

Análisis Matemático I
Licenciatura en Ciencias de la Computación
Licenciatura en Matemática Aplicada
FAMAF, UNC — Año 2022

Guía de Ejercicios N°5

Derivadas

1. Calcule, usando la definición, las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 5x + 3$

b) $f(x) = x^3 - x^2 + 2x$

c) $f(x) = \sqrt{6-x}$

2. Determine si la siguiente función es derivable en $x = 0$. En caso afirmativo obtenga $f'(0)$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

3. Sea f la función dada por $f(x) = |5x - 3|$.

a) Determine $f'^-(3/5)$ y $f'^+(3/5)$.

b) Demuestre que no existe $f'(3/5)$.

4. a) Use las definiciones de las derivadas laterales para calcular $f'^-(4)$ y $f'^+(4)$ si

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 5-x & 0 < x < 4 \\ \frac{1}{5-x} & x \geq 4 \end{cases}$$

b) Determine el dominio de f .

c) Trace la gráfica de f .

d) ¿En qué puntos del dominio f es discontinua?

e) ¿Dónde f no es derivable?

Cálculo de derivadas

5. Calcule las derivadas de las siguientes funciones y simplifique lo máximo posible:

a) $f(x) = x^7 - 5x^3 + 1$

b) $f(x) = (x^2 - x)^4$

c) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

d) $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^2}$

e) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$

f) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

g) $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$

h) $f(x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$

i) $f(x) = \operatorname{tg}(x)$

j) $f(x) = \operatorname{sen}^2\left(\frac{1}{x}\right)$

$$\begin{array}{ll}
k) f(x) = \ln \left(\operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right) & p) f(x) = \ln(\sqrt{x}) \\
l) f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen}(x^2) & q) f(x) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}) \\
m) f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1+x}{1-x} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} x & r) f(x) = e^{\operatorname{sen} x^2} \\
n) f(x) = x \ln(x) & s) f(x) = x^x \\
\tilde{n}) f(x) = e^{\operatorname{sen} x} & t) f(x) = x^{\operatorname{tg} x} \\
o) f(x) = (x^2 - x) e^{-x} & u) f(x) = \log_x e
\end{array}$$

6. Calcule la derivada segunda de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = (1 + x^2) \operatorname{arc} \operatorname{tg} x \qquad b) f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

7. Calcule la ecuación de las rectas tangentes a la curva $y = \sqrt{3-x}$ en los puntos $(-1,2)$, $(2,1)$ y $(-6,3)$.

8. ¿Para qué valores de x son paralelas las tangentes de $y = x^2$ e $y = x^3$?

9. Demuestre que la recta tangente a la gráfica de $f(x) = 1/x$ en $(a, 1/a)$ no corta a la gráfica de f más que en el punto $(a, 1/a)$. ¿Ocurre lo mismo con la tangente a $g(x) = 1/x^2$ en $(a, 1/a^2)$?

10. Deduzca la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto dado:

$$a) \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1, \quad \left(-5, \frac{9}{4}\right) \quad (\text{hipérbola}) \qquad b) \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1, \quad (-1, 4\sqrt{2}) \quad (\text{elipse})$$

Material Extra

11. Calcule las derivadas de las siguientes funciones y simplifique lo máximo posible:

$$\begin{array}{ll}
a) f(x) = (1 + 3x^4)^5 & m) f(x) = \operatorname{sen}^3 x - \cos^3 x \\
b) f(x) = (1 + x + x^2)^3 & n) f(x) = \frac{1}{3 \operatorname{sen}^3 x} - \frac{1}{\cos x} \\
c) f(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)^5} & \tilde{n}) f(x) = \operatorname{sen}(x^2) \\
d) f(x) = (3x^2 + 3)(2x^2 + 1) & o) f(x) = \sqrt[3]{2^x + x} \\
e) f(x) = \frac{2x^3 + 5}{4x^2 + 7} & p) f(x) = \ln(\ln x) \\
f) f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} + \frac{3}{(x-1)^3} & q) f(x) = \operatorname{arc} \cos \sqrt{x} \\
g) f(x) = \sqrt{1-x^2} & r) f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x^2} \right) \\
h) f(x) = (2 + 5x^2)^{\frac{1}{3}} & s) f(x) = \frac{1 + \operatorname{sen}^2 x}{1 + \cos^2 x} \\
i) f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x^2 - 2)}} & t) f(x) = \ln \left(\frac{3x}{4} \right) \\
j) f(x) = (5 - 3 \cos x)^4 & u) f(x) = 7 \ln \left(x^{\frac{2}{5}} \right) \\
k) f(x) = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}^3 x & v) f(x) = 4 \ln (\operatorname{sen}(x)) \\
l) f(x) = \frac{1}{\operatorname{arc} \operatorname{tg} x} & w) f(x) = \ln (\operatorname{arc} \operatorname{tg}(x))
\end{array}$$