

Práctico 7: Derivación de programas con ciclos

Algoritmos y Estructuras de Datos I 2^{do} cuatrimestre 2022

1. Especificar y derivar un programa que, dado un arreglo de enteros, determine si los elementos del arreglo están ordenados en forma creciente.
2. Especificar y derivar un programa que, dados dos arreglos de enteros A y B del mismo tamaño N , calcule el producto punto entre los elementos de ambos arreglos.

Ayuda: El producto punto entre dos vectores \mathbf{a} y \mathbf{b} es

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sum_{i=1}^n a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n.$$

3. Especificar y derivar un programa que calcule la varianza de los valores almacenados en un arreglo.

Ayuda: 1 La varianza de n valores $\{x_1, \dots, x_n\}$ se define como:

$$\frac{\langle \sum_{i: 1 \leq i \leq n} (x_i - \bar{x})^2 \rangle}{n}$$

donde \bar{x} es el promedio de los valores.

Notar que para calcular cada término individual de la sumatoria $(x_i - \bar{x})^2$ necesitamos el promedio ya calculado.

4. Dado un arreglo $A : \text{array}[0, N) \text{ of } \text{Num}$ con $N \geq 0$, determinar si hay dos elementos que suman 8:

```
Const N : Int, A : array [0, N) of Int;  
Var r : Bool;  
{P : N ≥ 0}  
S  
{Q : r = ⟨ ∃ i, j : 0 ≤ i < j < N : A.i + A.j = 8 ⟩}
```

5. Dado un arreglo $A : \text{array}[0, N) \text{ of } \text{Num}$ con $N \geq 0$ determinar si cada elemento tiene un valor igual al factorial de la posición en que se encuentra.

Ayuda: Que los elementos sean el factorial de la posición se puede expresar como $\langle \forall i : 0 \leq i < N : A.i = i! \rangle$.

6. Dado un arreglo de enteros de al menos dos elementos, derivar un programa que calcule la máxima diferencia entre dos de sus elementos (en orden, el primero menos el segundo).

La especificación del programa es:

```
Const N : Int, A : array[0, N) of Int;  
Var r : Int;  
{P : N ≥ 2}  
S  
{Q : r = ⟨ Max p, q : 0 ≤ p < q < N : A.p - A.q ⟩}
```

7. (Segmento de suma máxima) Dado un arreglo de enteros, derivar un programa que calcule la suma del segmento de suma máxima del arreglo.

La especificación del programa es:

```

Const  $N : Int, A : array[0, N) \text{ of } Int;$ 
Var  $r : Int;$ 
{ $P : N \geq 0$ }
S
{ $Q : r = \langle \text{Max } p, q : 0 \leq p \leq q \leq N : \text{sum}.p.q \rangle$ 
   $\llbracket \text{sum}.p.q = \langle \sum i : p \leq i < q : A.i \rangle \rrbracket$ }

```

8. Sea $N \geq 0$.

- a) Derivar un programa que calcule el menor entero x que satisface $x^3 + x \geq N$.
- b) Derivar un programa que calcule el mayor entero x que satisface $x^3 + x \leq N$.

Ayuda: En lugar de usar los cuantificadores de mínimo y máximo, escribir la postcondición como una conjunción.

Antes de empezar a derivar, puede ser conveniente pensar si existe un tal x y de dónde empezaríamos la búsqueda.