

4 FUNKCJA LINIOWA

FUNKCJA LINIOWA - NAWAŻNIEJSZE INFORMACJE

RÓWNOLEGŁOŚĆ PROSTYCH

Wtedy gdy współczynniki a mają taki sam

PROSTOPADŁOŚĆ PROSTYCH

Wtedy gdy iloczyn współczynników a jest równy -1

czyli $y = ax + b$ i $y = cx + d$ są prostopadłe
 $c = -\frac{1}{a}$

(NACHYLENIE DO OSI X)

współczynnik kierunkowy prostej

$$y = ax + b$$

gdy $a > 0$ funkcja rosnąca
 $a = 0$ funkcja stała (równoległa do osi x)
 $a < 0$ funkcja malejąca

PROSTA RÓWNAŁE DO OSI Y TO

$x = c$ gdzie c jest dowolną liczbą
 y - rzędna
 x - odcięta

Znajdowanie wzoru funkcji liniowej: ktorej wykres przechodzi przez 2 punkty

$A = (5, 6)$, $B = (8, 9)$

*zrobić układ współrzędnych podstawiając x i y do wzoru $ax + b = y$

JEŚLI PROSTA O RÓWNANIU $ax + b$ JEST NACHYLENĄ DO OSI X TO $a = \tan \alpha$

WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA

DODAWANIE - RÓWNOŚĆ

$$|x-1| + |x+3| = 4$$

$x = 1$ $x = -3$
 1. WYCIĄGNIĆ MŚC ZEROWE



$x \in (-\infty, -3)$ $x \in (-3, 1)$ $x \in (1, +\infty)$

2. ROZPATRZEC WYRAŻENIE DLA ZECH PRZEMIANKOW

NIERÓWNOŚĆ

$$|6x-1| < |2x+1|$$

DLA KAŻDEGO x IER WARTOŚCI WYRAŻEN SA NIEUJEMNE, WIĘC

$$|6x-1|^2 < |2x+1|^2$$

WŁ WŁAŚNOŚCI WARTOŚCI BEZWZGLĘDNEJ $|a|^2 = a^2$

$$(6x-1)^2 < (2x+1)^2$$

Dla jakich wartości parametru a równanie $|x-1| = a^2 - 4a - 1$ ma dwa dodatnie pierwiastki?

$$a^2 - 4a - 1 > 0$$

założenie że ma dwa takie pierwiastki

KIEDY MA DWA (OGÓLNE) PIERWIĄSTKI?

TE PIERWIĄSTKI TO:

$x-1 = a^2 - 4a - 1$ $x-1 = -(a^2 - 4a - 1)$
 $x = a^2 - 4a$ $x = -a^2 + 4a + 2$

W POLECENIU MAMY, ŻE NASZ BYĆ DODATNIE WIĘC

$a^2 - 4a > 0$ $-a^2 + 4a + 2 > 0$

MAM UDOWODNIĆ 3 ZAŁOŻENIA

$a^2 - 4a - 1 > 0$ $a^2 - 4a > 0$ $-a^2 + 4a + 2 > 0$

udowadniając pierwsze automatycznie udowodnim kolejne

$a \in (-\infty, 2-\sqrt{5}) \cup (2+\sqrt{5}, +\infty)$ $a \in (2-\sqrt{6}, 2+\sqrt{6})$

CRĘŚĆ WSPÓLNA

$$a \in (2-\sqrt{6}, 2-\sqrt{5}) \cup (2+\sqrt{5}, 2+\sqrt{6})$$

PRZYKŁAD - TEORIA

$$|m| = k$$

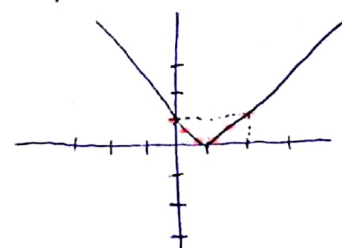
gdy $k > 0$ wartości bezw. ma dwa pierwiastki $m = k$ i $m = -k$

gdy $k = 0$ wartości bezw. ma jeden pierwiastek

gdy $k < 0$ wartości nie ma pierwiastków (równanie sprzeczne)

ILE ROZWIĄZAŃ MA WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA

Można też narysować wykres $y(x) = |x|$, posunąć go 1 jednostkę w prawo tworząc $f(x) = |x-1|$



Widać, że równanie ma dwa dodatnie pierwiastki gdy jego wartość jest między (0, 1), więc:

$$a^2 - 4a - 1 > 0 \quad i \quad a^2 - 4a - 1 < 1$$

CRĘŚĆ WSPÓLNA

Równanie liniowe

$$ax = b$$

nieznana $\rightarrow x$

- * ma nieskończenie wiele rozwiązań (dość dowolne) gdy $\rightarrow a=0 \wedge b=0$ Wtedy podstawic jako cokolwiek i równanie będzie spełnione
- * ma jedno rozwiązanie gdy $\rightarrow a \neq 0$ Pod niewiadomą musimy postawić konkretną jedną liczbę aby było prawdziwe
- * nie ma ani jednego rozwiązania (sprzeczne) gdy $\rightarrow a=0 \wedge b \neq 0$ Nie istnieje liczba spełniająca równanie

Równanie liniowe z parametrem - przykład

$$a^2(x-1) - ab = b^2(x+1) + ab$$

Przekształcenie równoważne

$$x(a-b)(a+b) = (a+b)^2$$

TERAZ ABY PODZIELIC PRZEZ $(a-b)(a+b)$ MUSIĘ ZAŁOŻYĆ, ŻE ŻADEN Z NAWIASÓW NIE JEST $= 0$

SKORO JUŻ ROBIE ZAŁOŻENIA TO NAPISZĘ CO SIĘ STANIE Z x EM PODLAS ZAŁOŻENIA:

- Jeżeli $\rightarrow a = -b \rightarrow$ to $\rightarrow 0 = 0 \rightarrow$ więc $\rightarrow x \in \mathbb{R}$
- Jeżeli $\rightarrow a = b \wedge a \neq -b \rightarrow$ to $\rightarrow 0 = (a+b)^2 \rightarrow$ więc \rightarrow równanie spełnione
- Jeżeli $\rightarrow a \neq b \wedge a \neq -b \rightarrow$ to $\rightarrow x = \frac{a+b}{a-b} \rightarrow$ więc \rightarrow jedno rozwiązanie

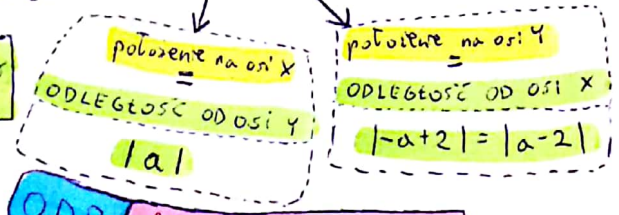
Zadanie z wartością bezwzględną - przykład

Niech $P(a,b)$ będzie dowolnym punktem wykresu funkcji $f(x) = -x + 2$

Wyróż sumę odległości punktu P od osi układu współrzędnych jako funkcję zmiennej a .

$P(a,b)$ LEŻY NA OSI FUNKCJI $f(x) = -x + 2$ WIĘC $P(a, -a+2)$

WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA TO PO PROSTU ODLEGŁOŚĆ OD DANEJ OSI



bo $|-x| = |x|$

ODP $f(a) = |a| + |a-2|$