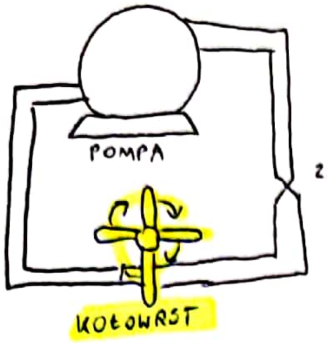
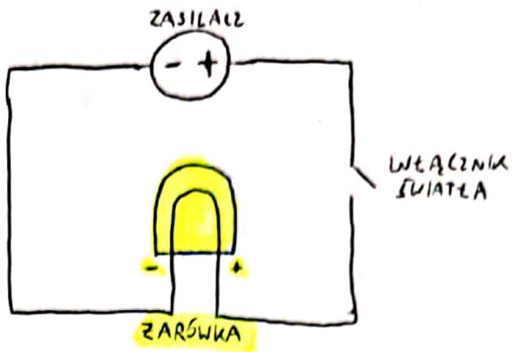
Analogia przepływu wody:



VS.



RURY WYPEŁNIONE WODĄ **VS.** PRZEWODY WYPEŁNIONE ELEKTRONAMI

POMPA (ŹRÓDŁO CIŚNIENIA POTRZEBNEGO ABY PRZEPOMPOWAĆ DANĄ LICZBĘ WODY) **VS.** ZASILACZ (ŹRÓDŁO STAŁEGO NAPIĘCIA ELEKTRYCZNEGO)

ZAWÓR **VS.** WŁĄCZNIK ŚWIATŁA

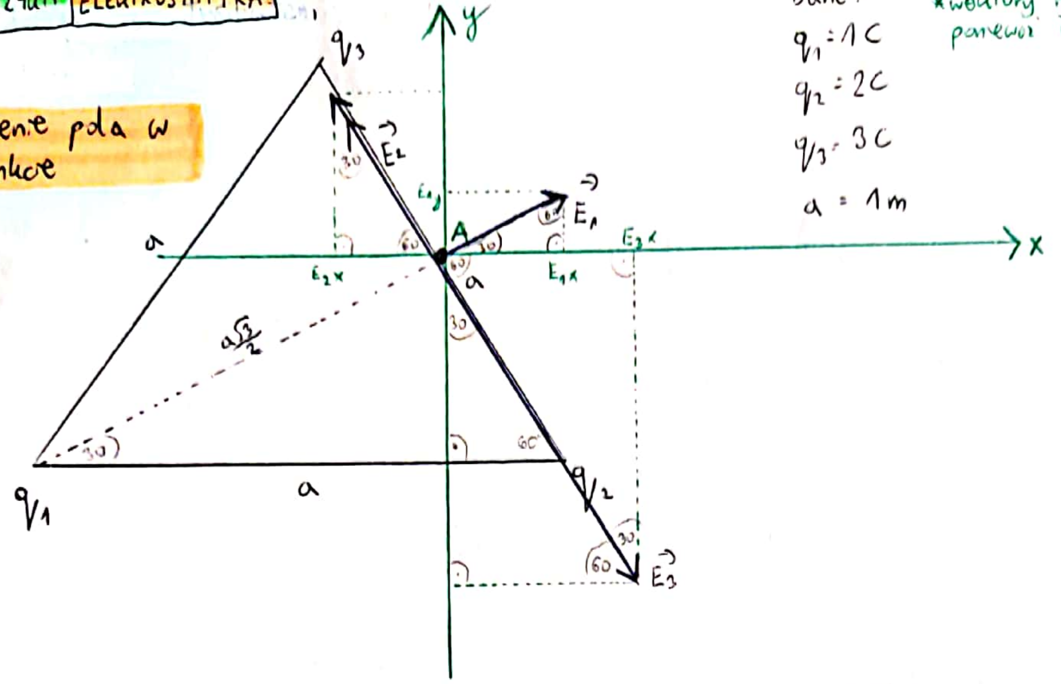
KOŁOWROT (BĘDZIE STAWIAĆ OPÓR DOPÓKI NIE BĘDZIE NAPORU WODY O OKREŚLONYM CIŚNIENIU) **VS.** ŻARÓWKA (POTRZEBUJE „NAPORU" ELEKTRONÓW O ODPOWIEDNIM NAPIĘCIU)

Uwagi:

* aby przepłynął prąd układ musi być zamknięty (od + do - zasilacza)
* im mniejszy opór stawia żarówka / kołowrot tym więcej wody przepłynie / więcej elektronów się przeniesie (= płynie prąd o większym natężeniu).
* gdy wywaliło korki w domu to znaczy, że natężenie przekroczyło wartość graniczną (np. 16 A) (np piecyk + czajnik + pralka do 1 bezpiecznika)
* gdy podłączę urządzenie do sieci o niższym napięciu to nie zadziała, ale jeśli do sieci o wyższym zepsuje się.
* natężenie wpływa na wysokość rachunków

1 FIZYKA ELEKTROSTATYKA

Natężenie pola w punkcie



Dane:
$q_1 = 1C$
$q_2 = 2C$
$q_3 = 3C$
$a = 1m$

* wektory natężeń odchodzą OD ŁADUNK. ponieważ ładunki są dodatnie

Pytanie: Znajdź natężenie pola w środku prawego boku trójkąta.

Szukane: $\vec{E}(A) = ?$

* wzór na natężenie od ładunku punktowego $E(r) = \frac{kq}{r^2}$, gdzie r - odległość od źródła

Promień w zależności od ładunku:

$r_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $r_2, r_3 = \frac{a}{2}$

natężenie w zależności od ładunku:

$\Rightarrow E_1(A) = \frac{kq_1}{\frac{3}{4}a^2} = \frac{4}{3}\cdot\frac{kq_1}{a^2}$, $E_2(A) \,/\, E_3(A) = \frac{kq_3}{\frac{a^2}{4}} = \frac{4kq_3}{a^2}$ tak samo jak w E_3

UWAGA! Nie leżą one na jednej prostej więc nie mogę ich po prostu dodać!

Liczę długości x-owe:

$|E_{1x}| = E_1 \cdot \cos 30^\circ = E_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$|E_{2x}| = E_2 \cdot \cos 60^\circ = E_2 \cdot \frac{1}{2}$

$|E_{3x}| = E_3 \cdot \cos 60^\circ = E_3 \cdot \frac{1}{2}$

długości y-grekowe:

$|E_{1y}| = E_1 \cdot \frac{1}{2}$

$|E_{2y}| = E_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$|E_{3y}| = E_3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

współrzędne: (wersory, żeby nadać liczbom charakter wektorowy)

$\vec{E_1} = (E_1 \frac{\sqrt{3}}{2})\hat{i} + (E_1 \cdot \frac{1}{2})\hat{j}$

$\vec{E_2} = (E_2 \cdot \frac{1}{2})\hat{i} + (E_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2})\hat{j}$

$\vec{E_3} = (E_3 \cdot \frac{1}{2})\hat{i} + (E_3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2})\hat{j}$

* zasada superpozycji $\vec{E}(A) = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3}$

$$\vec{E}(A) = \underbrace{\left(E_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{E_2}{2} + \frac{E_3}{2}\right)}_{E_x}\hat{i} + \underbrace{\left(\frac{E_1}{2} + E_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + E_3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}_{E_y}\hat{j}$$

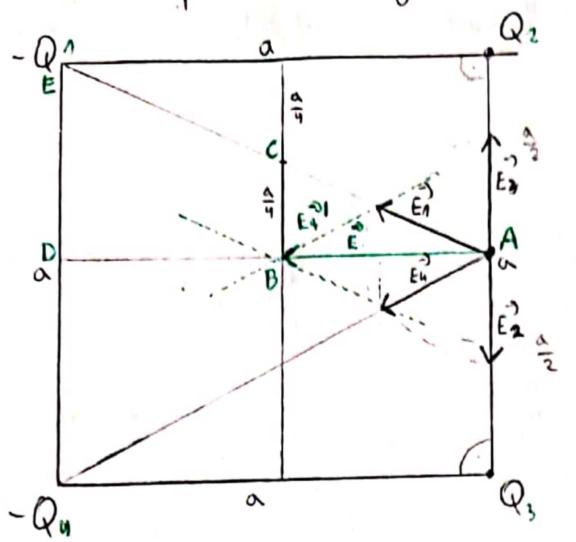
* to liczę jako długość wektora

$$E(A) = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

Obliczenia:

$$E(A) = \sqrt{\left(\underbrace{\frac{4}{3}\cdot k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}_{\frac{2\sqrt{3}}{3}k} + \underbrace{8k \cdot \frac{1}{2}}_{4k} + \underbrace{12k \cdot \frac{1}{2}}_{6k}\right)^2 + \left(\underbrace{\frac{4}{3}k \cdot \frac{1}{2}}_{\frac{2}{3}k} + \underbrace{8k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}_{4\sqrt{3}k} + \underbrace{12k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}_{6\sqrt{3}k}\right)^2} =$$

$$E(A) = \sqrt{\left((1{,}2 + 40\sqrt{3})k\right)^2 + \left(\left(\frac{1}{3} + 10\sqrt{3}\right)k\right)^2} = k \cdot \sqrt{112\frac{1}{3} + 50\sqrt{3}} = 9 \cdot 10^9 \sqrt{112\frac{1}{3} + 50\sqrt{3}} \ \frac{N}{C}$$



Odległość r_1, r_4 z Pitagorasa

$$a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = r_1^2$$

$$r_1 = \frac{a\sqrt{5}}{2} = r_4$$

Odległość r dla r_2, r_3

$$r_2 = \frac{a}{2} = r_3$$

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

Natężenie pola w punkcie – geometrycznie

$$\vec{E}(A) = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} + \vec{E_4}$$

$$\vec{E_2} + \vec{E_3} = 0, \text{ stąd:}$$

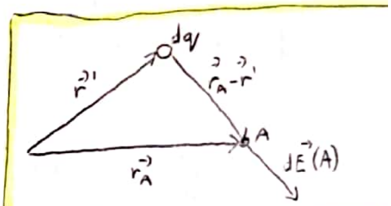
$$\vec{E}(A) = \vec{E_1} + \vec{E_4} = \frac{a}{2}$$

Trójkąt EDA ∼ CBA, dlatego odcinek AB musi mieć wartość $\frac{a}{2}$.

Pole elektrostatyczne od jednorodnie naładowanej pętli

*gdy mamy ciągły rozkład ładunku elektrycznego zasada superpozycji dalej obowiązuje

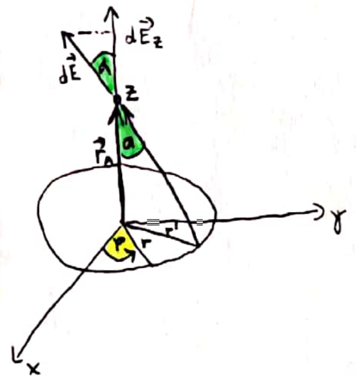
– znaleźć wektor natężenia pola elektrycznego w odległości z nad środkiem długiej pętli o promieniu r naładowanej, jednorodnie z gęstością liniową lambda."



ODPOWIEDNIK $E = \frac{kq}{r^2}$ W ZASADZIE SUPERPOZYCJI

$$d\vec{E}(A) = \underbrace{\frac{k\,dq}{|\vec{r_A} - \vec{r'}|^2}}_{\text{WARTOŚĆ}} \cdot \underbrace{\frac{(\vec{r_A} - \vec{r'})}{|\vec{r_A} - \vec{r'}|}}_{\text{KIERUNEK}}$$

(wektor jednostkowy)



λ – ilość ładunku na jednostkę długości $= \frac{dq}{dl}$

$|\vec{r'}| = r$

$0 \leq \varphi \leq 2\pi$

*wiem, że takie wektory $d\vec{E}$ od różnych ładunków na okręgu będą się kręcić w kółko, więc wektory te utworzą taki stożek bez denka

ICH SUMA BĘDZIE NA OSI Z

= ZNAM KIERUNEK, MOGĘ UŻYĆ TYLKO WARTOŚĆ →

$$dE = \frac{k\,dq}{|\vec{r_A} - \vec{r'}|^2} = \frac{k\,dq}{z^2 + r^2}$$

Wektor $\vec{E}$ wygląda tak:

$$\vec{E} = \left(\int dE_x, \int dE_y, \int dE_z\right)$$

ale w tym przypadku będzie tylko wsp z'towa !

Siła działająca na elektron w punkcie $z = z$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}(z)$$

Rozpisuję cosinusy

$$\underbrace{\cos\alpha = \frac{dE_z}{dE} \rightarrow dE_z = dE\cos\alpha}_{\text{dla górnego trójkąta}} \qquad \underbrace{\cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{z^2 + r^2}}}_{\text{dla dolnego trójkąta}}$$

Wstawiam dE i $\cos\alpha$ do wzoru na dE_z

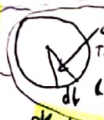
$$dE_z = \frac{k\,dq}{z^2 + r^2} \cdot \frac{z}{z^2 + r^2} = \frac{k\,dq\,z}{\sqrt{(z^2 + r^2)^3}}$$

co to jest dq?

$\lambda = \frac{dq}{dl}$ stąd

$dq = \lambda\,dl = \lambda r\,d\varphi$

ok, ale co to dl?



$d\varphi$ KĄT $d\varphi$ To stosunek łuku do promienia (w radianach)

$$d\varphi = \frac{dl}{r}$$

ok, dzięki

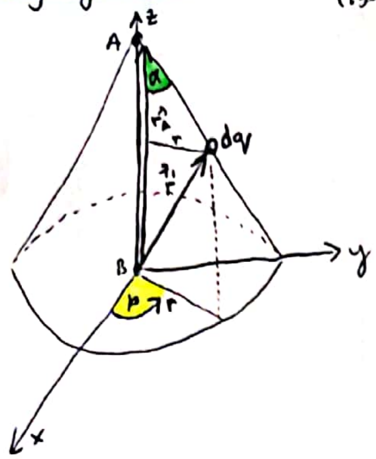
$$= \frac{k\,\lambda\,r\,d\varphi\,z}{\sqrt{(z^2 + r^2)^3}}$$

KĄT SIĘ ZMIENIA WIĘC CAŁKA JEST PO KĄCIE:

$$E(z) = \int_0^{2\pi} \frac{k\,\lambda\,r\,z}{\sqrt{(z^2 + r^2)^3}}\,d\varphi = \frac{k\,\lambda\,r\,z}{\sqrt{(z^2 + r^2)^3}} \cdot 2\pi$$

Potencjały w stożku

*stożek naładowany ładunkiem dodatnim, ale w sposób jednorodny (tylko powierzchnia boczna tego stożka jest naładowana)



Szukane: różnica potencjałów między A a B. Dane: R, h, σ - gęstość powierzchniowa

- należy powierzchnię boczną stożka podzielić na ładunki punktowe
- od każdego ładunku punktowego osobno policzyć potencjał w danym punkcie
- zsumować te potencjały od wszystkich ładunków

$\vec{r}'$: wektor położenia ładunku

wektor $\vec{r}_A$ między początkiem układu a punktem A

Wzór na potencjał: $dV(A) = \dfrac{k\,dq}{|\vec{r}_A - \vec{r}'|}$

dV czyli potencjał w tym elemencie (ładunku)

Parametryzuję od $[0 \leq \varphi \leq 2\pi]$ i $[0 \leq r \leq R]$

Wprowadzam współrzędne x', y', z' zależne od parametrów

na oko widzimy $x' = r\cos\varphi$, $y' = r\sin\varphi$, $z' = h - \frac{rh}{R}$

aby uzyskać z' rozpiszę tangens α

$tg\,\alpha = \frac{R}{h} = \frac{r}{b}$, a stąd $b = \frac{rh}{R}$, piszę więc poprawne z'

stąd wektor położenia $\vec{r}'(r,\varphi) = \left(r\cos\varphi, r\sin\varphi, h - \frac{rh}{R}\right)$

wektor $\vec{r}_A$ to wysokość! $\vec{r}_A = (0,0,h)$

Zapiszę wzór na dS $dS = \left|\frac{\partial \vec{r}'}{\partial r} \times \frac{\partial \vec{r}'}{\partial \varphi}\right| dr\,d\varphi$ - to jest pole elementu dq

(wektor styczny do tworzącej stożka w stronę rosnącego r, φ = const) (wektor styczny do tak jakby jednego z okręgów wewnątrz stożka w stronę rosnącego φ, r = const)

$$dS = \left|\left(\frac{h}{R} r\cos\varphi, \frac{hr}{R}\sin\varphi, r\right)\right| dr\,d\varphi = \sqrt{\frac{h^2r^2}{R^2} + r^2}\, dr\,d\varphi = r\sqrt{\frac{h^2}{R^2}+1}\, dr\,d\varphi$$

Wzór na dq: $dq = \sigma \cdot dS$ (gęstość powierzchniowa × powierzchnia)

Liczę różnicę wektorów potrzebną do wzoru na dV

$$|\vec{r}_A - \vec{r}'| = \left|\left(-r\cos\varphi, -r\sin\varphi, \frac{r}{R}h\right)\right| = r\sqrt{\frac{h^2}{R^2}+1}$$

Liczę całkę z dV(A)

$$V(A) = k\sigma \cancel{\sqrt{\frac{h^2}{R^2}+1}} \cdot \int_0^R \frac{dr\,\cancel{r}}{\cancel{r \cdot \sqrt{\frac{h^2}{R^2}+1}}} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi = k \cdot \sigma \cdot 2\pi \cdot R$$

Teraz odległość ładunku od punktu B

$$|\vec{r}_B - \vec{r}'| = |\vec{r}'| = \sqrt{r^2 + \left(h - \frac{r}{R}h\right)^2}$$

Teraz całka od punktu B

$$V(B) = k\sigma\sqrt{\frac{h^2}{R^2}+1} \int_0^R dr \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{r}{\sqrt{r^2 + \left(h - \frac{r}{R}h\right)^2}}$$

Różnica tych potencjałów (w wart. bezwzględnej) jest równa pracy (siły zewnętrznej) potrzebnej do przeniesienia ładunku 1 C pomiędzy punktami A i B.

UWAGA: Gdyby powierzchnia boczna stożka była metalowa to potencjał w każdym punkcie byłby stały i równy potencjałowi w punkcie A.

Ważne pojęcia i wzory:

* **Ładunek elektryczny** - odpowiednik masy - źródło pola elektrostatycznego
  - jednostka to 1C (coulomb)
  * **Ładunek elementarny** = ładunek protonu $q = e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C$
  (każdy inny swobodny ładunek w przyrodzie to wielokrotność ładunku elementarnego)

*Prawo Coulomba

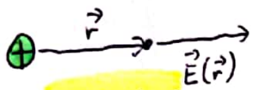
- dwa ładunki przyciągają się z siłą proporcjonalną do ich wartości i odwrotnie proporcjonalną do kwadratu odległości między nimi

$$F = \frac{k\,|q_1|\,|q_2|}{r^2}, \quad \text{gdzie } k = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}$$

Natężenie pola elektrostatycznego

- (w danym punkcie) - to stosunek siły jaka by działała jakby był umieszczony ładunek próbny w tym punkcie wskazywanym przez wektor $\vec{r}$ (jednostkowy ładunek dodatni)
* będzie on od ładunku ⊕ odpychany TA SIŁA TO MIARA NATĘŻENIA POLA

DUŻE POLE = DUŻA SIŁA ODPYCHAJĄCA



SKIEROWANIE
do idatnego NA ZEWNĄTRZ
do ujemnego W WEWNĄTRZ

wektorowo: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ wartość: $E = \frac{kQ}{r^2}$ → wzór dla ładunku punktowego

Potencjał

- można dzięki niemu wyliczyć natężenie: $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ natężenie to minus gradient z potencjału

(GRADIENT TO POCHODNA CZĄSTKOWA PO KAŻDEJ WSPÓŁRZĘDNEJ) $\nabla V = \left[\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right]$

* jeśli znamy jaki jest rozkład pola elektrycznego w przestrzeni (albo przyjmujemy na jakiś krzywej) i chcemy wyliczyć potencjał w jakimś punkcie:

$$V(A) = \underbrace{V(\Theta)}_{\text{dodatnia do tej stałej}} + \int_A^{\Theta} \vec{E} \circ d\vec{r}$$

całka od A do punktu odniesienia Θ najczęściej to nieskończoność, a $V(\infty) = 0$

* **potencjał to też energia potencjalna w danym punkcie przestrzeni na jednostkowy ładunek**

Dla ładunku punktowego: $V(r) = \frac{kQ}{r}$ (natężenie $E = \frac{kQ}{r^2}$ to gradient tego potencjału)

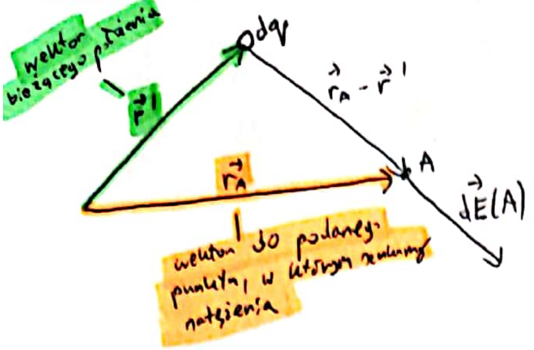
Gdy mamy więcej ładunków:

ZASADA SUPERPOZYCJI: pole elektr. wyznaczamy od każdego ładunku punktowego osobno

* suma wektorowa natężeń punktowo to natężenie pola $\vec{E}(A) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots$
* potencjał sumujemy liczbowo a nie wektorowo $V(A) = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$
* zgodnie ze wzorem na natężenie $\left(\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}\right)$ mogę zapisać $\vec{F}_A = q\,\vec{E}(A)$

W przypadku ciągłego rozkładu ładunków

ZASADA SUPERPOZYCJI – suma ładunków elementarnych dq



gęstość objętościowa ładunku razy dV **albo** gęstość liniowa ładunku razy dl **albo** gęstość powierzchniowa ładunku razy element powierzchni

$$d\vec{E}(A) = \frac{k\,dq}{|\vec{r}_A - \vec{r}\,'|^2} \cdot \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}\,')}{|\vec{r}_A - \vec{r}\,'|}$$

zamiast r^2 odległość między punktem a ładunkiem

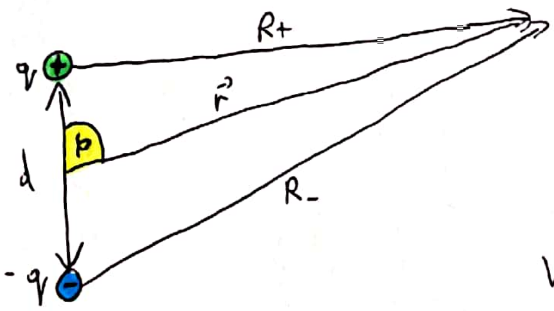
zwykły wersor jednostkowy w kierunku tego wektora $d\vec{E}(A)$ tzn. wyznacza ten kierunek !!!

Na potencjale podobnie:

– zastępuję: Q przez dq
r przez $|\vec{r}_A - \vec{r}|$ czyli $dV(A) = \dfrac{k\,dq}{|\vec{r}_A - \vec{r}\,'|}$

* aby uzyskać $E(A)$ lub $V(A)$ należy uzyskać całkę z tego
– dla całki $\vec{E}(A)$ mamy 3 niezależne całki dla każdej współrzędnej, chyba, że wiemy z symetrii, że któraś ze współrzędnych będzie równa zero.

Dipol – układ dwóch ładunków dodatniego i takiego samego ale ujemnego umieszczonych w bardzo bliskiej odległości od siebie (BLISKA ODLEGŁOŚĆ W STOSUNKU PUNKTU GDZIE SZUKAMY POTENCJAŁU)



Można wyznaczyć odległość R_+ i R_- od punktu

$$R_\pm^2 = r^2 + \frac{d^2}{4} \mp r\cos\beta$$

wtedy

$$V(\vec{r}) = \frac{kqd\cos\beta}{r^2}$$

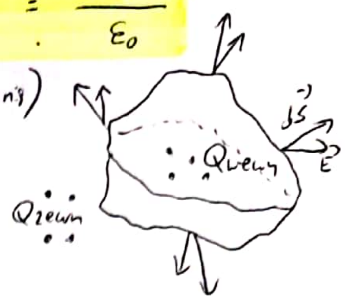
Moment dipolowy $p = q \cdot d$ (iloczyn wartości jednego ładunku i odległości między nimi)

Prawo Gaussa

- alternatywa do wyznaczania pola elektr. z zasady superpozycji:

$$\oint_S \vec{E} \circ d\vec{S} = \frac{Q_{wewn}}{\varepsilon_0}$$

* mówi o tym, że jeśli otoczymy sobie rozkład ładunków dowolną regularną, ZAMKNIĘTĄ powierzchnią to strumień przez tę powierzchnię (mierzący wypływ tego pola przez tę powierzchnię) jest równy całkowitemu ładunkowi zawartemu wewnątrz obszaru ograniczonego tą powierzchnią.



* LICZY SIĘ TYLKO ŁADUNEK WEWNĘTRZNY
* ŁADUNKI ZEWNĘTRZNE GWARANTUJĄ, ŻE TYLE SAMO POLA WPŁYWA CO WYPŁYWA PRZEZ POWIERZCHNIĘ

Schemat działania

① Znaleźć taką powierzchnię na której pole elektryczne - ma stałą wartość
- jest skierowane równolegle do wektora $d\vec{S}$

② Dzięki temu można wyciągnąć pole elektryczne przed tę całkę

Kule:

***metalowa** (szukam pola elektr.)

→ wewnątrz: $E(r) \cdot \underbrace{4\pi r^2}_{\text{wypadkowe pole tej sfery (w całce jako } d\vec{S})} = 0$

→ na zewnątrz: $E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

[w metalach statyczne ładunki elektr. mogą się utrzymywać tylko na zewnątrz metalu]

[jeżeli kula była naładowana całkowitym ładunkiem Q to on się znajduje na zewnątrz niebieskiej powierzchni Gaussa]

***niemetalowa** (wykon. z dielektryka)

→ wewnątrz: - trzeba wprowadzić ułamek ładunku bo tylko część ładunku jest obejmowana powierzchnią Gaussa

$$E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \quad \left(\text{bo } \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\right)$$

* pole elektr. zmienia się liniowo z promieniem

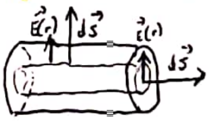
→ na zewnątrz: [tak jak w metalowej]

Walce:

***niemetalowe**

→ wewnątrz: $E(r) 2\pi r H = \frac{\rho \cdot \pi r^2 H}{\varepsilon_0} \quad \left(\text{bo } \rho = \frac{Q}{\pi R^2 H}\right)$

[- całka tylko po powierzchni bocznej walca bo na denkach się zeruje]



[$\vec{E} \circ d\vec{S} = 0$ bo wektory są prostopadłe !]

→ na zewnątrz: $E(r) \cdot 2\pi r H = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

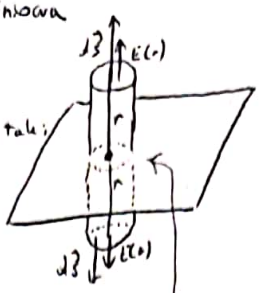
***metalowe**

→ wewnątrz: $E(r) \cdot 2\pi r H = 0$

→ na zewnątrz: [tak jak w niemetalowym]

Pręt $E(r)\,2\pi r H = \frac{\lambda H}{\varepsilon_0}$, gdzie λ - gęstość liniowa

Powierzchnia trzeba jakoś zamknąć tę powierzchnię np. tak:



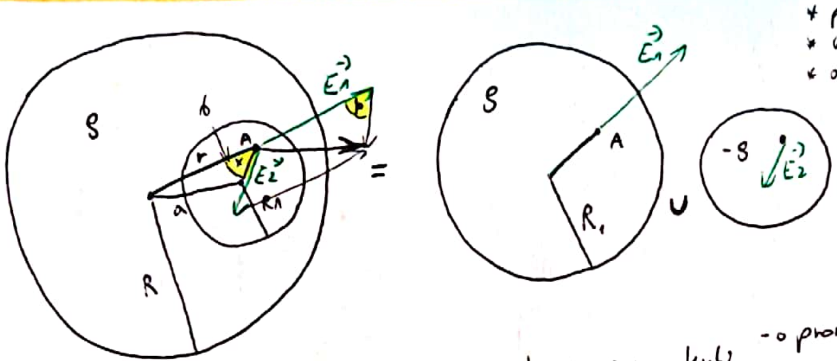
teraz całka to suma po denkach i bokach, ale z boku $d\vec{S}$ i $\vec{E}(r)$ są prostopadłe (czyli =0) czyli właściwie tylko po denkach.

σ - gęstość powierzchniowa – pole tego koła

$$\underset{\text{(denko górne)}}{ES} + \underset{\text{(denko dolne)}}{ES} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$ czyli $E(r) = \text{const}$ / POLE NIE ZALEŻY OD ODLEGŁOŚCI: JEST JEDNORODNE

Znaleźć natężenie pola elektrycznego wewnątrz wnęki

* jednorodnie naładowana kula
* gęstość objętościowa rho
* promień R
* we wnęce promień R_1
* odl. między środkiem wnęki i środkiem kuli a



* pusty wnęka z zerowym ładunkiem zastępuje sumą kuli
  - o promieniu R_1 - wypełniona jednorodnie ładunkiem Q_1
  - o promieniu R_1 - wypełniona jednorodnie ładunkiem $-Q_1$

$\vec{E}(A) = \vec{E_1}(A) + \vec{E_2}(A)$ $\qquad E_1 = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$, $E_2 = \frac{\rho x}{3\varepsilon_0}$

z prawa Gaussa: $E(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$ $\qquad$ nie mogę dodać wektorowo, ale mogę geometrycznie

z tw. cosinusów

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cdot \cos b} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\sqrt{r^2 + x^2 - 2rx\cos b} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \cdot a$$

[czyli nie zależy od x i a]
[czyli nie ma znaczenia gdzie będzie punkt A]
POLE JEDNORODNE CO DO WARTOŚCI

z tw. cosinusów dla tego trójkąta z a

$$a = \sqrt{r^2 + x^2 - 2rx\cos b}$$

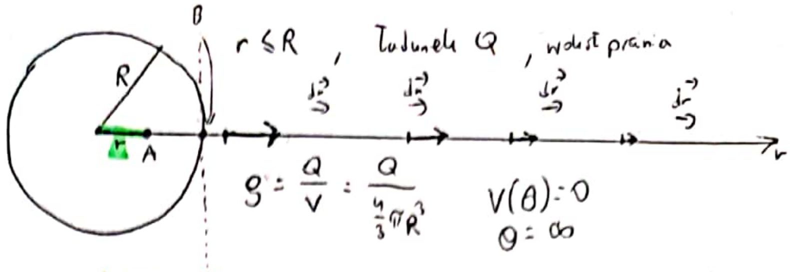
jeszcze zostaje wektor
JEST PROPORCJONALNE DO WEKTORA $\vec{a}$

$$\vec{E}(A) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \cdot \vec{a}$$

Potencjał wewnątrz kuli z dielektryka

$$V(A) = V(\theta) + \int_A^{\theta} \vec{E} \circ d\vec{r}$$

$\downarrow$ $E \cdot dr$ BO WEKTORY SĄ RÓWNOLEGŁE



$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

$V(\theta) = 0$, $\theta = \infty$

$E(r) = \frac{kQr}{R^3}$ $\qquad$ $E(r) = \frac{kQ}{r^2}$

① + ②

$$\int_A^{\infty} = \int_A^{B} + \int_B^{\infty}$$

$$① = \frac{kQ}{R^3}\int_r^R dr' \cdot r' = \frac{kQ}{R^3} \cdot \frac{r'^2}{2}\Big|_r^R = \frac{kQ}{R^3}\cdot\frac{R^2}{2} - \frac{kQ}{R^3} r^2$$

$$② = \int_R^{\infty} \frac{kQ}{r^2} dr = \frac{kQ}{R}$$

Wyprowadzenie wzorów na natężenie:

z prawa Gaussa: $\oint_S \vec{E} \circ d\vec{S} = \frac{Q_{wewn}}{\varepsilon_0}$

metalowa kula zewnątrz

$$E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\frac{1}{4\pi k}}$$

$$E(r) = \frac{kQ}{r^2}$$

niemetalowa kula wewnątrz

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q r^3}{\varepsilon_0 R^3}$$

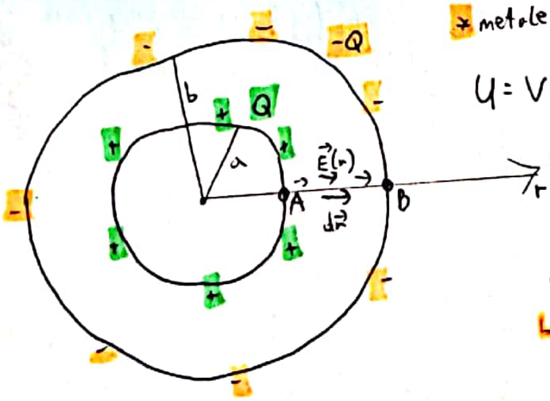
$$E(r) \cdot \cancel{4\pi} r^2 = \frac{Q r^3}{\frac{1}{\cancel{4\pi} k} R^3}$$

$$E(r) = \frac{kQr}{R^3}$$

GĘSTOŚĆ: $\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}$

WSP. k: $k = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}$ $\rightarrow$ $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$

Związek napięcia z ładunkiem na kondensatorze



* napięcie to różnica potencjałów między tymi dwoma sferami
* metale mają stały potencjał; równoległe wektory

$$U = V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \circ d\vec{r} = \int_a^b \frac{kQ}{r^2} dr = -\frac{kQ}{r}\Big|_a^b = kQ\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

Jak wyliczyć ładunek który zgromadził się na dodatniej okładce ogniwa?

$$Q = \frac{ab}{k(b-a)} U$$

pojemność kondensatora: $C = \frac{Q}{U}$

$$C = \frac{a \cdot b}{k(b-a)}$$

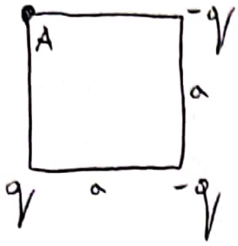
* pojemność zależy tylko od wymiarów geometrycznych kondensatora

$\left(k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)$

Praca przy nieskończenie wolnym przesunięciu do punktu A

$W = q \cdot U$, gdzie $U = V_k - V_p$

potencjał początkowy w nieskończoności = 0

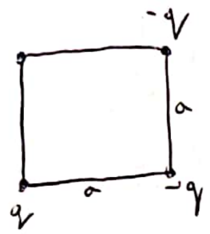


potencjał od ładunku punktowego: $V = \frac{kq}{r}$

$$\begin{cases} V_1 = \frac{kq}{a} \\ V_2 = -\frac{kq}{a\sqrt{2}} \\ V_3 = -\frac{kq}{a} \end{cases} \quad V_k = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{kq}{a}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right) = \frac{-kq}{a\sqrt{2}}$$

Potencjał – to praca jaką trzeba wykonać siłą zewnętrzną aby przenieść dodatni ładunek o wartości 1[C] z nieskończoności do punktu

W TYM PRZYPADKU: $W = -q^2 \frac{k}{a\sqrt{2}}$ *zakładając że postawione ładunki już są na wierzchołkach praca ta to energia potencjalna układu



$W_1 = -q \cdot V_1 = -q \frac{kq}{a}$

$V_{12} = \frac{kq}{a\sqrt{2}} - \frac{kq}{a}$

$W_2 = -q \cdot V_{12} = -q\left(\frac{kq}{a\sqrt{2}} - \frac{kq}{a}\right)$ ~ (dla każdego pojedynczo)

$W_3 = q\, V_{123} = q\left(\frac{kq}{a} - \frac{kq}{a\sqrt{2}} - \frac{kq}{a}\right)$

$W = W_1 + W_2 + W_3$

Inaczej:
można też zsumować wszystkie energie potencjalne:

$W = \sum_{i<j} E_{ij}$ czyli dla każdej pary z indexem 1,2,3,4 (6 par) suma $E_p = \frac{k q_1 q_2}{r}$

ELEKTROSTATYKA

Stała w próżni

Stała k: $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C}$

Współczynnik (albo) stała $k = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$

Siła przyciągania dwóch ładunków

Prawo Coulomba
$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$

Dla ładunku punktowego
$E = \frac{kQ}{r^2}$

Natężenie pola elektrostatycznego
$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

II zas. dynamiki
$\vec{F} = m\cdot\vec{a}$

pole jednorodne = jednakowe natężenie w dowolnym punkcie
$\vec{E} = const$

Gdy więcej ładunków

Zasada superpozycji
$\vec{E}(A) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots$
$V(A) = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$

Po co?

więc łatwo liczyć to / znam to
$\vec{F}_A = q\vec{E}(A)$

Potencjał V
$\vec{E} = -\vec{\nabla} V_g$
$V(A) = V(\theta) + \int_A \vec{E}_0 \circ d\vec{r}$

Dla ładunku punktowego
$V(r) = \frac{kQ}{r}$

$V = \frac{E_p}{Q}$

Ładunek na wierzchołku kwadratu ma Ep pola elektrostatyczn. Po uwolnieniu, nieskończenie daleko ma Ek

ZZE: $E_p = E_k$

energia kinetyczna
$E_k = W = qU = \frac{mv^2}{2}$

Ładunki
- (+) jednoimienne – odpychają (+) →
- (−) różnoimienne – przyciągają ← (+)

Ładunek elektronu
$q = e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ [C]

masa elektronu
$m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg

Ładunek = odpowiednik masy; źródło pola

Kondensator

Gromadzi ładunki; nie przechodzi przez niego prąd

Prąd zmienny

- jednorodne pole
- natężenie $E = \frac{U}{d}$

w każdym punkcie takie samo natężenie

d

Praca
$W = \Delta E$

energia kondensatora
$E = \frac{1}{2}CU^2$

naładowany → odłączony
$Q = const$

$W = \frac{Q^2}{2C}$

Pojemność kondensatora
$C = \frac{Q}{U}$

Pojemność kondensatora płaskiego
$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \cdot \varepsilon_r$

przenikalność elektryczna próżni (stała); powierzchnia okładek; przenikalność elektryczna; odległość między okładkami

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

PRĄD

Łączenie oporów
- szeregowe: $I = const$
- równoległe: $U = const$

Prawo Ohma
$R = \frac{U}{I}$

Dzielnik prądu
$J_1 = J \cdot \left[\frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}\right]$

Natężenie prądu
$I = \frac{Q}{t}$

opór elektryczny / opór właściwy
$R = \rho\frac{L}{S}$

gęstość
$G = \frac{m}{V}$

gęstość prądu
$j = \frac{I}{S}$