

**Análisis Matemático II**  
**Lic. en Ciencias de la Computación - 2021**  
**Práctico 1 - Integración**

1) Dar las primitivas de las siguientes funciones:

a)  $g(x) = x^3 - 5x$

b)  $g(x) = e^{0.3x}$

c)  $g(x) = \operatorname{sen}(2x)$

d)  $g(x) = 2x \cos(x^2)$

e)  $g(x) = x^{3/2}$

f)  $g(x) = \sqrt{x+2}$

2) Encontrar la primitiva  $F$  de  $f(x) = \frac{3}{x}$  tal que  $F(1) = 5$ .

3) Encontrar la primitiva  $F$  de  $f(x) = x + \cos(x)$  que pasa por el punto  $(0, 4)$ .

4) Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = (33 - 2x)^{\frac{4}{3}}$

b)  $f(x) = e^{2x}$

c)  $f(x) = 2^x$

d)  $f(x) = \ln(7 - x)$

e)  $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 4)$

f)  $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$

g)  $f(x) = \ln(\cos(x) + \operatorname{sen}(x))$

h)  $f(x) = \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}$

5) Calcular las siguientes integrales:

a)  $\int e^{2x} dx$

b)  $\int 2^x dx$

c)  $\int \sqrt[3]{33 - 2x} dx$

d)  $\int \frac{dx}{7 - x}$

e)  $\int \frac{2x + 3}{x^2 + 3x + 4} dx$

f)  $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$

g)  $\int \frac{\cos(x) - \operatorname{sen}(x)}{\cos(x) + \operatorname{sen}(x)} dx$

h)  $\int \frac{1}{\operatorname{sen}^2(x)} dx$

*Ayuda: usa el ejercicio anterior.*

6) Sin realizar el cálculo de la integral justificar las siguientes igualdades y desigualdades:

a)  $\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(2x) dx = 0$

b)  $\int_{-5}^5 x^4 dx = 2 \int_0^5 x^4 dx$

c)  $\int_0^4 (x - 2)^3 dx = 0$

d)  $\int_1^2 \sqrt{5 - x} dx \geq \int_1^2 \sqrt{x + 1} dx$

e)  $\pi/6 \leq \int_{\pi/6}^{\pi/2} \operatorname{sen}(x) dx \leq \pi/3$

f)  $\int_{-99}^{99} (ax^3 + bx^2 + cx) dx = 2 \int_0^{99} bx^2 dx$

7) Calcular la derivada de las siguientes funciones donde sea posible:

a)  $f(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{sen}(t^2)}{1 + \cos^2 t} dt$

b)  $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{e^{t^2} + 1}{\sqrt{1 - t^2}} dt$

c)  $f(x) = \int_{\sqrt{x}}^{x^3} \frac{t + 1}{\sqrt{1 + 2^t}} dt$

8) Calcular las siguientes integrales usando el Teorema Fundamental del Cálculo:

a)  $\int_1^2 2^x dx$

b)  $\int_3^5 \sqrt[3]{33 - 2x} dx$

c)  $\int_1^5 \frac{dx}{7 - x}$

$$\text{d)} \int_0^1 \frac{2x+3}{x^2+3x+4} dx \quad \text{e)} \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx \quad \text{f)} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos(x) - \sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)} dx$$

9) Calcular las siguientes integrales:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int x e^x dx & \text{d)} \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x dx}{\sin^2(x)} & \text{g)} \int_0^2 x \ln(x^2 + 4) dx \\ \text{b)} \int_{-1}^1 (1-2x) e^{-2x} dx & \text{e)} \int_3^9 x \ln(x-1) dx & \text{h)} \int e^{-x} \sin(2x) dx \\ \text{c)} \int x^2 \cos(x) dx & \text{f)} \int \ln(x^2 + 1) dx & \text{i)} \int_0^{2\pi} \cos^4(x) dx \end{array}$$

10) Calcular las siguientes integrales:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx & \text{d)} \int \frac{1}{x \ln(x)} dx & \text{g)} \int e^x (1 - e^x)^{-1} dx \\ \text{b)} \int \sin(\sqrt{x}) dx & \text{e)} \int_0^1 \arccos(x) dx & \text{h)} \int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} \\ \text{c)} \int_0^1 (2x+1) \ln(x+1) dx & \text{f)} \int_0^1 x^3 e^{x^2} dx & \text{i)} \int \sin^3(x) dx \end{array}$$

11) Trazar la región limitada por las curvas dadas y calcula su área:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} y = 4x^2, \quad y = x^2 + 3 & \text{d)} y = 1/x, \quad y = 1/x^2, \quad x = 1, \quad x = 2 \\ \text{b)} y = \cos(x), \quad y = \sin(x), \quad x = 0, \quad x = \pi/2 & \text{e)} y = e^x, \quad y = e^{-x}, \quad x = -2, \quad x = 1 \\ \text{c)} y = |x|, \quad y = (x+1)^2 - 7, \quad x = -4 & \text{f)} y = x+6, \quad y = x^3, \quad x = -2, \quad 2y+x = 0 \end{array}$$

12) Usar el cálculo integral para calcular el área de los triángulos con vértices:

$$\text{a)} (0,0); (1,8); (4,3). \quad \text{b)} (-2,5); (0,-3); (5,2).$$

13) Calcular el área de la región limitada por la parábola  $y = x^2$ , la tangente a ella en el punto  $(1,1)$  y el eje  $x$ .

14) Calcular las siguientes integrales:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int_2^4 \frac{x^2 + 4x + 24}{x^2 - 4x + 8} dx & \text{c)} \int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4} dx & \text{e)} \int_2^4 \frac{x}{x^3 - 3x + 2} dx \\ \text{b)} \int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+1} dx & \text{d)} \int_2^3 \frac{1}{x^2+3x+2} dx & \text{f)} \int \frac{x^3}{(x^2+1)^3} dx \end{array}$$

*Ayuda: en el inciso f) sustituya  $u = x^2 + 1$ .*

15) La sustitución  $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ , o equivalentemente,  $x = 2 \arctan(t)$ , transforma cualquier integral que involucre sólo senos y cosenos vinculados por suma, producto o cociente, en la integral de una función racional. Verificar que con esta sustitución resulta

$$\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \sin(x) = \frac{2t}{1+t^2} \quad \text{y} \quad dx = \frac{2}{1+t^2} dt.$$

Utilizar esta sustitución en los siguientes casos:

$$\text{a) } \int_0^{\pi/2} \frac{2}{1 + \cos(x)} dx \qquad \text{b) } \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{1}{\operatorname{sen}(x)} dx$$

16) Calcular las siguientes integrales.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \tan^2(x) dx & \text{c) } \int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}} & \text{e) } \int \frac{x + 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx \\ \text{b) } \int_4^9 \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} dx & \text{d) } \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{12x - 8 - 3x^2}} & \text{f) } \int_0^{100\pi} \sqrt{1 - \cos(2x)} dx \end{array}$$

17) Determinar si las siguientes integrales impropias convergen y en tal caso calcularlas.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{s+1}} ds & \text{c) } \int_{-\infty}^0 x e^{-x^2} dx & \text{e) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} \\ \text{b) } \int_0^2 \frac{1}{(1-y)^{2/3}} dy & \text{d) } \int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} & \text{f) } \int_0^1 \ln(x) dx \end{array}$$

18) Determinar si cada una de las siguientes integrales impropias converge o no.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_4^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{s}-1} ds & \text{c) } \int_0^4 \frac{dx}{(x-3)^{2/3}} & \text{e) } \int_0^4 \frac{dx}{x^2 - x - 2} \\ \text{b) } \int_0^{\infty} e^{-x} \cos(x) dx & \text{d) } \int_0^1 x \ln(x) dx & \text{f) } \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x^2} dx \end{array}$$