Innleveringsoppgave 2 i IN1150 v22

hermagst

8. februar 2021

Oppgave 1

(a)

P	$\neg\neg P \to P$
0	1
1	1

Funksjonen er en tautologi

(b)

P	Q	$\neg(P \to (Q \lor P))$
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

Funksjonen er logisk ekvivalent med $\neg(P \to Q)$

(c)

P	Q	R	$(P \land (Q \lor R)) \to P \lor (Q \land R))$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	1

Funksjonen er en tautologi

Oppgave 2

a og d:
Vi vet at $P \to Q = \neg P \lor Q$.
Altså er a = $(P \to (Q \land R) = (\neg P \lor (Q \land R))$.
I følge De Morgans lov er $\neg(P \lor Q) = (\neg P \land \neg Q)$.
Altså er d = $\neg(P \land (\neg Q \lor \neg R)) = (\neg P \lor (Q \land R))$.
a = d altså er a og d logisk ekvivalente.

b og e:
Vi vet at $P \to Q = \neg P \lor Q$
Altså er e = $((P \land Q) \to R) = (\neg(P \land Q) \lor R)$
I følge De Morgans lov er $\neg(P \land Q) = (\neg P \lor \neg Q)$
Altså er $(\neg(P \land Q) \lor R) = ((\neg P \lor \neg Q) \lor R) =$ b
b = e altså er b og e logisk ekvivalente

c og f: Eneste kombinasjonen som er igjen

Oppgave 3

$((\neg P \land \neg Q) \lor \neg R)$

$(\neg(P \lor Q) \lor \neg R)$ - Negerer formelen til venstre
$\neg((P \lor Q) \land R)$ - Negerer hele formelen
$((P \lor Q) \to \neg R)$ - Negerer formelen til venstre og bruker loven om at $P \to Q = \neg P \lor Q$

Oppgave 4

(a) $(P \to (Q \lor R))$ - Har samme sannhetsverditabell som F fordi det eneste som gjør $A \to B$ usant er når P er 1 og Q er 0. På grunn av eller-konnektiven er B bare 0 når både Q og R er 0.

(b) $\neg(P \land (\neg Q \land \neg R))$ - Har samme sannhetsverditabell som F fordi hverken høyre og-konnektiv eller P må være sann for at formelen skal være sant. Det eneste tilfellet som gjør formelen sant er at alle og-konnektivene som negeres er sanne, altså at P er 1 og at $\neg Q \land \neg R = 1$

Oppgave 5

(a) $(Q \land P) \models (P \to Q)$ - Fordi for at $(Q \land P)$ skal være sann må både Q og P være sanne. Når både Q og P er sanne vil $(P \to Q)$ også være sant og dermed være en logisk konsekvens. $(P \to Q) \models (Q \land P)$ er ikke sant fordi det finnes valuasjoner for $(P \to Q)$ som ikke gjør $(Q \land P)$ sann.

(b) $(P \land Q) \models (P \to Q) \land (Q \to P)$ - Fordi den eneste valuasjonen som gjør $(P \land Q)$ sann er at både P og Q er sanne samtidig. Da er valuasjonene til begge $\to$-formlene sanne, dermed er hele $\land$-formelen sann og en logisk konsekvens av $(P \land Q)$.

Oppgave 6

(a) Sann - Hvis A er oppfyllbar kan den fortsatt være falsifiserbar, så lenge den ikke er en tautologi.

(b) Sann - For at A skal være en tautologi kan den ikke være falsifiserbar, og hvis A skal være en kontradiksjon kan den ikke være oppfyllbar.

(c) Sann - Alle valuasjoner av A gjør også A sann

(d) Sann - Alle valuasjoner av en tautologi gjør A sann, fordi en tautologi alltid er sann

(e) Usann - Ingen valuasjoner av en motsigelse er sanne og kan ikke gjøre A sann

(f) Sann - Ingen av valuasjonene til en kontradiksjon og en tautologi er like (de er motsatte) altså er de uavhengige fra hverandre.

Oppgave 7

(a) A er ikke en gyldig konklusjon fordi alle premissene kan være sanne uten at A er sann. Siden både B og C må være sanne (som det står i $(C \wedge B)$) trenger ikke A være sann i $(A \vee B)$ (fordi $0 \vee 1$ er sant) eller i $(A \rightarrow C)$ (fordi $0 \rightarrow 1$ er sant).

(b) $(A \wedge B)$ er en gyldig konklusjon fordi både A og B må være sanne for at premissene skal være sanne. A må være sann fordi $(A \wedge C)$ og B må være sann fordi siden C må være sann kan ikke B være usann siden $1 \rightarrow 0$ ikke er sant.

Oppgave 8

(a) Hverken av delene - Valuasjonen av $(P \wedge (Q \vee P))$ er det samme som P fordi for at formelen skal være sann må P være sann på grunn av og-konnektiven, og for at formelen skal være usann må P være usann. Da har ikke verdien til Q noe å si.

(b) Tautologi - Det eneste som gjør en $P \rightarrow Q$ formel usann er når P er 1 og Q er 0. Når du tar en $\vee$ mellom de to formlene på den måten vil det alltid gjøre den andre sann om du prøver å gjøre den ene usann, og dermed gjøre hele formelen sann.

(c) Hverken av delene - Det som gjør formelen usann er at minst en av de to $\rightarrow$ formlene er usann. Det finnes valuasjoner der dette er tilfellet, men det finnes og valuasjoner der begge er samme samtidig og formelen dermed sann. Altså finnes både sanne og usanne valuasjoner av formelen.

(d) Kontradiksjon - For at formelen skal være sann må både A og B være sann samtidig som at hverken A eller B er sanne. Det finnes ingen valuasjoner der dette er sant.