

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
"МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ"

Кафедра математического и компьютерного
моделирования

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ
ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2
"РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ"
ВАРИАНТ 33

Студент:	Волков Павел Евгеньевич
Преподаватель:	Амосова Ольга Алексеевна
Группа:	А-14-19

Москва
2021

Задача 2.1

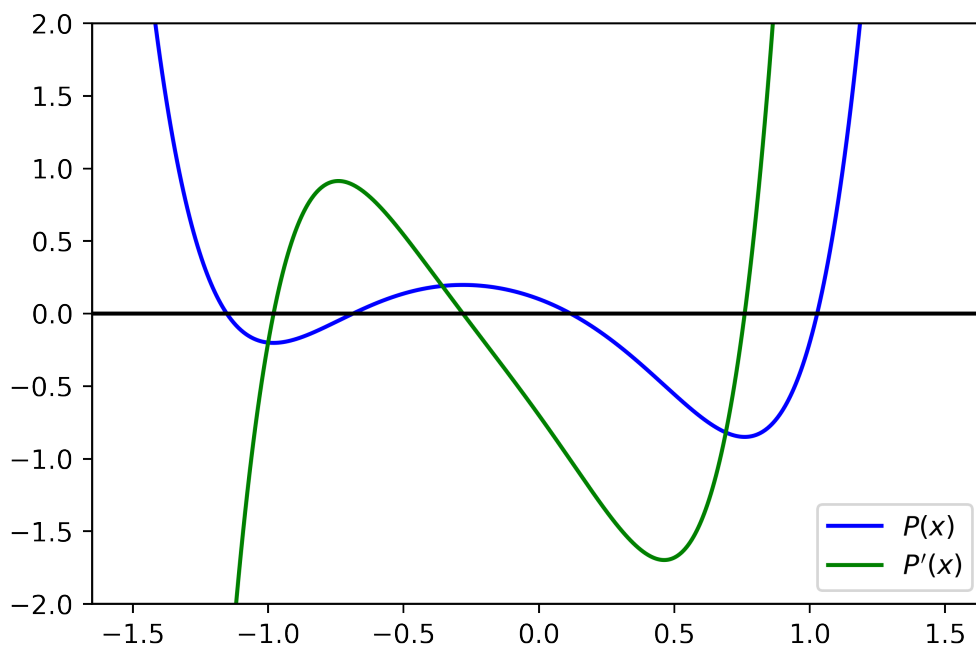
Постановка задачи

Методом простой итерации найти вещественные корни алгебраического уравнения $P(x) = 0$ с точностью $\varepsilon = 10^{-8}$

$$P(x) = x^6 + 0.9x^5 - 0.2x^3 - 1.3x^2 - 0.7x + 0.1$$

Решение

Построим графики функций $P(x)$ и $P'(x)$ и найдем отрезки локализации, проверив, что на концах отрезков производная функции сохраняет знак:



Эти четыре корня будут иметь следующие отрезки локализации:

$$x_1 \in [-1.4, -1]$$

$$x_2 \in [-0.9, -0.5]$$

$$x_3 \in [0, 0.5]$$

$$x_4 \in [0.8, 1.3]$$

Проверим, что на концах отрезков локализации производная функции сохраняет знак:

```
In [42]: x = [[-1.4, -1], [-0.9, -0.5], [0, 0.5], [0.8, 1.3]]
dp = [[dP(d[0]), dP(d[1])] for d in x]
for i in dp: print(i)

[-13.218239999999999, -0.19999999999999996]
[0.56351, 0.5437500000000002]
[-0.7, -1.68125]
[0.64528000000000012, 30.036030000000004]
```

Для каждого корня определим итерационный параметр α и q :

$$M_1 = -0.199, m_1 = -13.218$$

$$M_2 = 0.913, m_2 = 0.544$$

$$M_3 = -0.7, m_3 = -1.698$$

$$M_4 = 30.036, m_4 = 0.645$$

Номер корня	1	2	3	4
α	-0.149051	1.372510	-0.834039	0.065186
q	0.970190	0.253698	0.416173	0.957937

Запишем результаты вычислений в таблицу:

ФИО: Волков Павел Евгеньевич, Группа: А-14-19						Номер варианта: 33
Уравнение $P(x) = x^6 + 0.9x^5 - 0.2x^3 - 1.3x^2 - 0.7x + 0.1$						Точность $\epsilon = 10^{-8}$
Корни	$[a, b]$	M_i	m_i	α	q	Число итераций
1-й: -1.15264769	$[-1.4, -1]$	-0.2	-13.2	-0.149	0.97	29
2-й: -0.686541059	$[-0.9, -0.5]$	0.913	0.544	1.37	0.254	12
3-й: 0.117006204	$[0, 0.5]$	-0.7	-1.7	-0.834	0.416	10
4-й: 1.02764921	$[0.8, 1.3]$	30.0	0.645	0.0652	0.958	22

Задача 2.2

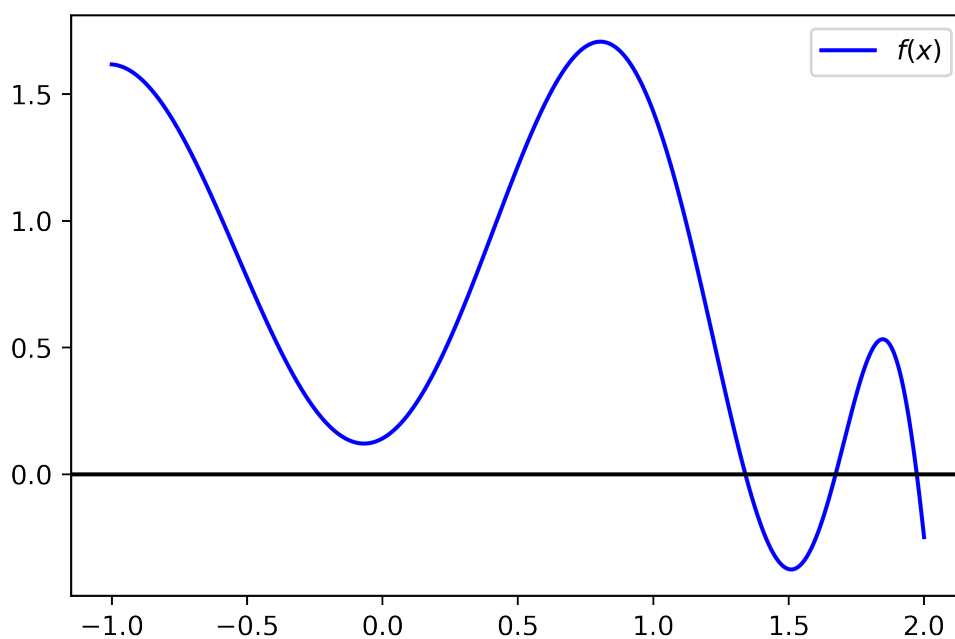
Постановка задачи

Дано уравнение $f(x) = 0$. Найти все корни уравнения с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-12}$ на указанном отрезке $[a, b]$. Для решения задачи использовать метод Ньютона и метод, указанный в индивидуальном варианте (метод секущих). Сравнить количество итераций, потребовавшихся для достижения заданной точности каждым методом.

$$f(x) = \sin 3^x - \cos 3x + 0.3, [-1, 2]$$

Решение

Построим график функции и локализуем корни уравнения $f(x) = 0$:



Получили 3 корня на следующих отрезках:

$$x_1 \in [1.2, 1.4]$$

$$x_2 \in [1.6, 1.8]$$

$$x_3 \in [1.9, 2]$$

Уравнение: $f(x) = \sin 3x - \cos 3x + 0.3, [-1, 2]$		
Расчетная формула метода Ньютона: $x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})}$		
Расчетная формула метода секущих: $x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})(x^{(k)} - x^{(k-1)})}{f(x^{(k)}) - f(x^{(k-1)})}$		
Задача 2.2		
Корни уравнения	Число итераций метода Ньютона	Число итераций метода секущих
1.3400823839084	6	8
1.6732949336289	5	7
1.9730518797929	6	8

Задача 2.3

Постановка задачи

Найти корни уравнения $f(x) = 0$ и определить их кратность

$$f(x) = 8(\sqrt{2} - 1) \arctg x - \pi(\sqrt{2} - 1) - 2x(2\sqrt{2} - 1) + 7 - 4\sqrt{2} + x^2$$

Решение