① ALGEBRA 1

A.D. 1.7

$W(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 1$

$P(x) = x + 2$

$$\begin{array}{l} 2x^2 - 3x + 1 \\ \hline 2x^3 + x^2 - 5x + 1 \quad : \quad x+2 \\ 2x^3 + 4x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -3x^2 - 5x + 1 \\ -3x^2 - 6x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x + 1 \\ x + 2 \\ \hline \end{array}$$

-1

JAKAŚ TAM RESZTA ZOSTAŁA ALE OGÓLNIE TO ONA UJEMNA JEST

DZIELENIE WIELOMIANÓW

$(2x^2 - 3x) \cdot (x+2)$

$2x^3 - 3x^2 + 4x^2 - 6x$

$6x^3 \cdot 3x^2 - 6x$

$-3x \cdot x + 2$

$-3x^2 - 6$

3 PROSTE KROKI

PIERWSZY WYRAZ WIELOMIANU — PIERWSZY WYRAZ DWUMIANU

1. DZIELĘ $(2x^3)$ PRZEZ (x)
   (ZAPISUJĘ WYNIK NAD WIELOMIANEM)
2. MNOŻĘ WYNIK $(2x^2)$ PRZEZ DWUMIAN $(x+2)$
   (ZAPISUJĘ POD WIELOMIANEM)
3. ODEJMUJĘ NOWY WIELOMAN OD GŁÓWNEGO

1. DZIELĘ $-3x^2$ PRZEZ ~~DWUMIAN~~ x
2. MNOŻĘ WYNIK $-3x$ PRZEZ DWUMIAN $x+2$
3. ODEJMUJĘ NOWY WIELOMIAN OD GŁÓWNEGO

$x + 1 - (x+2)$

$x + 1 - x - 2$

$= -1$

stopień wielomianu - najwyższa potęga przy x

tw. Bézouta

A.D. 1.8

jeśli: liczba p jest pierwiastkiem wielomianu $W(x)$

to: jest podzielny przez dwumian $x - p$

więc: $W(x) = (x-p) \cdot Q(x)$

$Q(x)$ – wielomian stopnia o 1 mniejszego niż $W(x)$
[po prostu podziel go przez $x-p$ i wyjdzie :)]

ogólnie to logiczny jest fakt, że jak się podzieli przez ten dwumian to potem go zapiszemy jako iloczyn z nim i to to samo $((x-p) \cdot Q(x))$

podzielone $W(x)$ o $(x-p)$

ZADANIA TYPU:

* rozłóż na czynniki wielomian znając p, które jest pierwiastkiem

1 ALGEBRA 2

A.D. 1.9

WYMIERNE PIERWIASTKI WIELOMIANU O WSPÓŁCZYNNIKACH CAŁKOWITYCH

... cokolwiek to znaczy

PRZYKŁAD:

$$\underbrace{2x^3 + ax^2 + bx}_{\text{jakieś tam równanie...}} + \boxed{5} = 0$$

ważne aby: a i b były l. całkowitymi

⇒ jeśli rozwiązaniem tego równania jest liczba CAŁKOWITA to ta liczba jest dzielnikiem tej liczby (wyrazu wolnego)

* miejsce zerowe
* pierwiastek wielomianu

... czyli: tutaj np. −5, −1, 1, 5

a jeśli pierwiastkiem jest wymierne $\frac{p}{q}$

to:

p jest dzielnikiem wyrazu wolnego
q jest dzielnikiem liczby przed pierwszym-najpotężniejszym x-em.

METODYKA ROZWIĄZYWANIA RÓWNAŃ WYMIERNYCH I WIELOMIANOWYCH (NIERÓWNOŚCI)

równanie wymierne ... równanie wielomianowe

$$\frac{(a)\cdot(b)}{(c)\cdot(d)} \geq 0 \Leftrightarrow (a)(b)(c)(d) \geq 0$$

to to samo co

$$D = \mathbb{R} \setminus \begin{matrix}(c)=0 \\ (d)=0\end{matrix}$$

> PRZEKSZTAŁCENIE RÓWNANIA
> NARYSOWANIE WYKRESU
> ZAZNACZENIE PRZEDZIAŁÓW
> WYKLUCZENIE DZIEDZINY

NIERÓWNOŚCI WYMIERNE SCHEMAT GRZEGURZA

Notatki:

15/09/2017 jednak szybciej jest przekształcić w nierówność wielomianową

$$\frac{(a)(b)}{(c)(d)} \geqslant 0$$

PRZYPADKI DO ROZPATRZENIA:

1° $\begin{cases} (a)(b) \geqslant 0 \\ (c)(d) > 0 \end{cases}$

- $(a)(b) \geqslant 0$:
  - $\begin{cases} a \geqslant 0 \to P \to \\ b \geqslant 0 \to P \to \end{cases}$ część wspólna przedziałów
  - $\begin{cases} a \leqslant 0 \to P \to \\ b \leqslant 0 \to P \to \end{cases}$ część wspólna przedziałów
  - suma zbiorów
- $(c)(d) > 0$:
  - $\begin{cases} c > 0 \to P \to \\ d > 0 \to P \to \end{cases}$ część wspólna przedziałów
  - $\begin{cases} c < 0 \to P \to \\ d < 0 \to P \to \end{cases}$ część wspólna przedziałów
  - suma zbiorów
- część wspólna przedziałów

2° $\begin{cases} (a)(b) \leqslant 0 \\ (c)(d) < 0 \end{cases}$

- $(a)(b) \leqslant 0$:
  - $\begin{cases} a \leqslant 0 \to P \to \\ b \geqslant 0 \to P \to \end{cases}$ część wspólna przedziałów
  - $\begin{cases} a \geqslant 0 \to P \to \\ b \leqslant 0 \to P \to \end{cases}$ część wspólna przedziałów
  - suma zbiorów
- $(c)(d) < 0$:
  - $\begin{cases} c < 0 \to P \to \\ d > 0 \to P \to \end{cases}$ część wspólna przedziałów
  - $\begin{cases} c > 0 \to P \to \\ d < 0 \to P \to \end{cases}$ część wspólna przedziałów
  - suma zbiorów
- część wspólna przedziałów

suma zbiorów $\Rightarrow$ WYNIK

P – Przedział

① ALGEBRA 4 RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

gdy L=P to $x \in \mathbb{R}$

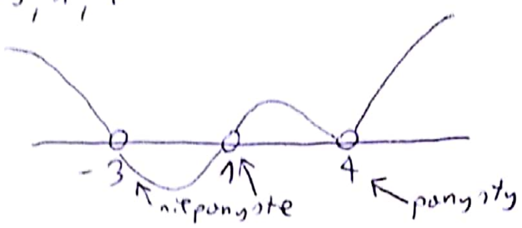
np. $4x+4=4x+4$

DZIEDZINA

zbiór $\mathbb{R}$ bez liczb dla których mianownik jest równy 0

RYSOWANIE WYKRESU

* pierwiastki wielomianu tworzą jakoś tam punkty np −3, 1, 4



1. PATRZĘ OD PRAWEJ STRONY CZY JEST + CZY − CZYLI PODSTAWIAM WYŻSZĄ WARTOŚĆ X NP. TUTAJ „5" W(5) I WIDZĘ CZY WYNIK DODATNI CZY UJEMNY

* JEŚLI PIERWIASTEK MIAŁ POTĘGĘ NIEPARZYSTĄ TO ZMIENIA SIĘ ZNAK,

* JEŚLI MIAŁ POTĘGĘ PARZYSTĄ TO POZOSTAJE TEN SAM ZNAK DO KOLEJNEGO MSCA ZEROWEGO

NIERÓWNOŚCI WYMIERNE

JEST RÓWNOWAŻNA Z — DWIE MOŻLIWOŚCI NA SPEŁNIENIE

$\frac{W(x)}{P(x)} > 0 \Rightarrow W(x)\cdot P(x) > 0$ → $\begin{cases} W(x) > 0 \\ P(x) > 0 \end{cases}$ lub $\begin{cases} W(x) < 0 \\ P(x) < 0 \end{cases}$

$\frac{W(x)}{P(x)} \geq 0 \Rightarrow W(x)\cdot P(x) \geq 0$ → $\begin{cases} W(x) \geq 0 \\ P(x) > 0 \end{cases}$ lub $\begin{cases} W(x) \leq 0 \\ P(x) < 0 \end{cases}$

$\frac{W(x)}{P(x)} < 0 \Rightarrow W(x)\cdot P(x) < 0$ → $\begin{cases} W(x) > 0 \\ P(x) < 0 \end{cases}$ lub $\begin{cases} W(x) > 0 \\ P(x) < 0 \end{cases}$

$\frac{W(x)}{P(x)} \leq 0 \Rightarrow W(x)\cdot P(x) \leq 0$ → $\begin{cases} W(x) \geq 0 \\ P(x) < 0 \end{cases}$ lub $\begin{cases} W(x) \leq 0 \\ P(x) > 0 \end{cases}$

WAŻNE

gdzie $P(x) \neq 0$

(DZIEDZINA)

PRZYKŁAD

$\frac{k-3}{k-6} > 0$

$\begin{cases} k-3>0 \\ k-6>0 \end{cases}$ $\quad k>3,\ k>6 \xrightarrow{\text{CZĘŚĆ WSPÓLNA}} k\in(6,+\infty)$

$\begin{cases} k-3<0 \\ k-6<0 \end{cases}$ $\quad k<3,\ k<6 \xrightarrow{\text{CZĘŚĆ WSPÓLNA}} k\in(-\infty,3)$

$\Rightarrow k\in(-\infty,3)\cup(6,+\infty)$