Innleveringsoppgave 10 i IN1150 v22

hermagst

21. april 2022

Oppgave 1

(a) $9^4 = 6561$

(b) $\frac{(9+3)!}{9!3!} = 220$

Oppgave 2

(a) Lengde 1: $\binom{4}{1} = 4$
Lengde 2: $\binom{4}{2} = 6$

(b) Lengde 3: $\binom{4}{3} = 4$
Lengde 4: $\binom{4}{4} = 1$
Totalt finnes det $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$ delmengder av T

(c) Hvis n er en rad på pascals talltrekant vil 2^n være lik summen av den raden. Det som er på en rad i pascals talltrekant er alle mulige delmengder for en mengde med n elementer. For eksempel ved $n = 4$ er alle mulige delmengder $1+4+6+4+1 = 16 = 2^4$. Altså er formelen sann.

Oppgave 3

Det vil være $n!$ antall funksjoner $f : S \to T$. Siden f er en bijektiv funksjon er det en en til en korrespondense fra S til T. Det første elementet i S vil da ha n mulige valg i T, neste element i S vil ha n-1 valg i T (siden forrige element nå har tatt opp en plass), neste element n-2, osv, helt ned til n-n og da peker alle verdier i S til en verdi i T.

Oppgave 4

$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{50(50+1)}{2} = 1275$

Oppgave 5

(a) $\{\langle 3,1\rangle, \langle 5,2\rangle, \langle 4,4\rangle, \langle 6,1\rangle\}$

(b) $\{\langle c,a\rangle, \langle b,a\rangle, \langle c,b\rangle\}$

(c) $\{\langle y,x\rangle, \langle x,y\rangle\}$

(d) k har ikke en invers funksjon siden hvis vi tar den inverse relasjonen til k får vi at 4 relaterer til alle reelle tall. Når et tall relaterer til flere tall samtidig er det ikke en funksjon.

Oppgave 6

(a) Identitetselement: 0
Invers: -x

(b) Identitetselement: 1
Invers: x^{-1}

(c) Paret er assosiativt $(x+(y+z) = (x+y)+z)$ og har et identitetselement (0), men ikke en invers siden det er ingen tall i mengden som kan gi oss identitetselementet til et tall x (mengden mangler negative tall).

(d) Paret er assosiativt $(s \cdot (t \cdot u) = (s \cdot t) \cdot u)$ og har et identitetselement (Λ), men ikke en invers siden det er ingen strenger over alfabetet $\{0,1\}$ som gir oss Λ.

Oppgave 7

(a) Vi må bevise at $f(f(x)) = f(x)$. La $x \in \mathbb{R}$. Da vil $f(x) \in \mathbb{Z}$ (def. $f(x)$). Vi vet at et heltall rundet ned er det samme heltallet og at $f(x)$ er et heltall, derfor må $f(f(x)) = f(x)$. Altså er funksjonen idempotent.

(b) $P = \{1,2\}, Q = \{1\}, R = \{2\}$
$P \setminus (Q \setminus R) = \{2\} \neq (P \setminus Q) \setminus R = \emptyset \rightarrow$ \-operasjonen er ikke assosiativ.

(c) Nei, fordi en tom mengde kan ikke ha et identitetselement

(d) Ja, for eksempel hvis $G = \{0\}$ og $*$ er addisjon. Da er gruppen assosiativ $(0 + (0 + 0) = (0 + 0) + 0)$, har et identitetselement (0) og alle elementene har en invers (0 sin invers er 0)

Oppgave 8

(**a**) Siden f er en injektiv funksjon som går fra A til B og h er en funksjon som går fra A til C, vil alle verdiene i f A peker på, fortsatt peke på noe i h, og dermed være injektiv. Selv om de kan peke på forskjellige verdier

(**b**) Siden g er en surjektiv funksjon som går fra B til C og h er en funksjon som går fra A til C, vil alle verdiene i g B peker på, fortsatt bli pekt på av noe i h, og dermed være surjektiv. Selv om de kan bli pekt på av forskjellige verdier.

(**c**) For at en relasjon skal være en funksjon må alle verdier i definisjonsområdet ha en verdi, dette vet vi er sant siden f og g er bijektive. Siden f og g er bijektive vil alle verdier både i definisjons- og verdiområdet ha en relasjon, og funksjonene dermed ha en gyldig inversfunksjon. Siden $h = g(f(x))$ har h også en gyldig inversfunksjon.