

**Análisis Matemático I**  
Lic. en Ciencias de la Computación / Lic. en Matemática Aplicada  
FAMAF, UNC — Año 2022

**Guía de Ejercicios N°3: Límites**

1. A partir de una tabla de valores, estime  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  tomando valores cercanos a  $a$ , por derecha y por izquierda. (Sugerencia: utilice calculadora).

a)  $\lim_{x \rightarrow 4} (5x^2 - 2x + 3)$       b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$       c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$

2. Calcule los siguientes límites utilizando las propiedades de cálculo de límite.

a)  $\lim_{x \rightarrow 4} (5x^2 - 2x + 3)$       d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$       f)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$   
b)  $\lim_{s \rightarrow 2} (s^2 + 1)(s^2 + 4s)$       e)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$       g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$   
c)  $\lim_{t \rightarrow -1} \frac{\sqrt{t^3 + 3t^2 + 7}}{t + 2}$

3. Dada la siguiente función  $f(x)$ , calcule los límites laterales e indique si los límites indicados existen:

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{si } x \leq 0 \\ 9 - (x - 3)^2 & \text{si } 0 < x < 4 \\ -1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$       c)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$       e)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$   
b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$       d)  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$       f)  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

4. Dada la siguiente función  $g(x)$ , calcule los límites laterales y decida si los límites indicados existen:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{si } |x| > 1 \\ -x & \text{si } |x| < 1 \\ 2 & \text{si } |x| = 1 \end{cases}$$

a)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$       c)  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$       e)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x)$   
b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$       d)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$       f)  $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$

5. Calcule los siguientes límites, si existen. Si no existen explique por qué:

a)  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{h^2}}{h}$       c)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - |x|}{2 + x}$       e)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$   
b)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{|x - 2|}$       d)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$       f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$

6. Calcule:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  sabiendo que  $1 \leq f(x) \leq x^2 + 2x + 2$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  sabiendo que  $3x \leq f(x) \leq x^3 + 2$  cerca de 1.

7. Calcule los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{2 + 2x^2 + 9x^4}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{1 + 3x^2}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{18x^2 + 1} \frac{1}{\sqrt{32x^2 - 3}} \right)$

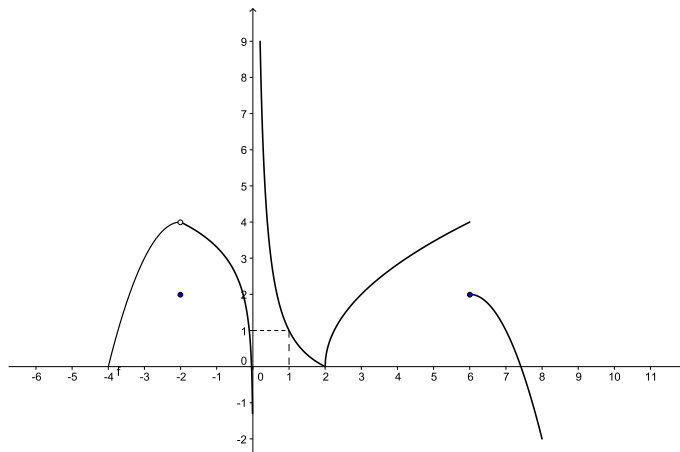
8. Determine las asíntotas horizontales y verticales de las siguientes curvas:

a)  $y = \frac{x}{x+4}$

b)  $y = \frac{x^2+4}{x^2-1}$

c)  $y = \frac{x^3+1}{x^3+x}$

9. Observe el gráfico de la función  $g$  de la Figura que se muestra a continuación y determine, aproximadamente, los siguientes valores, en caso que existan.



a)  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

f)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$

k)  $\lim_{x \rightarrow 6^-} g(x)$

o)  $g(-2)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$

g)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$

l)  $g(6)$

p)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$

h)  $g(2)$

m)  $\lim_{x \rightarrow -2} g(x)$

q)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

d)  $g(1)$

i)  $\lim_{x \rightarrow 6} g(x)$

n)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x)$

r)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

j)  $\lim_{x \rightarrow 6^+} g(x)$

ñ)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x)$

s)  $g(0)$

10. Calcule los límites indicados:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 - 1}{x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{\sin 5x} \right)^2$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)}{x^2 - 5x + 6}$

d)  $\lim_{r \rightarrow \infty} r \sin \frac{1}{r}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

### Problemas extras

11. Utilizando las propiedades de límites, conteste los siguientes interrogantes:

- a) Si no existen los límites  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ , ¿puede existir  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$  o  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ ?
- b) Si existen  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$ , y son ambos finitos, ¿existe necesariamente  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ ?
- c) Si existe  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ , finito, y no existe  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ , ¿puede existir  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$ ?
- d) Si existen  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ , ambos finitos, ¿se puede concluir que existe  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ ?

12. Se sabe que una pileta de natación se vacía según la función  $V(t) = 1000 \frac{\sqrt{t+3} - 2}{t-1}$ , donde  $V$  es el volumen expresado en  $m^3$  y  $t$  el tiempo en horas. ¿A qué valor se aproxima el volumen cuando el tiempo se aproxima a 1 hora?

13. La cantidad de una droga en la corriente sanguínea  $t$  horas después de inyectada intramuscularmente está dada por la función  $f(t) = \frac{10t}{t^2 + 1}$ . Al pasar el tiempo, ¿cuál es la cantidad límite de droga en sangre?

14. En un experimento biológico, la población de una colonia de bacterias (en millones) después de  $x$  días está dada por:  $y(x) = \frac{4}{2 + 8e^{-2x}}$ .

- a) ¿Cuál es la población inicial de la colonia de bacterias?
- b) Determine si la población crece indefinidamente con el tiempo o tiene a estabilizarse en algún valor fijo.