5 FUNKCJA KWADRATOWA 1

WIERZCHOŁEK PARABOLI

$W(p,q)$

$p = \frac{-b}{2a}$ OŚ SYMETRII PARABOLI

$q = \frac{-\Delta}{4a}$

$ax^2 + bx + c$

a - określa rozwartość i kierunek ramion paraboli

c - określa punkt przecięcia z osią „y" $(0,c)$

WZORY VIETE'A

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

* sprawdzanie znaków dwóch miejsc zerowych

np. ILOCZYN UJEMNY = PRZECIWNE ZNAKI

ILOCZYN DODATNI + SUMA UJEMNA = DWIE LICZBY UJEMNE

SUMA DODATNIA = CONAJMNIEJ JEDNA LICZBA DODATNIA

Przykład: Takie wartości k w $f(x) = x^2 + 4x + k$ aby liczba 2 znajdowała się pomiędzy miejscami zerowymi

ODPOWIEDŹ: wtedy gdy $f(2) < 0$

Przykład: Takie wartości m w $f(x) = x^2 + mx + 9$ aby miała 2 msca zerowe większe od 2.

WARUNKI:
1. $\Delta > 0$ - funkcja ma dwa miejsca zerowe
2. $x_w > 2$ - współrzędna x wierzchołka na prawo od 2
3. $f(2) > 0$ - wartość funkcji dla 2 większa od 0

Wyznacz taką wartość parametru m, aby największa wartość funkcji $f(x) = -x^2 + mx + m$ była najmniejsza z możliwych.

1. USTALAM NAJWIĘKSZĄ WARTOŚĆ FUNKCJI

* JEST TO PARABOLA O RAMIONACH W DÓŁ WIĘC JEST TO WARTOŚĆ WIERZCHOŁKA

$q = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{1}{4}m^2 + m$

2. USTALAM NAJMNIEJSZĄ Z MOŻLIWYCH NAJWIĘKSZYCH WARTOŚCI FUNKCJI

* FUNKCJA $g(m) = \frac{1}{4}m^2 + m$ OSIĄGNIE NAJMNIEJSZĄ WARTOŚĆ DLA KONKRETNEGO ARGUMENTU, WIĘC $p = \frac{-b}{2a} = -2$

↓

dlatego, że jest to f. kwadratowa

ODP: $m = -2$

ZADANIA Z PARAMETREM

PAMIĘTAJ, ŻE JAK NIEWIADOMA LEŻY KOŁO OBYDWU: x^2 i x: TO MUSISZ ZAŁOŻYĆ CO SIĘ STANIE GDY NIEWIADOMA BĘDZIE RÓWNA 0.

np. $ax^2 + 4ax + a - 3$ ⇒ DLA $a = 0$ wyrażenie to jest równe -3

POSTAĆ KANONICZNA

$f(x) = a \cdot (x-p)^2 + q$ ⇨ p i q to współrzędne wierzchołka paraboli ⇨ * postać przydaje się też do określenia współrzędnych wektora przesunięcia funkcji

Wyznacz liczbę rozwiązań równania $|x^2 + 3x| + 1 = k$

1. Rysuję na wykresie przekształcenia $x^2 + 3x \rightarrow |x^2 + 3x| \rightarrow |x^2 + 3x| + 1$

(powyżej osi x) (1 w górę)

2. Badam rozwiązania: ILE JEST PUNKTÓW WSPÓLNYCH WYKRESU Z PROSTĄ $y = k$.

Badanie rozw. c.d.

$|x^2 - 9| + |x^2 - 16| = m$

(i) FUNKCJA JEST PARZYSTA BO $f(-\cos) = f(\cos)$ więc przedziały te zwracają tą samą funkcję

$x^2 - 9 + x^2 - 16 = 2x^2 - 25$	dla	$x \in (-\infty, -4\rangle \cup \langle 4, +\infty)$
$x^2 - 9 - x^2 + 16 = 7$	dla	$x \in (-4, -3\rangle \cup \langle 3, 4)$
$-x^2 + 9 - x^2 + 16 = -2x^2 + 25$	dla	$x \in (-3, 3)$

Zadania z wzorami Viete'a

Podane np. $x_1^4 + x_2^4$ łatwo można przekształcić na:

$\left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2\right]^2 - 2 \cdot (x_1 \cdot x_2)^2$ ← wtedy można łatwo podstawić wg wzoru :)

Dane są funkcje $f(x) = 2x^2 + x - m$, $g(x) = mx^2 - 2mx + 3$. Dla jakich wartości parametru m wykresy funkcji f i g przecinają się w dwóch punktach, których odcięte mają różne znaki?

PYTANIE TO MA NA CELU NAMIESZAĆ NAM W GŁOWIE. Jest równoznaczne z:

Kiedy równanie $2x^2 + x - m = mx^2 - 2mx + 3$ ma dwa pierwiastki różnych znaków?

$(m-2)x^2 - (2m+1)x + 3 + m = 0$

ODP: Warunki to $\Delta > 0$ (2 PIERWIASTKI) oraz $x_1 x_2 < 0$ (RÓŻNYCH ZNAKÓW) ← wzór Viete'a

---

Znajdź te wartości parametru m, dla których liczba 2 nie należy do zbioru rozwiązań nierówności $x^2 + (m^3+3)x - 6m^2 - 18m + 44 > 0$

SKORO NIE NALEŻY DO ZR TEJ NIERÓWNOŚCI TO NALEŻY DO ZBIORU PRZECIWNEGO.

$x^2 + (m^3+3)x - 6m^2 - 18m + 44 \leq 0$

TERAZ WYSTARCZY PODSTAWIĆ ARGUMENT $x = 2$.

PARAMETR Wyznacz wartości parametru m dla których nierówność jest prawdziwa dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

$\underbrace{(m^2 + 5m - 6)}_{a}x^2 - 2(m-1)x + 3 > 0$

1. PATRZĘ CO SIĘ DZIEJE GDY F. JEST LINIOWA CZYLI $m^2 + 5m - 6 = 0$
2. WARUNKI:
   A) BRAK MSC ZEROWYCH ---------- $\Delta < 0$
   B) PARABOLA MA RAMIONA DO GÓRY ---- $a > 0$

---

* nierówność nie ma rozwiązań (nierówność) < 0

WARUNKI: A) ramiona skierowane do góry --- $a > 0$
B) jedno lub zero msc zerowych -------- $\Delta \leq 0$

+ sprawdzenie co jeśli jest liniowa

Scanned with CamScanner