Análisis Matemático II

Lic. en Ciencias de la Computación - 2021

Práctico II - Sucesiones y Series

(1) Determinar si cada una de las siguientes sucesiones es convergente o no. Si la sucesión converge, calcular su límite.

(a) $a_n = \dfrac{5-2n}{3n-7}$
(b) $a_n = \dfrac{n}{\ln(n+1)}$
(c) $a_n = n - \sqrt{n^2-4n}$
(d) $a_n = 20\,(-1)^{n+1}$
(e) $a_n = \left(-\dfrac{1}{3}\right)^n$
(f) $a_n = n^3\,\mathrm{e}^{-n}$
(g) $a_n = \cos(n\pi)$
(h) $a_n = n\,\mathrm{sen}(6/n)$
(i) $a_n = \left(1-\dfrac{5}{n}\right)^n$
(j) $a_n = \pi/4 - \arctan(n)$
(k) $a_n = \dfrac{\mathrm{sen}^2(n)}{4^n}$

(2) Determinar si cada una de las siguientes sucesiones es: (i) acotada superior y/o inferiormente; (ii) positiva o negativa (a partir de cierto n_0); (iii) creciente, decreciente o alternante; (iv) convergente, divergente, divergente a ∞ o $-\infty$.

(a) $a_n = \dfrac{2n}{n^2+1}$
(b) $a_n = \mathrm{sen}\left(\dfrac{1}{n}\right)$
(c) $a_n = \dfrac{(-1)^n n}{e^n}$
(d) $a_n = \dfrac{2^n}{n!}$
(e) $a_n = \ln\left(\dfrac{n+2}{n+1}\right)$
(f) $a_n = \dfrac{n!}{n^n}$
(g) $a_n = \dfrac{\ln(n+3)}{n+3}$
(h) $\sqrt{3}, \sqrt{\sqrt{3}}, \sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}, \ldots$

(3) Dadas las siguientes series, calcular su suma o demostrar que divergen.

(a) $4 + \dfrac{8}{5} + \dfrac{16}{25} + \dfrac{32}{125} + \ldots$
(b) $\dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{9} + \dfrac{2}{27} - \dfrac{2}{81} + \ldots$
(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 3\left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$
(d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{10^{3n}}$
(e) $\displaystyle\sum_{j=1}^{\infty} \pi^{j/2}\cos(j\pi)$
(f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$
(g) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-5)^n}{8^{2n}}$
(h) $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^{k+3}}{e^{k-3}}$
(i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$
(j) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+7n+12}$
(k) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n-1}{4^n}$
(l) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(10^{-n}+9^{-n}\right)$
(m) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+3}+3^n}{6^n}$

(4) Expresar los siguientes números en términos de una serie y luego como una relación entre números enteros.

(a) $0,\overline{5} = 0,55555\ldots$ (b) $0,\overline{307} = 0,307307307\ldots$ (c) $6,123\overline{456}$

(5) Usar los tests de convergencia para determinar si las siguientes series convergen o divergen.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 - 2}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n!}$ (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2 + n + 1}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^3 + 1}$ (j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n+1}}{n^n}$

(c) $\sum_{n=8}^{\infty} \frac{1}{\pi^n + 5}$ (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2 e^n}$ (k) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{1 + n\sqrt{n}}$ (h) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n \ln n}$ (l) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$

(6) Determinar si las siguientes series convergen absolutamente, convergen condicionalmente, o divergen.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + \ln n}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ (g) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{2^n}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{(n+1)\ln(n+1)}$ (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log(n+2)}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100\cos(n\pi)}{2n+3}$ (f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n(n^2 - 1)}{n^2 + 1}$ (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$

(7) Utilizar el criterio de la integral para series numéricas y determinar si las siguientes integrales convergen o no.

(a) $\int_1^{\infty} \frac{e^x}{x^x}\, dx$ (b) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x(\log x)^x}$