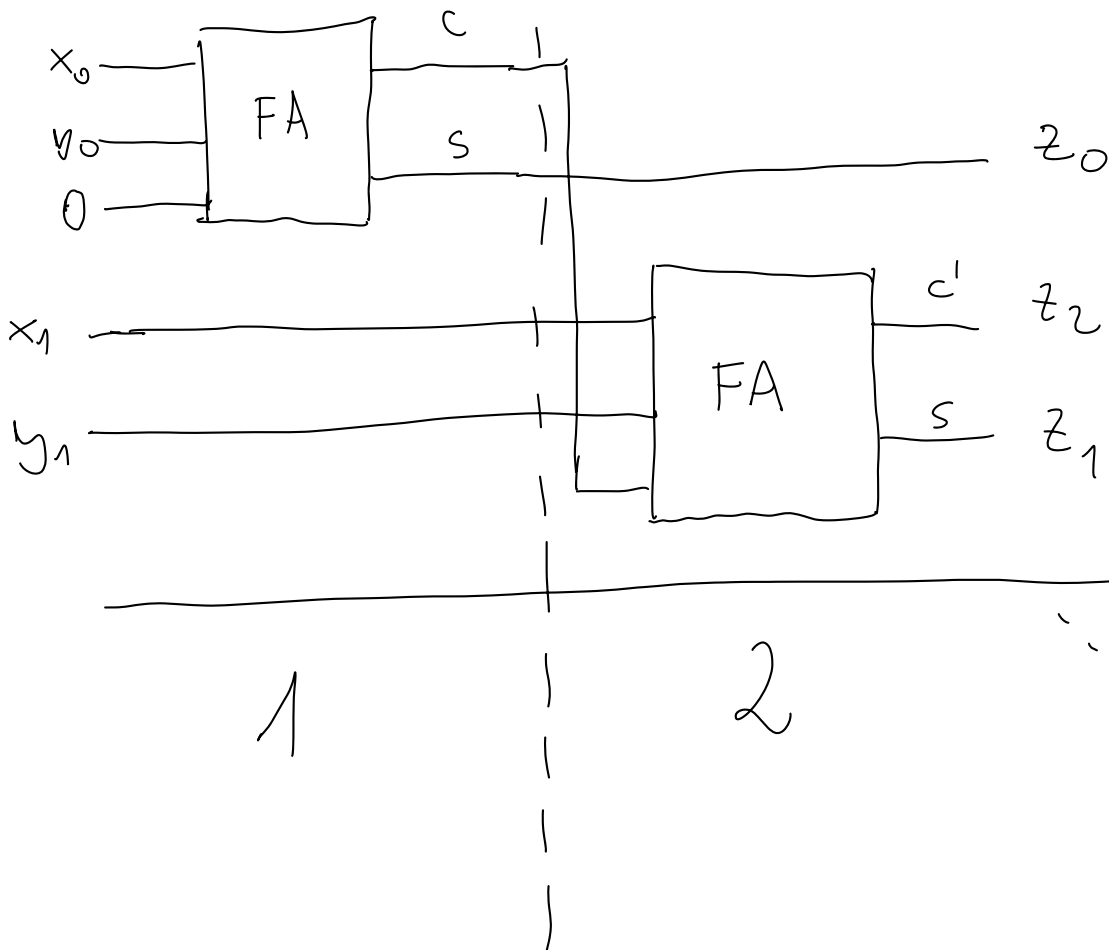


full adder



$(x_1 x_0)_2$  ,  $(y_1 y_0)_2$

$\begin{array}{r} x_1 x_0 \\ + y_1 y_0 \\ \hline z_2 z_1 z_0 \end{array}$



$$A = \{B : B \notin B\}$$


---

Problem STOPU

A ALGORYTM

D DANE

STOP

TRUE / FALSE

algorithm A  
z danymi D  
zatrzymuje się  
w skończonym  
czasie

algorithm A  
z danymi D  
zapręta się  
(nigdy się nie  
zatrzyma)

---

STOP(A, D)

*plik z kodem wstawionym*  
T(X):

if STOP(X, X) is TRUE:

while TRUE

---

$T(T)$ ? Czy  $T(T)$  się zatrzyma?

$T(T)$  / się zatrzyma  $\Rightarrow \text{STOP}(T, T)$  is FALSE  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow T(T)$  się zapętla

$T(T)$  / zapętla się  $\Rightarrow \text{STOP}(T, T)$  is TRUE  $\Rightarrow$   
 $T(T)$  się zatrzyma

---

A. Turing (1936 r.)

- maszyna Turinga

- Enigma

- Medal Turinga

# RELACJE

$R$  ,  $\leq$

$X, Y$  - zbiory

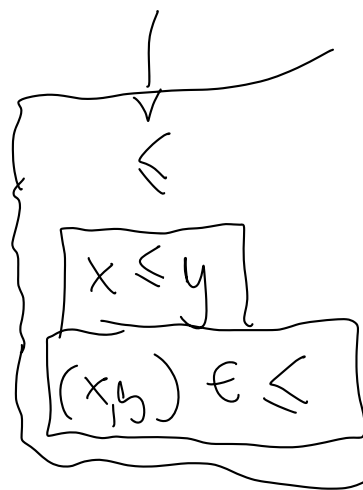
$$R \subset X \times Y$$

↑  
relacja

$$R = \{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots\}$$

$$(x, y) \in R \rightsquigarrow x R y$$

" $x$  jest w relacji z  $y$ "



Własności relacji:

Relacja  $R \subset X \times X$  jest:

1) ZWROTNA  $\Leftrightarrow \bigwedge_x x R x$

$$\overbrace{\left\{ \begin{array}{l} x \leq x \end{array} \right\}}^{\checkmark}$$

2) SYMETRYCZNA  $\Leftrightarrow \bigwedge_{x,y} x R y \Rightarrow y R x$

$$\overbrace{\left\{ \begin{array}{l} x \leq y \\ \Rightarrow y \leq x \\ ? \end{array} \right\}}^{\checkmark}$$

3) ANTYSYMETRYCZNA  $\Leftrightarrow \bigwedge_{x,y} (x R y \wedge y R x) \Rightarrow x = y$

$$\overbrace{\left\{ \begin{array}{l} x \leq y \wedge y \leq x \\ \Downarrow \\ x = y \end{array} \right\}}^{\checkmark}$$

4) PRZECHODNIA  $\Leftrightarrow \bigwedge_{x,y,z} (x R y \wedge y R z) \Rightarrow x R z$

$$\overbrace{\left\{ \begin{array}{l} x \leq y \wedge y \leq z \\ \Downarrow \\ x \leq z \end{array} \right\}}^{\checkmark}$$

5) SPÓJNA  $\Leftrightarrow \bigwedge_{x,y} x R y \vee y R x$

$$X = \mathbb{N}$$

$R$  - relacja podzielności

$$x, y \in \mathbb{N}$$

$$x R y \Leftrightarrow x \text{ dzieli } y \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y \text{ jest podzielne przez } x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{Z} \quad y = nx$$

$$x R y \leadsto x | y$$

---