

Introducción a los Algoritmos

Axiomas y Teoremas del Cálculo Proposicional

Ax. Equivalencia, Discrepancia y Negación

A1 Asociatividad \equiv :

$$((P \equiv Q) \equiv R) \equiv (P \equiv (Q \equiv R))$$

A2 Conmutatividad \equiv :

$$P \equiv Q \equiv Q \equiv P$$

A3 Neutro \equiv :

$$P \equiv \text{True} \equiv P$$

A4 Definición \neg :

$$\neg(P \equiv Q) \equiv \neg P \equiv Q$$

A5 Definición False:

$$\text{False} \equiv \neg \text{True}$$

A6 Definición \neq :

$$P \neq Q \equiv \neg(P \equiv Q)$$

Ax. de la Disyunción y Conjunción

A7 Asociatividad \vee :

$$(P \vee Q) \vee R \equiv P \vee (Q \vee R)$$

A8 Conmutatividad \vee :

$$P \vee Q \equiv Q \vee P$$

A9 Idempotencia \vee :

$$P \vee P \equiv P$$

A10 Distributividad \vee con \equiv :

$$P \vee (Q \equiv R) \equiv (P \vee Q) \equiv (P \vee R)$$

A11 Tercero excluido:

$$P \vee \neg P$$

A12 Regla dorada:

$$P \wedge Q \equiv P \equiv Q \equiv P \vee Q$$

Ax. de la Implicación y la Consecuencia

A13 Definición de \Rightarrow :

$$P \Rightarrow Q \equiv P \vee Q \equiv Q$$

A14 Definición \Leftarrow :

$$P \Leftarrow Q \equiv P \vee Q \equiv P$$

Teo. Negación

T1 Doble negación:

$$\neg \neg P \equiv P$$

T2 Equivalencia y negación:

$$P \equiv \text{False} \equiv \neg P$$

Teo. Disyunción

T3 Elemento absorbente \vee :

$$P \vee \text{True} \equiv \text{True}$$

T4 Elemento neutro \vee :

$$P \vee \text{False} \equiv P$$

T5 Teorema (*):

$$P \vee Q \equiv P \vee \neg Q \equiv P$$

Teo. Conjunción

T6 Asociatividad \wedge :

$$P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$$

T7 Conmutatividad \wedge :

$$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$$

T8 Idempotencia \wedge :

$$P \wedge P \equiv P$$

T9 *Neutro \wedge :*

$$P \wedge \text{True} \equiv P$$

T10 *Elemento absorbente \wedge :*

$$P \wedge \text{False} \equiv \text{False}$$

T11 *Principio de no contradicción:*

$$P \wedge \neg P \equiv \text{False}$$

Teo. Disyunción con Conjunción

T12 *De Morgan para \vee :*

$$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$$

T13 *De Morgan para \wedge :*

$$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$

T14 *Distributividad de \vee con \wedge :*

$$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

T15 *Distributividad de \wedge con \vee :*

$$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

T16 *Ley de absorción:*

$$P \wedge (P \vee Q) \equiv P$$

T17 *Ley de absorción (bis):*

$$P \vee (P \wedge Q) \equiv P$$

Teo. Implicación

T18 *Definición dual \Rightarrow :*

$$P \Rightarrow Q \equiv P \wedge Q \equiv P$$

T19 *Caracterización \Rightarrow :*

$$P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$$

T20 *Modus ponens:*

$$P \wedge (P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$$

T21 *Modus ponens con equivalencia:*

$$P \wedge (P \Rightarrow Q) \equiv P \wedge Q$$

T22 *Modus tollens:*

$$(P \Rightarrow Q) \wedge \neg Q \Rightarrow \neg P$$

T23 *Modus tollens con equivalencia:*

$$(P \Rightarrow Q) \wedge \neg Q \equiv \neg P \wedge \neg Q$$

T24 *Currificación:*

$$P \Rightarrow (Q \Rightarrow R) \equiv (P \wedge Q \Rightarrow R)$$

T25 *Transitividad \Rightarrow :*

$$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

T26 *Debilitamiento \Rightarrow y \wedge :*

$$P \wedge Q \Rightarrow P$$

T27 *Debilitamiento \Rightarrow y \vee :*

$$P \Rightarrow P \vee Q$$

T28 *Distributividad a derecha \Rightarrow y \wedge :*

$$P \Rightarrow (Q \wedge R) \equiv (P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow R)$$

T29 *Distributividad a izquierda \Rightarrow y \vee :*

$$P \vee Q \Rightarrow R \equiv (P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow R)$$

Niveles de Precedencia

Los que están más arriba tienen mayor precedencia — “pegan más”, se ponen entre paréntesis primero, se aplican primero.

$E(x := a), .$	sustitución y evaluación
$\sqrt{}, (\cdot)^2$	raíces y potencias
$*, /$	producto y división
máx, mín	máximo y mínimo
$+, -$	suma y resta
$=, \leq, \geq$	conectivos aritméticos
\neg	negación
\vee, \wedge	disyunción y conjunción
\Rightarrow, \Leftarrow	implicación y consecuencia
\equiv, \neq	equivalencia y discrepancia

Los operadores que están en un mismo nivel tienen exactamente la misma prioridad, así que deben ponerse siempre con paréntesis, a menos que asocien entre sí (\vee y \vee , \neq y \equiv , máx y máx).