



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AMBIENTAL
SETOR DE TECNOLOGIA

Grenda Izabeli Menezes da Silva

Trabalho de Probabilidade e Estatística Aplicada à Hidrologia

Trabalho apresentado à disciplina de **Probabilidade e Estatística Aplicada à Hidrologia - TEA040A** do curso de Engenharia ambiental da Universidade Federal do Paraná

Prof. Dr. Michael Mannich

Curitiba, Março de 2021

Sumário

1	Introdução à Hidrologia	5
2	Processos determinísticos e estocásticos	5
3	Posto fluviométrico e pluviométrico	6
4	Análise preliminar dos dados	9
4.1	Ano hidrológico	9
4.1.1	Vazões mínimas anuais	9
4.1.2	Média das vazões mensais	10
4.1.3	Mediana das vazões mensais	10
4.1.4	Precipitação média mensal	10
4.2	Hidrogramas sobrepostos	11
4.3	Estatísticas descritivas	15
4.4	Diagramas box-plot	17
4.5	Curvas de permanência	19
4.6	Vazões máximas anuais	22
4.7	Relação vazão e precipitação	23
5	Ajustes de distribuição e testes de hipóteses	25
5.1	Vazões médias anuais	25
5.1.1	Testes de aderência	26
5.1.2	Testes de hipóteses	27
5.2	Vazões máximas anuais	28
5.2.1	Testes de aderência	29
5.2.2	Estimação de quantis para Tempo de Retorno	29
5.3	Vazões mínimas anuais de 7 dias consecutivos	30
5.3.1	Testes de aderência	31
5.3.2	Estimação de quantis para Tempo de Retorno	31

Lista de Figuras

1	Mapa da estação fluviométrica e pluviométrica. Fonte: Google maps, 2021.	6
2	Mapa de sub-bacias no Brasil. Fonte: Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais - CPRM, 2021.	7
3	Região hidrográfica do São Francisco. Fonte: ANA, 2021.	8
4	Sub-bacia 45. Fonte: ANA, 2016.	8
5	Histograma de vazões mínimas anuais por mês. Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	9
6	Histograma dos meses com precipitação zero. Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	11
7	Hidrograma dos anos hidrológicos de cheia sobrepostos. Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	14
8	Hidrograma dos anos hidrológicos de seca sobrepostos. Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	14
9	Histogramas das médias anuais. Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	16
10	Box-plot das vazões médias anuais para o ano hidrológico. Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	17
11	Box-plot das médias mensais para o ano hidrológico. Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	18
12	Curva de permanência para vazão diária (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	20
13	Curva de permanência para vazão média mensal (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	20
14	Curva de permanência para vazão média diária dos anos sobrepostos (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	21
15	Diagrama de dispersão da vazão média anual e precipitação total anual. Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	24
16	Diagrama Q-Q da vazão média anual e precipitação total anual. Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	25
17	Distribuições de probabilidade para vazões médias anuais (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	26
18	Distribuições de probabilidade para vazões máximas anuais (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	29

19	Distribuições de probabilidade para vazões mínimas anuais de 7 dias consecutivos (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do <i>Hidroweb</i> , 2021.	30
----	---	----

Lista de Tabelas

1	Mês com a menor média das vazões mensais	10
2	Mês com a menor mediana das vazões mensais	10
3	Mês com a menor médias das precipitações mensais	10
4	Ano hidrológico de cheia	12
5	Ano hidrológico de seca	13
6	Vazões médias anuais para ano civil e hidrológico	15
7	Comparativo entre as estatísticas descritivas para ano hidrológico e civil	16
8	Valores do diagrama box-plot da vazão média mensal (ano hidrológico)	19
9	Série completa das vazões máximas anuais (ano hidrológico)	22
10	Sub-séries das vazões máximas anuais (ano hidrológico)	23
11	Testes de aderência	27
12	Testes de hipóteses	27
13	Testes de aderência	29
14	Vazões estimadas (m^3/s) para máxima anual	30
15	Testes de aderência	31
16	Vazões estimadas (m^3/s) para mínima anual	31

1 Introdução à Hidrologia

Hidrologia pode ser definida como o campo do conhecimento que estuda os fenômenos relacionados a água, seja na atmosfera, solo ou subsolo, nos variados estados da matéria. Essa ciência analisa a distribuição da água em suas diferentes formas, estudando a relação entre elas por meio do ciclo hidrológico que avalia os fenômenos de precipitação, evapotranspiração, infiltração, escoamento superficial e outros processos naturais, importantes para conhecimento e reflexão sobre o meio ambiente. Dessa maneira, é possível modelar, prever, gerenciar e remediar possíveis eventos hidrológicos em termos físicos, químicos ou matemáticos. Seu estudo é relevante tanto em escala global, tendo consequências como o aumento do nível do mar, quanto para escalas locais, como o planejamento de uma cidade visando a relação do recurso hídrico ali presente para com os moradores da região, buscando evitar inundações, alagamentos e outros desastres causados pela má ocupação de regiões pertencentes a bacias hidrográficas (GARCEZ, ALVAREZ, 1988; OLIVEIRA, 2016; TUCCI, 2009).

Por ser uma ciência que estuda algo comum e essencial na natureza como a água, sua aplicação se torna muito vasta em diversos campos matemáticos, ambientais, sociais, geográficos e, até mesmo, históricos, fornecendo e utilizando leis (físico-químicas) e cálculos capazes de serem aplicadas para a compreensão e modificação do espaço hidrológico, visando melhorar a qualidade de vida e reduzir o impacto da ação do ser humano no seu meio. Um exemplo disso é a utilização de técnicas estatísticas para conhecimento, estudo e análise de dados hidrológicos, como é o caso do presente trabalho.

2 Processos determinísticos e estocásticos

Quando especificamente trabalhando com aplicações matemáticas e estatísticas em hidrologia, o estudo dos dados hidrológicos são separados em processos estocásticos e determinísticos. Determinístico é aquele que possui um único modo de seguimento, capaz de ser estudado por meio da aplicação direta de equações e leis físicas, químicas ou biológicas, garantindo maior previsibilidade a amostra estudada, o que pouco ocorre na prática do estudo hidrológico, que por ser formado por fenômenos naturais, praticamente só podem ser analisados em termos probabilísticos, considerando-se variáveis aleatórias. Essa indeterminação e imprevisibilidade dos acontecimentos aleatórios é denominado processo estocástico, sendo majoritariamente encontrado no campo hidrológico, como nos fenômenos de precipitação, evapotranspiração e escoamento superficial, este último podendo também ocorrer de forma determinística se em uma área totalmente impermeável. Apesar da maioria dos processos hidrológicos estarem no campo estocástico, sabe-se que com o avanço da urbanização e ação antrópica sobre o meio ambiente, os dados tendem a se tornarem

cada vez menos aleatório e mais determinísticos no futuro, no entanto, nunca perdendo o caráter estocástico (NAGHETTINI, 2007).

3 Posto fluviométrico e pluviométrico

Para a escolha e obtenção dos dados fluviométrico e pluviométrico que serão analisados, foi utilizado o sistema *Hidroweb* disponível no portal do Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos (SNIRH). A busca foi feita na parte de séries históricas e a escolha da estação buscada foi com os critérios de conter mais de 30 anos de dados e que preferencialmente fossem consistidos. Sendo assim, as estações pluviométrica e fluviométrica escolhidas foram, respectivamente, as de número 01344010 e 45910000, ambas localizadas no município Santa Maria da Vitória no estado da Bahia, especificamente nas coordenadas geográficas 13°24'00.0"S 44°12'00.0"W (Figura 1).

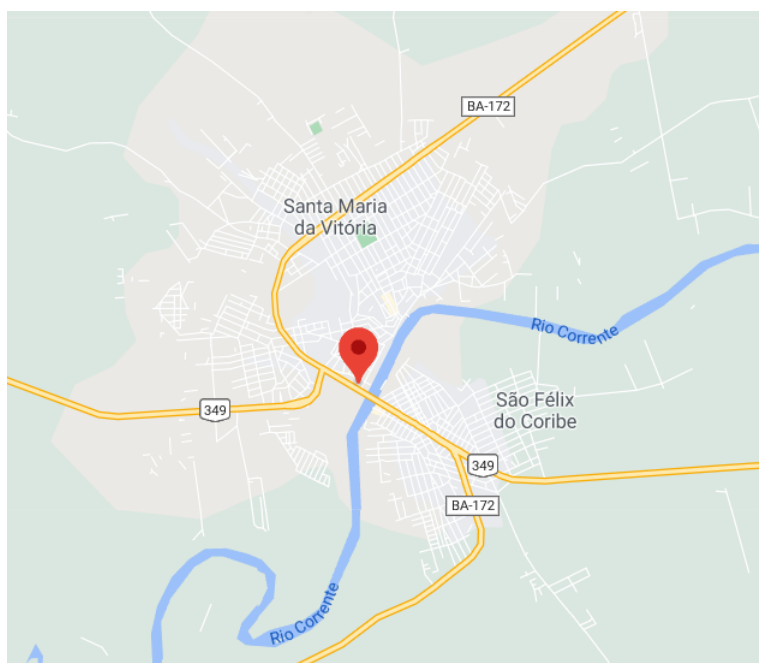


Figura 1: Mapa da estação fluviométrica e pluviométrica. Fonte: Google maps, 2021.

Por meio dos dois primeiros números da estação fluviométrica é possível identificar a sua bacia e sub-bacia. O primeiro número indica a bacia pertencente, sendo a dessa estação a bacia do rio São Francisco (número 4), e os dois primeiros números juntos indicam a sub-bacia, nesse caso é a sub-bacia Rio São Francisco, Carinhanha (número 45), sua localização no território nacional está destacada na Figura 2.



Figura 2: Mapa de sub-bacias no Brasil. Fonte: Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais - CPRM, 2021.

Essa sub-bacia faz parte da região hidrográfica do São Francisco (Figura 3) e é composta por 20 cursos d'água, 23 estações pluviométricas e 36 fluviométrica em operação atualmente, conforme mostra a figura 3. A estação escolhida para o trabalho coleta os dados de vazão, qualidade da água e sedimentos do Rio Corrente, pertencente a bacia do rio corrente cuja área é de aproximadamente 34.875 km^2 e abrange a região de 13 municípios.

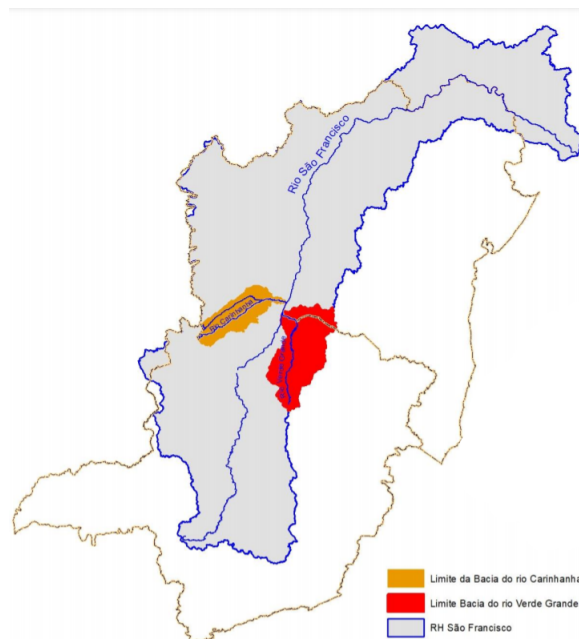


Figura 3: Região hidrográfica do São Francisco. Fonte: ANA, 2021.

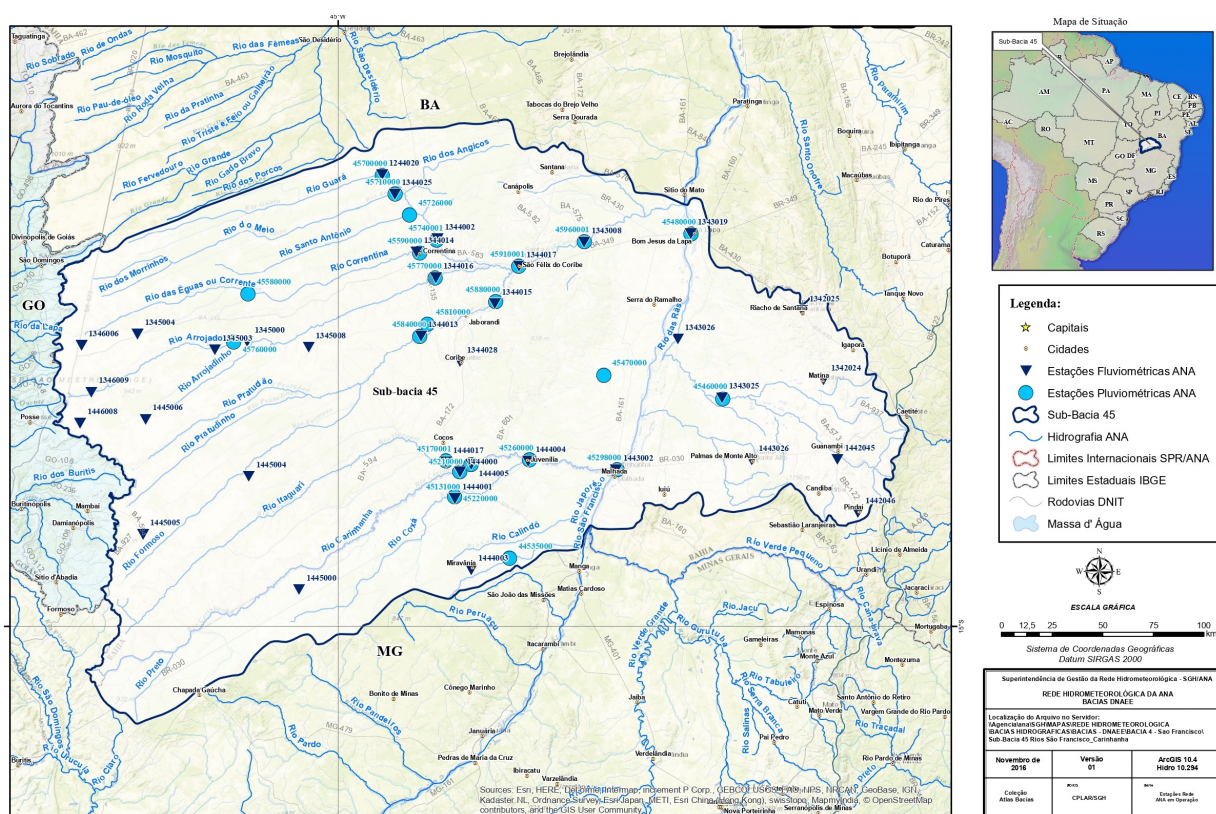


Figura 4: Sub-bacia 45. Fonte: ANA, 2016.

De acordo com o site de medições *Weather Park* as condições pluviométricas da região do município de Santa Maria da Vitória é caracterizada pela estação de cheia com duração de 5,4 meses, de 21 de outubro à 4 de abril, e a estação de seca com 6,5 meses, de 4 de abril a 21 de outubro. Para as condições de chuva, tem-se o período chuvoso com duração de 7,6 meses, de 20 de setembro à 8 de maio, e o período de seca durando 4,4 meses, de 8 de maio a 20 de setembro.

4 Análise preliminar dos dados

Após o download dos dados fluviométricos e pluviométricos, definiu-se o período a ser analisado de 1940 à 1973, devido ao fato de conter os dados sem falhas desse intervalo de tempo em ambas as estações e os dados de vazão serem consistidos.

4.1 Ano hidrológico

É denominado ano hidrológico o intervalo de tempo de 12 meses que pode ou não corresponder ao ano civil, é feito de acordo com diferentes critérios e utilizado para melhor visualização e compreensão de dados de vazão de precipitação. Existem dois tipos de ano hidrológico, o de cheia e o de seca, sendo o primeiro definido com início de acordo com os critérios desejados para conter o período de cheia na parte central, e o segundo iniciando com seis meses de defasagem do ano hidrológico de cheia.

Nesse trabalho foi usado 4 critério para a escolha do início do ano hidrológico de cheia, sendo eles apresentados abaixo.

4.1.1 Vazões mínimas anuais

Nesse critério foram organizados os dados do ano civil para a obtenção das frequências de ocorrência de vazões mínimas anuais, o resultado é apresentado em forma de histograma (Figura 5).

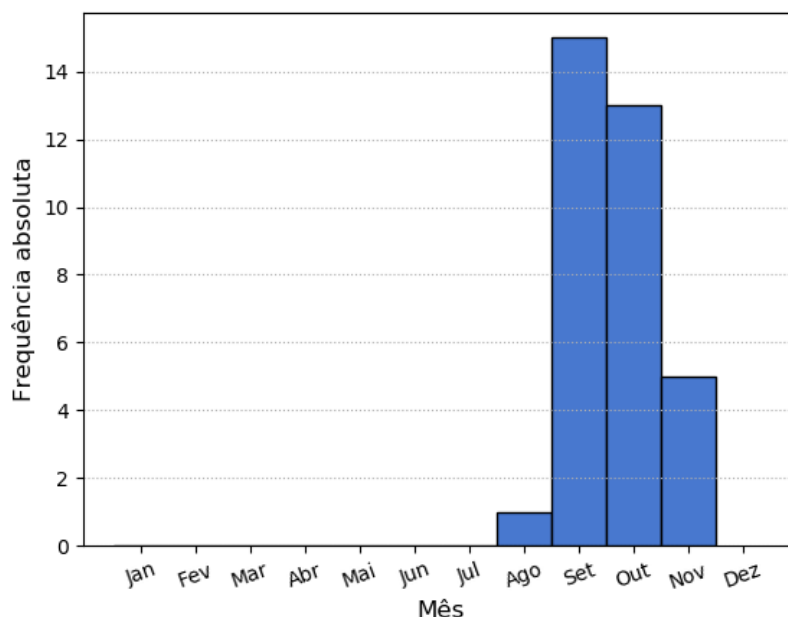


Figura 5: Histograma de vazões mínimas anuais por mês. Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

Como é possível observar com o gráfico, o mês que apresentou maior frequência de vazões mínimas anuais foi setembro com uma frequência absoluta de 15 anos.

4.1.2 Média das vazões mensais

Para as vazões mensais foi feita uma tabela com a menor média de vazão mensal de cada mês para todos os anos, e depois é mostrado qual a menor de todos os meses e o mês de ocorrência (Tabela 1).

Tabela 1: Mês com a menor média das vazões mensais

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
239.41	234.5	241.44	222.24	186.12	172.12	166.35	160.71	158.03	173.03	213.76	257.06
Menor média encontrada						Mês correspondente					
158.03						9					

O resultado mostra que a menor média encontrada foi no mês de setembro.

4.1.3 Mediana das vazões mensais

Neste passo foi feita novamente uma tabela para comparação, porém desta vez para as medianas de vazão mensal para cada mês e a menor encontrada (Tabela 2).

Tabela 2: Mês com a menor mediana das vazões mensais

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
222.5	226.5	238.0	205.5	182.5	167.0	161.5	156.5	155.5	168.5	207.5	257.0
Menor mediana encontrada						Mês correspondente					
155.5						9					

Como resultado tem-se a menor mediana no mês de setembro.

4.1.4 Precipitação média mensal

Para esse último critério foi criada a tabela 3 com as médias das precipitações mensais de todos os dados, separados por mês, e no fim foi colocado a menor média encontrada e seu mês.

Tabela 3: Mês com a menor médias das precipitações mensais

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
5.418	4.670	4.827	2.134	0.303	0.001	0.0404	0.039	0.470	2.533	7.532	8.725
Menor média encontrada						Mês correspondente					
0.001						6					

O resultado então foi a menor média no mês de junho. Além desse resultado, notou-se durante a formulação dessa etapa que há muitos meses com média de precipitação zero nos dados utilizados, com isso, foi feito o histograma 6 a fim de visualizar a frequência de média mensal de precipitação zero em cada mês, para todos os anos.

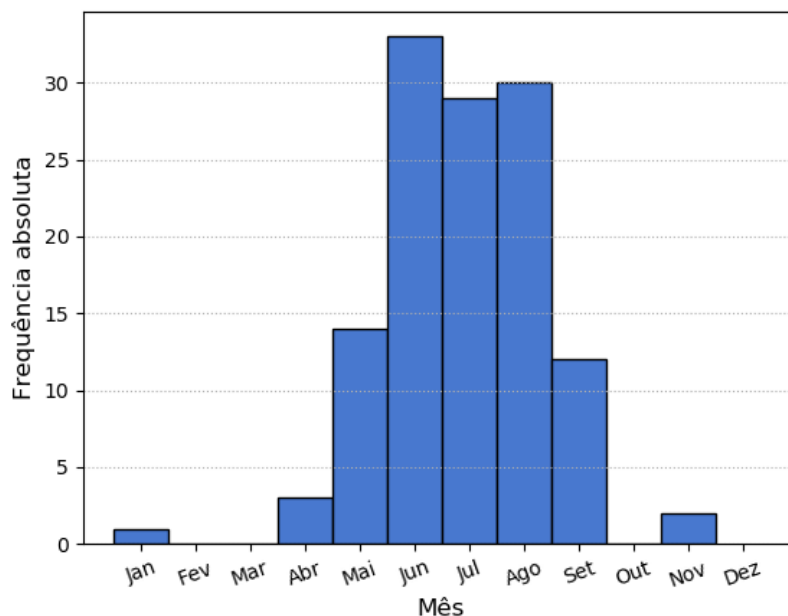


Figura 6: Histograma dos meses com precipitação zero. Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

A partir desse histograma é possível notar a alta frequência absoluta nos meses de junho, julho e agosto. Esse resultado mostra uma provável relação com os dados apresentados na seção 2 para as condições de chuva em Santa Maria da Vitória, porém é necessário outras análises e dados para maiores afirmações.

4.2 Hidrogramas sobrepostos

Após os resultados dos critérios visto na seção anterior, foi definido como início do ano hidrológico de cheia para esses dados o mês de setembro, pois esse foi obtido como resposta em 3 dos 4 critérios. Consequentemente o ano hidrológico de seca terá início no mês de março. As tabelas 4 e 5 mostram as vazões médias mensais para cada mês dos anos hidrológicos de cheia e seca, respectivamente.

Tabela 4: Ano hidrológico de cheia

Anos	Set	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago
1940-1941	148	150	222	197	181	185	236	244	166	159	154	147
1941-1942	145	151	177	167	214	208	201	172	151	146	144	141
1942-1943	153	159	235	297	270	228	263	205	188	172	166	160
1943-1944	155	179	228	267	202	217	189	200	169	161	157	154
1944-1945	150	167	190	327	313	278	257	362	258	219	202	190
1945-1946	181	222	283	308	275	239	260	243	217	198	190	183
1946-1947	176	185	228	222	255	232	334	337	228	211	199	189
1947-1948	193	209	268	382	298	246	259	224	199	193	187	181
1948-1949	180	197	197	397	314	327	253	250	219	202	194	186
1949-1950	179	224	269	266	226	217	240	228	199	186	181	175
1950-1951	175	186	243	235	213	191	218	225	187	178	170	166
1951-1952	160	161	155	212	202	191	273	200	184	164	158	155
1952-1953	158	151	209	289	187	182	202	186	159	155	153	150
1953-1954	156	172	179	225	216	221	178	206	161	154	152	149
1954-1955	145	144	181	236	203	188	171	200	155	150	147	145
1955-1956	140	165	223	277	203	199	255	182	180	163	158	154
1956-1957	148	154	263	283	302	297	396	344	238	212	199	184
1957-1958	179	184	200	235	260	286	251	250	198	186	184	174
1958-1959	179	188	200	220	312	202	213	174	163	163	159	154
1959-1960	151	165	179	188	266	233	329	272	211	185	174	166
1960-1961	157	160	190	245	255	214	194	165	168	153	150	147
1961-1962	143	145	149	182	217	228	219	172	167	149	144	141
1962-1963	138	151	202	284	234	246	173	165	158	149	146	143
1963-1964	139	134	157	185	322	302	208	186	174	155	152	148
1964-1965	141	165	251	266	226	213	230	257	183	172	167	158
1965-1966	149	179	228	201	211	339	255	244	198	178	172	165
1966-1967	160	186	181	259	219	225	215	221	182	170	164	158
1967-1968	158	156	251	255	199	278	307	237	202	183	176	173
1968-1969	167	178	238	299	250	241	247	187	198	173	168	162
1969-1970	161	164	190	352	330	285	259	232	200	184	176	174
1970-1971	170	194	241	207	175	181	189	201	171	161	156	151
1971-1972	152	179	267	275	188	195	210	203	168	159	156	150
1972-1973	147	170	188	274	210	189	214	184	159	150	147	143

Tabela 5: Ano hidrológico de seca

Anos	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan	Fev
1940-1941	311	198	170	159	154	148	148	150	222	197	181	185
1941-1942	236	244	166	159	154	147	145	151	177	167	214	208
1942-1943	201	172	151	146	144	141	153	159	235	297	270	228
1943-1944	263	205	188	172	166	160	155	179	228	267	202	217
1944-1945	189	200	169	161	157	154	150	167	190	327	313	278
1945-1946	257	362	258	219	202	190	181	222	283	308	275	239
1946-1947	260	243	217	198	190	183	176	185	228	222	255	232
1947-1948	334	337	228	211	199	189	193	209	268	382	298	246
1948-1949	259	224	199	193	187	181	180	197	197	397	314	327
1949-1950	253	250	219	202	194	186	179	224	269	266	226	217
1950-1951	240	228	199	186	181	175	175	186	243	235	213	191
1951-1952	218	225	187	178	170	166	160	161	155	212	202	191
1952-1953	273	200	184	164	158	155	158	151	209	289	187	182
1953-1954	202	186	159	155	153	150	156	172	179	225	216	221
1954-1955	178	206	161	154	152	149	145	144	181	236	203	188
1955-1956	171	200	155	150	147	145	140	165	223	277	203	199
1956-1957	255	182	180	163	158	154	148	154	263	283	302	297
1957-1958	396	344	238	212	199	184	179	184	200	235	260	286
1958-1959	251	250	198	186	184	174	179	188	200	220	312	202
1959-1960	213	174	163	163	159	154	151	165	179	188	266	233
1960-1961	329	272	211	185	174	166	157	160	190	245	255	214
1961-1962	194	165	168	153	150	147	143	145	149	182	217	228
1962-1963	219	172	167	149	144	141	138	151	202	284	234	246
1963-1964	173	165	158	149	146	143	139	134	157	185	322	302
1964-1965	208	186	174	155	152	148	141	165	251	266	226	213
1965-1966	230	257	183	172	167	158	149	179	228	201	211	339
1966-1967	255	244	198	178	172	165	160	186	181	259	219	225
1967-1968	215	221	182	170	164	158	158	156	251	255	199	278
1968-1969	307	237	202	183	176	173	167	178	238	299	250	241
1969-1970	247	187	198	173	168	162	161	164	190	352	330	285
1970-1971	259	232	200	184	176	174	170	194	241	207	175	181
1971-1972	189	201	171	161	156	151	152	179	267	275	188	195
1972-1973	210	203	168	159	156	150	147	170	188	274	210	189

Com esses dados mostrados nas tabelas, foram gerados dois gráficos (um para cada tabela) da vazão em função do tempo, de todos os anos hidrológicos sobrepostos, para melhor visualizar essa relação. Esses gráficos são denominados hidrogramas.

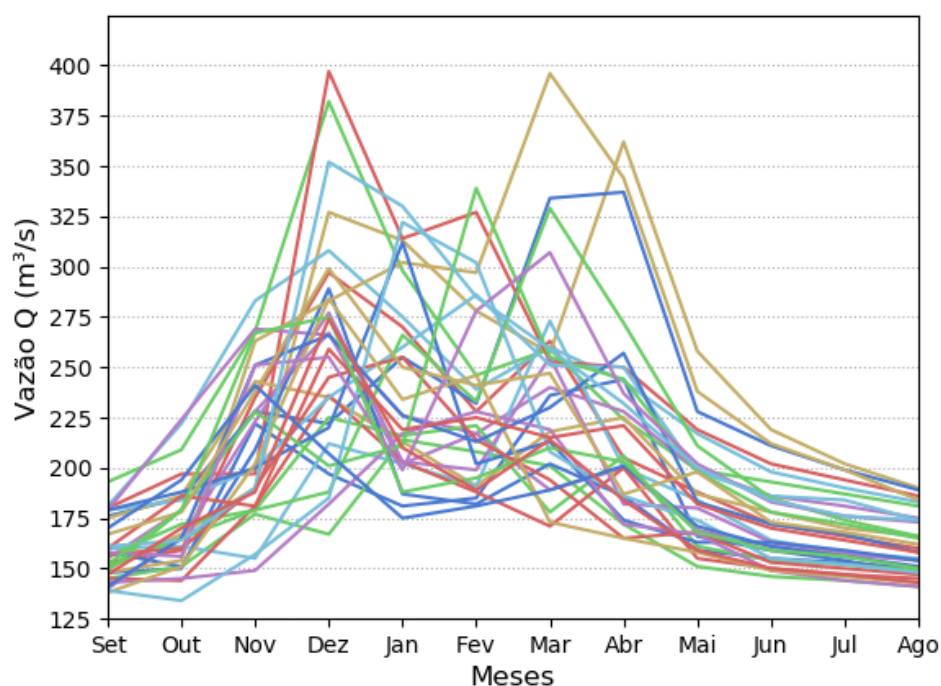


Figura 7: Hidrograma dos anos hidrológicos de cheia sobrepostos. Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

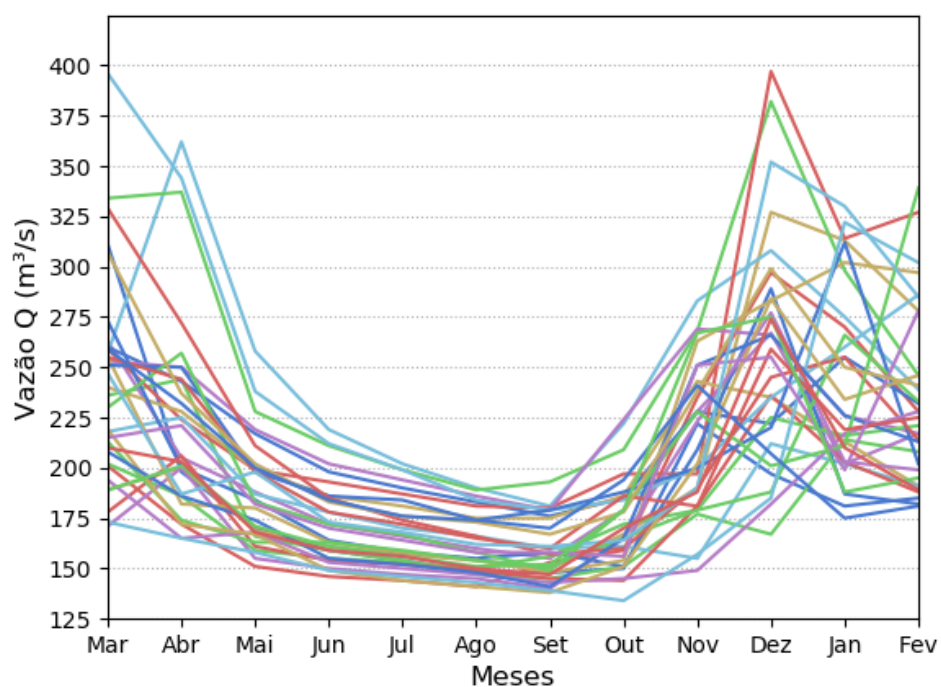


Figura 8: Hidrograma dos anos hidrológicos de seca sobrepostos. Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

A densidade de dados de vazões maiores no de cheia e menores no de seca, no centro dos

hidrogramas indicam que o mês escolhido atendeu ao pretendido para a construção do ano hidrológico, conforme dito na seção 3.1.

4.3 Estatísticas descritivas

Para a análise comparativa dos dados de vazão média anual para o ano civil e hidrológico foram realizados cálculos estatísticos e apresentados em tabelas.

As estatísticas descritivas usadas nessa seção foram: média aritmética, moda, mediana, desvio padrão, coeficiente de curtose e coeficiente de assimetria. Os resultados desses cálculos estão apresentados na tabela 7, obtidos por meio dos dados presentes na tabela 6.

Tabela 6: Vazões médias anuais para ano civil e hidrológico

Anos Hidrológicos	Média Anual (m^3/s)	Ano Civil	Média Anual (m^3/s)
1940-1941	182.42	1940	193
1941-1942	168.08	1941	176
1942-1943	208.00	1942	185
1943-1944	189.83	1943	207
1944-1945	242.75	1944	190
1945-1946	233.25	1945	256
1946-1947	233.00	1946	218
1947-1948	236.58	1947	253
1948-1949	243.00	1948	230
1949-1950	215.83	1949	240
1950-1951	198.92	1950	208
1951-1952	184.58	1951	186
1952-1953	181.75	1952	195
1953-1954	180.75	1953	175
1954-1955	172.08	1954	178
1955-1956	191.58	1955	180
1956-1957	251.67	1956	195
1957-1958	215.58	1957	247
1958-1959	193.92	1958	215
1959-1960	209.92	1959	185
1960-1961	183.17	1960	216
1961-1962	171.33	1961	172
1962-1963	182.42	1962	184
1963-1964	188.50	1963	169
1964-1965	202.42	1964	206
1965-1966	209.92	1965	197
1966-1967	195.00	1966	212
1967-1968	214.58	1967	198
1968-1969	209.00	1968	220
1969-1970	225.58	1969	208
1970-1971	183.08	1970	221
1971-1972	191.83	1971	188
1972-1973	181.25	1972	184
-	-	1973	181

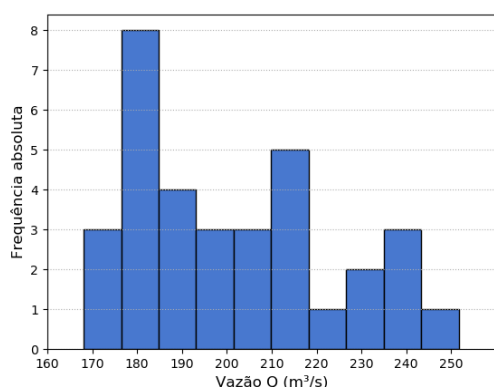
Tabela 7: Comparativo entre as estatísticas descritivas para ano hidrológico e civil

Ano	Min	Máx	Média	Moda	Mediana	Desvio Padrão	Coef. Curtose	Coef. Assimetria
Hidrológico	168.08	251.67	202.17	182.42	195.00	23.03	2.5425	0.57596
Civil	169.00	256.00	202.00	184.00	196.00	23.50	3.0919	0.78341

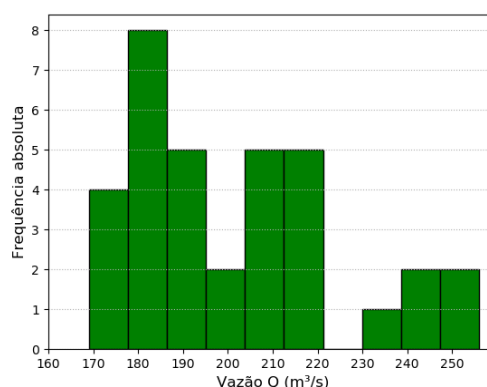
As medidas de tendência central média, moda e mediana apresentaram, respectivamente, diferenças absolutas de 0.17, 1.58 e 1.00. A média foi a que teve menor diferença, permanecendo perto do $202\text{m}^3/\text{s}$, e em conjunto com a moda e mediana é possível analisar que em ambos os anos (hidrológico e civil) esses dados apresentam histogramas de assimetria positiva, pois $x_{mo} < x_{md} < x_m$, confirmado também pelo coeficiente de assimetria (g) positivo mostrado na tabela, e sabendo disso pode-se afirmar que o histograma do ano hidrológico será levemente mais a esquerda devido sua moda ser menor do que a do ano civil. Além da medida de assimetria, outra medida para analisar a forma gráfica que esses dados irão retornar é o coeficiente de curtose (k), que é uma medida de achatamento do histograma, e a subtração desse valor por 3 fornece o coeficiente de excesso de curtose (k_e), que nesse caso indica uma distribuição leptocúrtica ($k_e < 0$) para o ano hidrológico e platicúrtica ($k_e > 0$) para o ano civil.

Quanto a dispersão dos dados, o desvio padrão apresenta menor valor no ano hidrológico, indicando maior homogeneidade dessa amostra em relação ao ano civil. Apesar dos máximos ter uma alta diferença absoluta (4.33), seu valor subtraído o mínimo fornece a amplitude amostral, essa de valor 83.59 para ano hidrológico e 87.00 para ano civil indica uma estabilidade maior para o ano hidrológico.

Para melhor organização, compreensão e visualização gráfica dos dados da tabela 6, foi gerado um histograma (Figura 9) para o ano hidrológico (9a) e civil (9b), onde pode-se notar a confirmação de algumas análises feitas nessa seção com base nos valores estatísticos dos dados.



(a) Histograma da média anual ano hidrológico



(b) Histograma da média anual ano civil

Figura 9: Histogramas das médias anuais. Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

4.4 Diagramas box-plot

O tipo de diagrama denominado box-plot é apresentado com um retângulo que seu limite inferior representa o primeiro quartil (25% acima dos dados) e o limite superior representa o terceiro quartil (75% acima dos dados), uma linha horizontal no interior desse retângulo representando a mediana (ou segundo quartil), e duas linhas verticais saindo da caixa na parte superior e inferior com seus limites definidos por valores que não excedam $Q_3 + 1.5 \cdot (Q_3 - Q_1)$ e $Q_1 - 1.5 \cdot (Q_3 - Q_1)$, respectivamente. Além desses, o diagrama pode apresentar também pontos fora da linha, os chamados *Outliers* ou valores atípicos.

De modo a representar graficamente alguns dos dados obtidos na seção anterior para o ano hidrológico, foi gerado um diagrama box-plot (Figura 10) para as vazões médias anuais desse ano.

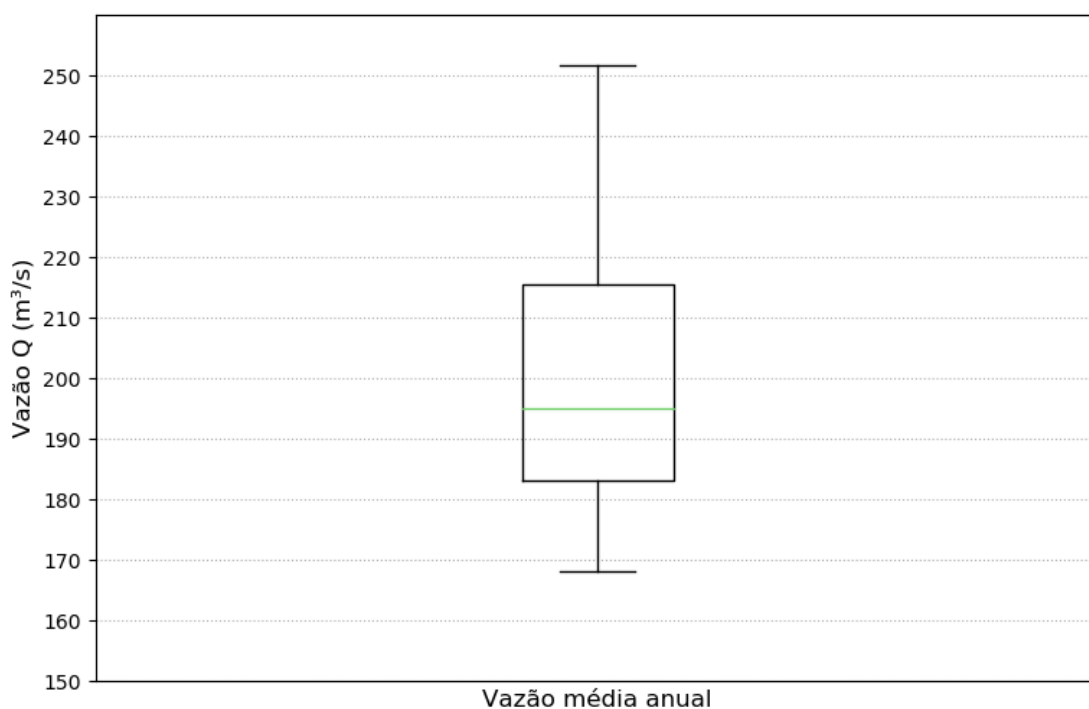


Figura 10: Box-plot das vazões médias anuais para o ano hidrológico. Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

De acordo o box-plot acima os valores de mediana, Q_1 , Q_3 , AIQ ($Q_3 - Q_1$), limite superior e limite inferior são 195.00, 183.08, 215.58, 32.5, 251.67 e 168.08, respectivamente. Esses valores juntamente com o diagrama fornecem uma visão mais ampla de valor central, dispersão, assimetria, pontos discordantes e caudas superior e inferior, dos dados amostrais. Nesse caso podemos notar a assimetria positiva pela posição da mediana no interior do retângulo (mais abaixo), uma cauda superior maior (comprimento da linha superior) e ausência de pontos discordantes.

Esse tipo de diagrama é muito útil também para comparação de diferentes amostras, como é o caso da Figura 11, em que foi plotado vários box-plots para as médias mensais do ano hidrológico, utilizando os dados já apresentados na Tabela 4.

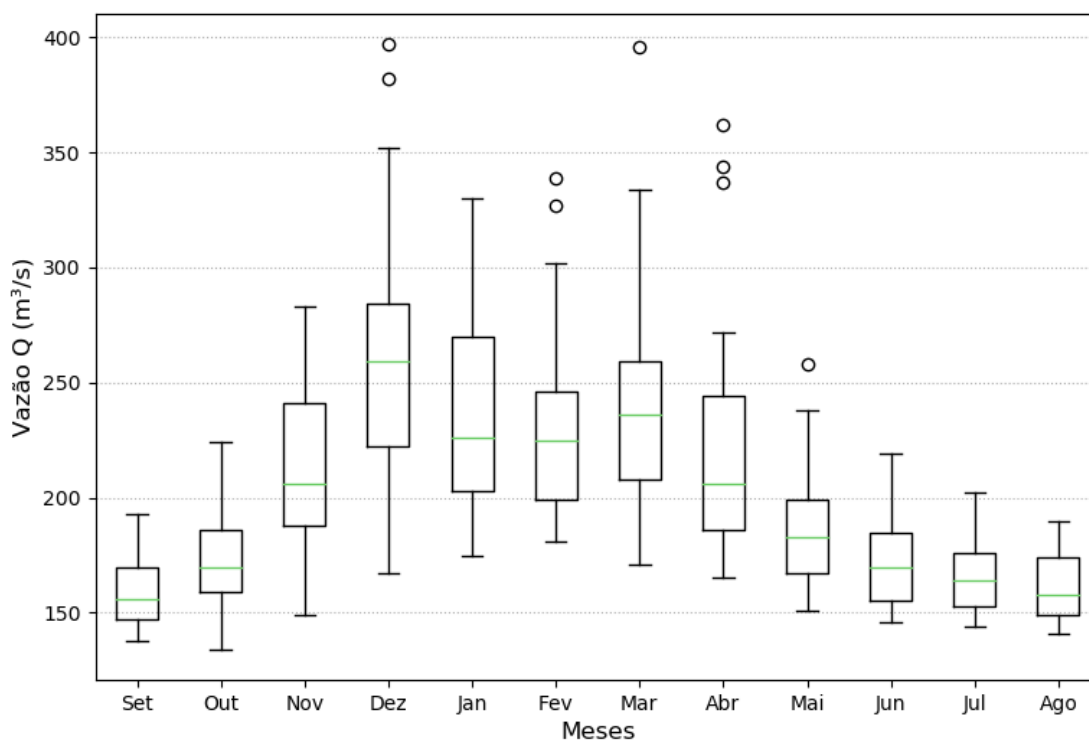


Figura 11: Box-plot das médias mensais para o ano hidrológico. Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

Visualmente pode-se notar a presença de maiores medianas na parte central do gráfico, devido ao fato dos dados corresponderem ao ano hidrológico de cheia, caudas superiores e inferiores maiores nos meses de dezembro e março, a presença de *Outliers* em dezembro, fevereiro, março, abril e maio, maiores amplitudes em dezembro e janeiro, e menores amplitudes em setembro e julho.

Em termos numéricos, os valores utilizados nos box-plot estão na Tabela 8 para confirmação da análise do gráfico.

Tabela 8: Valores do diagrama box-plot da vazão média mensal (ano hidrológico)

Mês	Mediana	Q_1	Q_3	AIQ	Limite superior	Limite inferior
Set	156	148	170	22	193	138
Out	167	156	185	29	224	134
Nov	209	188	241	53	283	149
Dez	259	220	284	64	352	167
Jan	226	203	270	67	330	175
Fev	225	199	246	47	302	181
Mar	236	208	259	51	334	171
Abr	206	186	244	58	272	165
Mai	183	167	199	32	238	151
Jun	170	155	185	30	219	146
Jul	164	153	176	23	202	144
Ago	158	149	174	25	190	141

4.5 Curvas de permanência

As denominadas curvas de permanência são uma forma gráfica de representação de frequência acumulada. Seu intuito é permitir a visualização das vazões de um rio em relação ao tempo que essa vazão foi igualada ou superada em termos percentuais, para dados diários, mensais ou anuais. Esse método gráfico é largamente utilizado para projetos e planejamentos de sistemas hídricos nas cidades para se conhecer melhor a variação temporal das vazões do trecho fluvial a ser trabalhado. Para a criação de uma curva de permanência são organizados os dados em ordem decrescente e atribuído uma ordem para cada um, com o valor da ordem é obtido a frequência relativa de para cada valor, tendo assim os valores da abscissa para a plotagem da curva.

Nessa seção foram geradas inicialmente as curvas apresentadas nas Figuras 12 e 13 para os dados de vazões diárias e médias mensais de todos os anos aqui estudado.

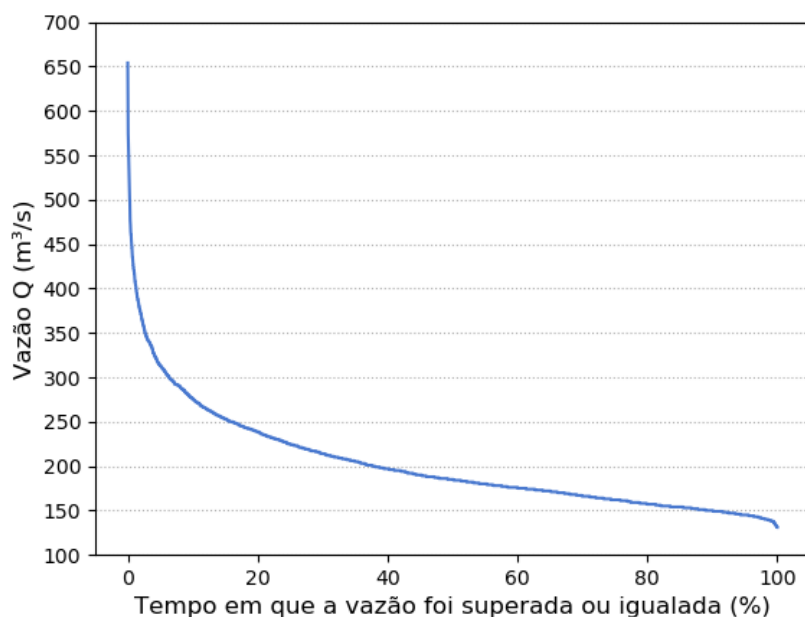


Figura 12: Curva de permanência para vazão diária (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

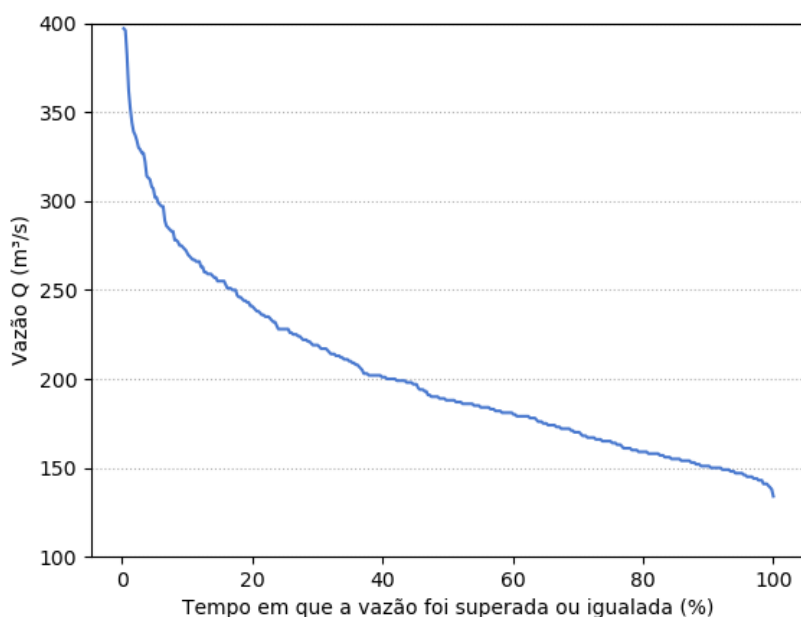


Figura 13: Curva de permanência para vazão média mensal (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

Nota-se a diferença visual das duas figuras apresentadas em que a 12 mostra uma curvatura mais acentuada e suavizada, enquanto a 13 tem uma curva menos acentuada e mais irregular. Essa diferença se deve ao número de dados empregados em cada uma, pois na curva de vazão diária foram utilizados 12053 valores enquanto na de vazão mensal foram 396, e quanto maior o número da amostra, mais suave e acentuada se torna a curva. Essas diferenças são explicadas ao

observar os cálculos para na formulação do gráfico e entender como são utilizados. A acentuação da curva ocorre devido as vazões maiores possuírem menor percentual de tempo em que é igualada ou superada, enquanto que para vazões menores esse percentual é maior, visto que são igualadas ou superadas na maior parte do tempo. Sabendo disso é possível explicar a diferença causada pelo número de amostras, pois ao conter menos valores consequentemente tem-se menos vazões de valor maior, fazendo com que a curva decresça de forma menos acentuada. Outro fato explicável e importante de ser ressaltado é a consequência de valores de vazões repetidos nos dados amostrais, pois ao olhar o cálculo da curva nota-se que caso haja repetições, um mesmo número de vazão irá conter dois valores de frequência relativa acumulada, que corresponde ao eixo x, fazendo com que tenha uma linha horizontal para essa medida de vazão no eixo y, e quanto maior o valor amostral estudado, menos perceptível são essas linhas, assim conforme for diminuindo o N, mais evidente se torna essas linhas, como podemos notar na curva de permanência para vazões médias mensais (Figura 13). Quando ocorre essas repetições, considera-se o último valor percentual para a vazão repetida.

Posteriormente para fins comparativos foi gerado uma curva das vazões médias diárias de todos os anos sobrepostos, apresentada na Figura 14.

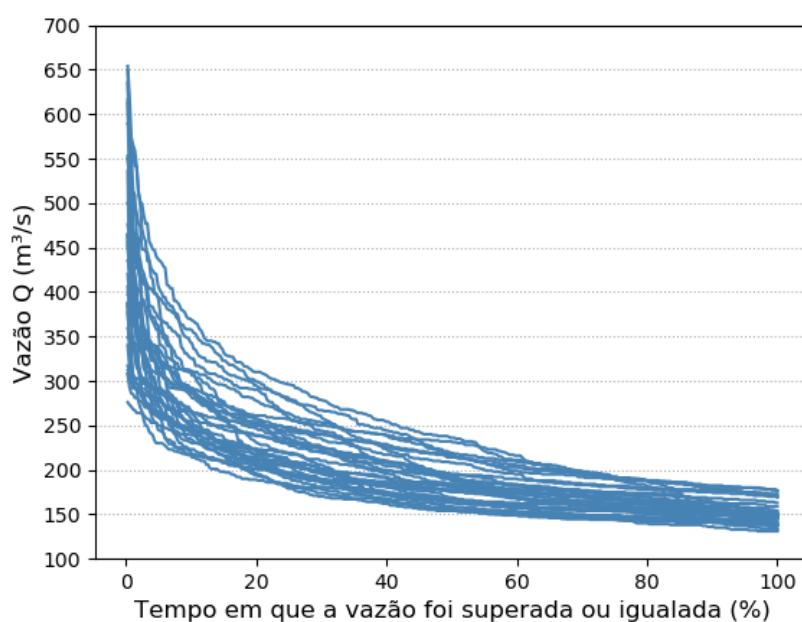


Figura 14: Curva de permanência para vazão média diária dos anos sobrepostos (ano hidrológico).
Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

É possível notar a convergência de dados nos extremos das curvas e a maior divergência presente na parte central, indicando maior diferença de ocorrência de dados de vazão entre os valores $200\text{m}^3/\text{s}$ e $400\text{m}^3/\text{s}$.

4.6 Vazões máximas anuais

Para conhecer e explorar os valores de vazões máximas anuais para os 33 anos hidrológicos aqui estudado, foram coletados esses dados e inseridos na Tabela 9 juntamente com a vazão aritmética calculada ao fim.

Tabela 9: Série completa das vazões máximas anuais (ano hidrológico)

Ano	Vazão máxima anual (m³/s)
1972-1973	471
1971-1972	541
1970-1971	308
1969-1970	602
1968-1969	476
1967-1968	647
1966-1967	392
1965-1966	552
1964-1965	464
1963-1964	506
1962-1963	420
1961-1962	410
1960-1961	341
1959-1960	453
1958-1959	476
1957-1958	398
1956-1957	616
1955-1956	358
1954-1955	403
1953-1954	397
1952-1953	450
1951-1952	387
1950-1951	320
1949-1950	322
1948-1949	640
1947-1948	659
1946-1947	667
1945-1946	422
1944-1945	562
1943-1944	346
1942-1943	471
1941-1942	279
1940-1941	367
MÉDIA	458.27

Essa série de valores foi dividida em 3 trechos de tamanho igual a 11 e calculado a média de cada uma dessas sub-séries. O resultado está na Tabela 10.

Tabela 10: Sub-séries das vazões máximas anuais (ano hidrológico)

Sub-série 1 (1973-72 até 1963-62)	Sub-série 2 (1962-61 até 1952-51)	Sub-série 3 (1951-50 até 1941-40)
471	410	320
541	341	322
308	453	640
602	476	659
476	398	667
647	616	422
392	358	562
552	403	346
464	397	471
506	450	279
420	387	367
MÉDIAS		
489.00	426.27	459.55

As médias das sub-série apresentaram uma diferença razoável entre si, e apesar da sub-série 3 estar mais próxima da média da serie completa, não é possível afirmar que essa seja uma boa estimativa da vazão máxima média anual, pois todas as sub-séries contém um número pequeno de dados amostrais, e no conceito de média aritmética quanto maior o número de dados melhor se torna a representação da média amostral para a população. Sendo assim, comparando as médias das três sub-séries e da série completa, esta última estaria mais próxima de corresponder a vazão máxima média anual.

4.7 Relação vazão e precipitação

Na análise de relação entre duas variáveis é adotado a construção de diagramas de dispersão, pois fornecem o comportamento simultâneo destas.

Nesse trabalho utilizou-se para averiguar a relação entre os dados fluviométricos e pluviométricos, com os números de vazão média anual e o valor total de precipitação anual. O gráfico construído está na Figura 15.

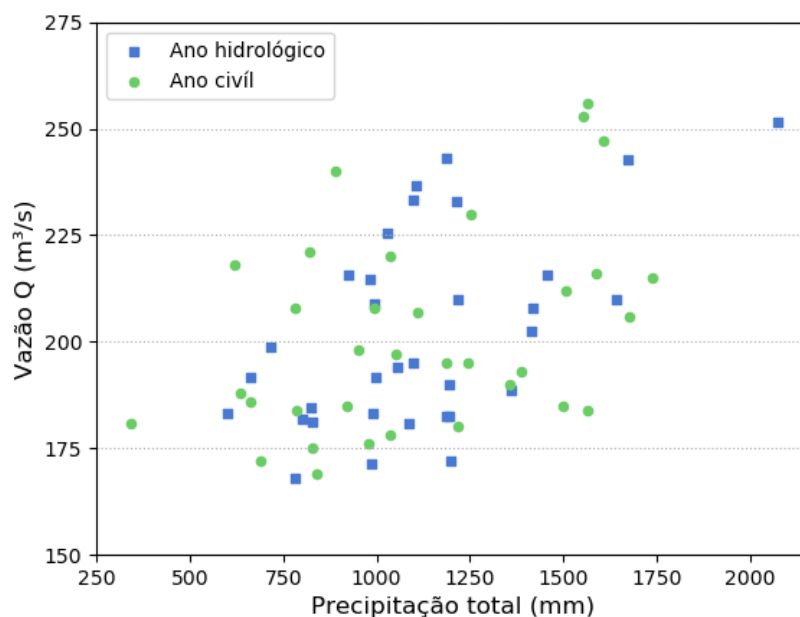


Figura 15: Diagrama de dispersão da vazão média anual e precipitação total anual. Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

A fim de explorar essa relação foi calculado o coeficiente amostral de correlação, que é definido como um coeficiente adimensional obtido por meio dos valores de média e desvio padrão, com valor entre 1 e -1, com 0, -1 e 1 indicando nenhuma associação, associações perfeitamente negativas e associações perfeitamente positivas, respectivamente. O sinal do coeficiente aponta se o Y irá crescer (positivo) ou decrescer (negativo) com o aumento do X.

Para a figura 15 foram obtidos os valores de 0.525 para ano hidrológico e 0.411 para ano civil, com o sinal mostrando que em ambos o Y cresce em função do X, e o valor maior representando maior correlação.

Além dessa forma de analisar a associação das variáveis, existe também o diagrama de dispersão quantis-quantis (Q-Q), em que os dados de ambas as amostras são organizado em ordem crescente e depois são relacionados no gráfico. O diagrama Q-Q para as vazões médias anuais e precipitação anual foi gerado como mostra a Figura 16.

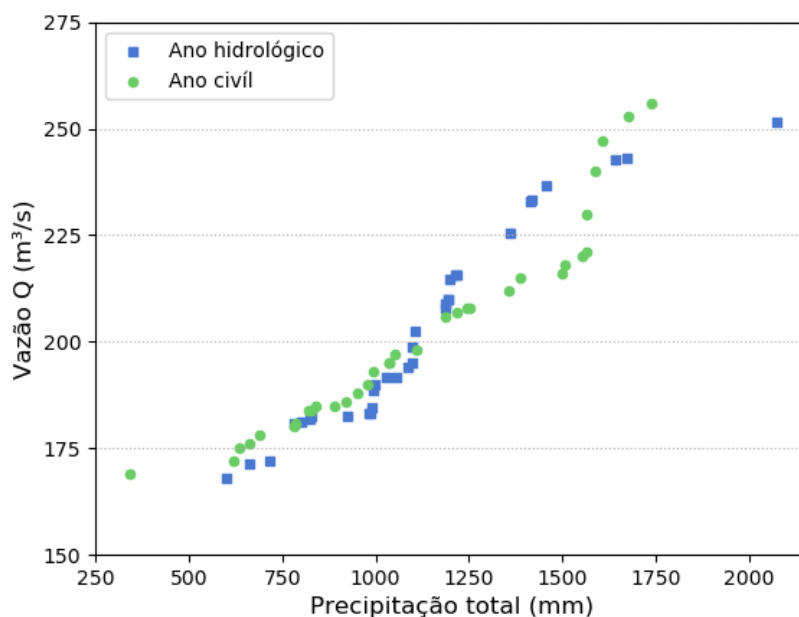


Figura 16: Diagrama Q-Q da vazão média anual e precipitação total anual. Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

Com o gráfico Q-Q é notável maior semelhança dos dados ordenados devido a proximidade dos pontos na linha $y = x$, com exceção dos dois pontos extremos que destoam.

5 Ajustes de distribuição e testes de hipóteses

Após os cálculos e representações das variáveis aqui estudadas, para descrever o comportamento dessas amostras essa seção irá apresentar os ajustes aplicados nesses dados para distribuições de probabilidade para variáveis aleatórias contínuas, e realizar testes de hipóteses para as distribuições ajustadas.

5.1 Vazões médias anuais

Utilizando os dados já apresentados na segunda coluna da tabela 6 para vazões médias anuais do ano hidrológico, foram feitos ajustes desses valores para a distribuição normal, lognormal, exponencial e gamma, por meio das funções disponíveis na biblioteca *scipy* para a linguagem de programação *Python* com a estimação de parâmetros pelo método dos momentos (MOM). Todas as distribuições ajustadas para função densidade de probabilidade sobrepostas juntamente com o histograma dos dados amostrais observados está apresentado na Figura 17a, e ao lado na Figura 17b é mostrado a função acumulada de probabilidade para cada distribuição e a observada.

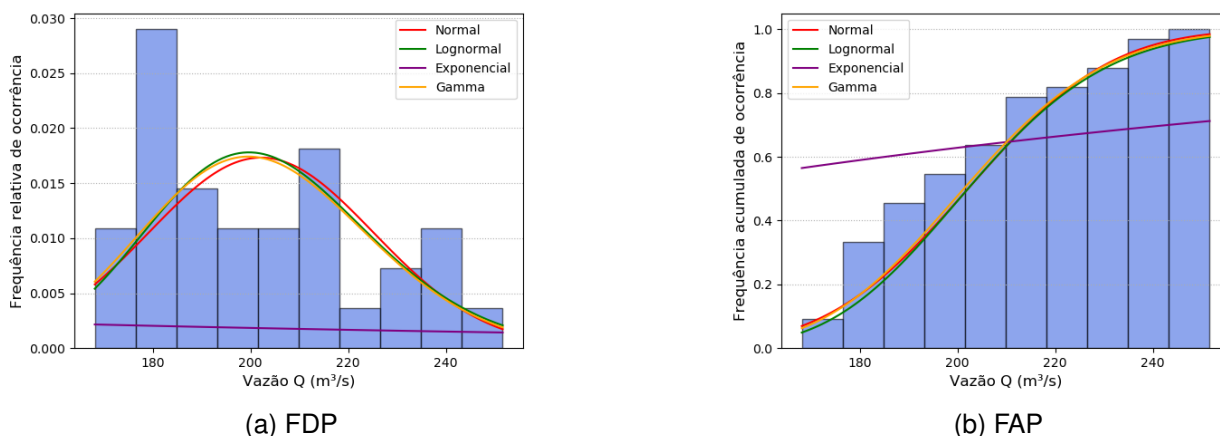


Figura 17: Distribuições de probabilidade para vazões médias anuais (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

Visualmente é possível notar muita semelhança das curvas ajustadas com exceção da exponencial que mostra pouco ou nenhum ajuste ao histograma, mas para verificar melhor a adequação dessas distribuições a esses dados foram feitos testes de aderência apresentados abaixo.

5.1.1 Testes de aderência

Foram utilizados quatro testes de aderência para cada uma das distribuições acima, sendo eles o teste qui-quadrado (χ^2), Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling e Filliben.

Para o teste qui-quadrado o valor da estatística de teste foi obtida pela função *chisquare* da biblioteca *scipy* fornecendo como parâmetro a frequência observada e a esperada, conseguida por meio das funções acumuladas de distribuição para as ajustadas. O número retornado para cada uma está na Tabela 11 juntamente com o valor tabelado a ser comparado, para o grau de liberdade da distribuição. Com exceção da exponencial, que apresentou valor muito maior, os demais ajustes atenderam a $\chi^2 < \chi^2_{0.95,v}$, não rejeitando então a hipótese H_0 desses dados serem modelados por essas distribuições, com destaque para a Gamma que retornou o menor valor para o teste.

O teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) se baseia na máxima diferença da função de probabilidade acumulada observada e esperada das variáveis para a decisão de rejeição ou não da hipótese H_0 da variável aleatória ser ajustada pela distribuição. A estatística de teste foi calculada por meio das equações fornecidas no livro texto da disciplina, retornando os números que se encontram na quarta coluna da Tabela 11, que contém os valores críticos tabelados ao lado. Nesse teste novamente apenas a distribuição exponencial não correspondeu a $D^{calc}_{33} < D_{33,0.05}$, sendo a única a rejeitar a hipótese nula. A Gamma se destaca novamente com o menor valor calculado.

Apesar de os testes acima serem bons para analisar a adequação das curvas, eles diminuem seu poder nas caudas inferiores e superiores, com isso o teste de Anderson-Darling (AD) apresenta uma alternativa por dar mais peso as caudas, que assim como o KS se baseia também na diferença

das FAPs. Como não há tabela de valores críticos para comparação de todas as distribuições, foi feito o teste apenas para Normal e Lognormal, calculando a estatística de teste com as equações fornecidas no livro texto e multiplicado ao final pelo fator de correção da distribuição testada. Os valores obtidos estão na sexta e sétima coluna da Tabela 11, tendo a hipótese nula H_0 de ajuste da variável pela distribuição rejeitada para a Normal $A^2_{corr} > A^2_{crit,0.05}$ e não rejeitada para a Lognormal $A^2_{corr} < A^2_{crit,0.05}$.

O último teste, chamado teste de Filliben se assemelha ao AD com diferentes equações para cada distribuição e podendo ser utilizado apenas em distribuições específicas, que nesse caso foram a Normal e Lognormal. A estatística de teste foi calculada por meio das equações fornecidas no livro, e em ambas os valores teve a hipótese H_0 rejeitada, pois $r > r_{crit,0.05}$.

Todos os resultados descritos estão compilados na tabela 11.

Tabela 11: Testes de aderência

Distribuição	$\tilde{\chi}^2$	$\tilde{\chi}^2_{0.95,v}$	D^{calc}_{33}	$D_{33,0.05}$	A^2	A^2_{corr}	$A^2_{crit,0.05}$	r	$r_{crit,0.05}$
Normal	13.439	14.1	0.137	0.231	0.769	0.788	0.752	0.9717	0.9659
Lognormal	12.394	14.1	0.142	0.231	0.733	0.751	0.752	0.9806	0.9659
Exponencial	222.784	15.5	0.534	0.231	-	-	-	-	-
Gamma	12.093	14.1	0.124	0.231	-	-	-	-	-

5.1.2 Testes de hipóteses

Os testes de hipóteses auxiliam a analisar se os dados amostrais fornecem parâmetros capazes de rejeitar ou não uma hipótese estatística, por meio dos valores da média, desvio padrão e pontos de inflexões da amostra estudada.

No caso considerado nesse trabalho para as vazões médias anuais do Rio Corrente foram realizados os testes de aleatoriedade, independência, homogeneidade e estacionariedade para os dados amostrais conhecidos. Para a execução de cada teste foram feitos cálculos para a obtenção da estatística de teste ($|T|$) em cada um deles, e obtido o valor tabelado em nível de significância $\alpha = 0.05$ para comparação, conforme mostra a Tabela 12.

Tabela 12: Testes de hipóteses

Teste	$ T $	$z_{0.975}$
Aleatoriedade	1.9819	1.96
Independência	5.8230	
Homogeneidade	0.0360	
Estacionariedade	0.4632	

O teste de aleatoriedade é utilizado para analisar se uma variável é aleatória ou não, seu uso em hidrologia serve para averiguar se há uma possível intervenção no sistema hídrico estudado que cause uma não-aleatoriedade de uma amostra. O teste se baseia em cálculos por meio do número

de inflexões e tamanho da amostra, e a hipótese nula h_0 se verdadeira aponta aleatoriedade dos dados. A realização desse teste nos valores de vazão média anual desse estudo resultou em um $p = 16$ e consequentemente um $|T| = 1.9819 > z_{0.975}$, rejeitando então a hipótese nula, indicando não-aleatoriedade.

Para verificar a independência das observações, ou seja, que nenhum dado influencie na ocorrência de outro, é feito o teste de independência com a estatística de teste obtida por meio dos parâmetros desvio padrão e tamanho de amostra, e considerada a hipótese nula H_0 indicando independência se verdadeira. Nesse estudo obteve-se $|T| = 5.8230 > z_{0.975}$, rejeitando então H_0 , apontando não independência dos dados.

A heterogeneidade de dados hidrológicos mostra possíveis elementos de distintas populações, como diferentes magnitudes de precipitações de múltiplas causas. Assim sendo, pode-se calcular a estatística de teste para a hipótese nula H_0 de homogeneidade com os parâmetros obtidos por meio da divisão da série total em duas sub-séries. Como resultado desse teste tem-se $|T| = 0.0360 < z_{0.975}$, não rejeitando H_0 , sugerindo homogeneidade das amostras.

O último teste de hipótese feito foi para analisar a possível tendência temporal da série de dados, chamado teste de estacionariedade, com a estatística do teste calculada por meio dos valores dos anos, ordem e tamanho da amostra. O resultado forneceu um $|T| = 0.4632 < z_{0.975}$, não rejeitando a hipótese nula H_0 de que a amostra não apresenta tendência temporal.

5.2 Vazões máximas anuais

Nessa seção foi ajustado as distribuições Gumbel de máximos, Generalizada de valores extremos para máximos (GEV), Normal e Pearson tipo 3, para os dados de vazão máxima anual para ano hidrológico, apresentado anteriormente na Tabela 9. Esses ajustes foram feitos novamente por meio das funções da biblioteca *scipy*, com a estimação de parâmetros para as três primeiras distribuições usando o método dos momentos e para a última empregando a função *fit* do *scipy* que estima pelo método da máxima verossimilhança (MVS). Os ajustes plotados de forma sobreposta está na Figura 18.

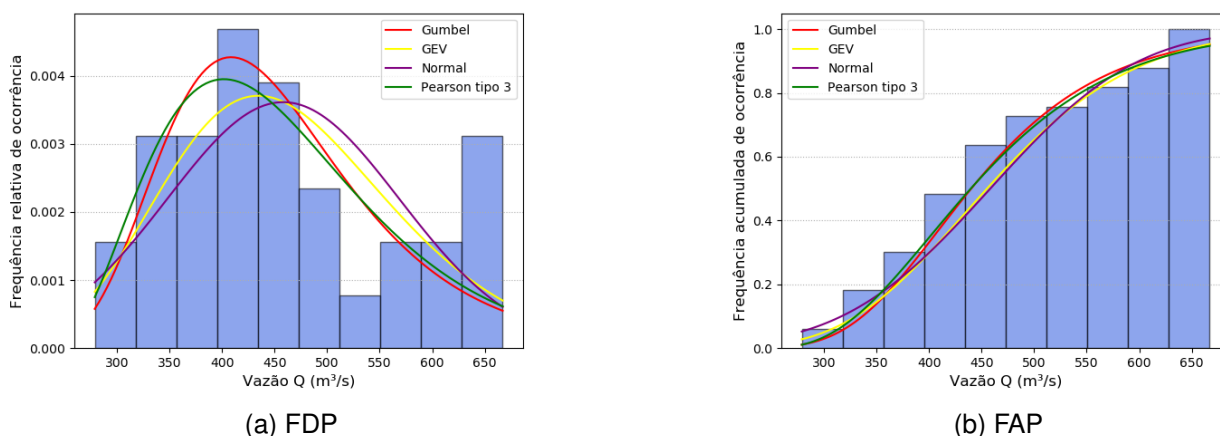


Figura 18: Distribuições de probabilidade para vazões máximas anuais (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

Observa-se a proximidade das curvas Gumbel e Pearson tipo 3, e Normal e GEV. As análises de adequação desses ajustes é feita nos testes de aderência abaixo.

5.2.1 Testes de aderência

Os testes de aderência para as vazões máximas foram realizados seguindo os mesmos passos descritos na seção 4.1.1. Nos testes qui-quadrado, KS e AD todas as distribuições testadas não rejeitaram a hipótese nula de que a distribuição é capaz de modelar a variável aleatória, com os menores valores obtidos em GEV para $\tilde{\chi}^2$ e Gumbel para KS e AD. No teste de Filliben novamente todas as distribuições rejeitaram a hipótese H_0 com valores de teste maiores que o valor crítico tabelado. Todos os resultados estão na Tabela 13.

Tabela 13: Testes de aderência

Distribuição	$\tilde{\chi}^2$	$\tilde{\chi}_{0.95,v}^2$	D_{33}^{calc}	$D_{33,0.05}$	A^2	A_{corr}^2	$A_{crit,0.05}^2$	r	$r_{crit,0.05}$
Normal	12.365	14.1	0.133	0.231	0.580	0.594	0.752	0.9781	0.9659
Gumbel	13.371	14.1	0.064	0.231	0.252	0.261	0.757	0.9755	0.9546
GEV	10.301	12.6	0.123	0.231	-	-	-	0.9853	0.9630
Pearson do tipo 3	11.384	12.6	0.072	0.231	-	-	-	-	-

5.2.2 Estimação de quantis para Tempo de Retorno

O período de recorrência de um fenômeno hidrológico é denominado Tempo de Retorno (TR), que é definido matematicamente pelo inverso da probabilidade de recorrência desse evento. Sabendo disso é possível estimar as vazões para diferentes tempos de retorno utilizando as distribuições ajustadas.

A estimação da vazão máxima anual para os TR 100, 1000 e 10000 anos, foi calculada pela função inversa da FDP para cada distribuição, utilizando a função fornecida pela biblioteca *scipy* com os

mesmos parâmetros usados no ajuste de curva. Os resultados estão na Tabela 14.

Tabela 14: Vazões estimadas (m^3/s) para máxima anual

Distribuição	TR= 100	TR= 1000	TR= 10000
Normal	201.46	117.14	47.72
Gumbel	277.15	242.25	217.49
GEV	248.28	196.26	157.50
Pearson do tipo 3	278.07	255.61	244.39

Os valores mostram uma proximidade entre as distribuições Gumbel e Pearson tipo 3, com as diferenças aumentando conforme cresce o TR.

5.3 Vazões mínimas anuais de 7 dias consecutivos

Para melhor estudo dos valores de mínimas anuais da séries de dados foi feita uma média móvel de 7 dias consecutivos do ano hidrológico de seca, e usado o menor valor dessas médias para representar a mínima anual do ano. Com todos esses valores obtidos foi realizado os ajustes para as distribuições Gumbel de mínimos, Weibull, Pearson tipo 3 e Gamma, usando ainda as funções fornecidas pela biblioteca *scipy* e com parâmetros estimados pelo método dos momentos para a distribuição Gamma e pelo método da máxima verossimilhança retornado pela *fit* para as distribuições Gumbel, Weibull e Pearson tipo 3. O resultado dos ajustes é apresentado nos gráficos abaixo (Figura 19).

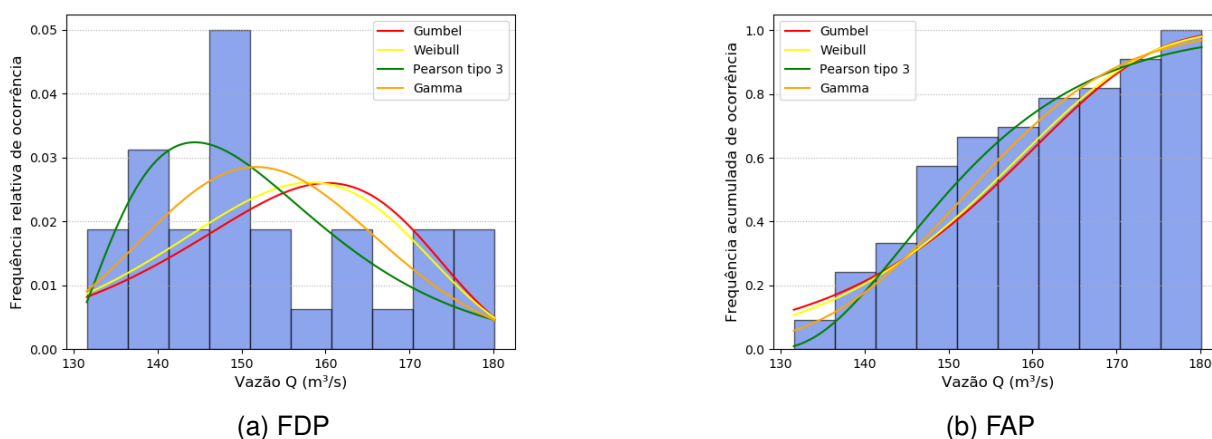


Figura 19: Distribuições de probabilidade para vazões mínimas anuais de 7 dias consecutivos (ano hidrológico). Fonte: elaborado pela autora a partir do *Hidroweb*, 2021.

Pode-se observar uma alta semelhança nas curvas de distribuições Gumbel e Weibull, podendo ser justificada por serem duas distribuições ajustadas para valores mínimos, mas para saber se o ajuste atende ao esperado para esses dados foram feitos os testes mostrados na próxima seção.

5.3.1 Testes de aderência

Os testes de adequação do ajuste de distribuição para os valores de vazões mínimas anuais foram construídos e aplicados da mesma forma apresentada nas seções anteriores, porém obteve resultados diferentes do que foi visto para as outras variáveis, pois apenas o teste KS não teve rejeição da hipótese nula de capacidade de modelagem da variável pela distribuição testada, com o menor valor na Pearson tipo 3. Todos os outros testes apesar de apresentarem valores próximos em alguma distribuição, rejeitaram a hipótese H_0 , se destacando a Gumbel para o teste $\tilde{\chi}^2$ com o maior valor. A Tabela 15 mostra todos os valores obtidos nos testes.

Tabela 15: Testes de aderência

Distribuição	$\tilde{\chi}^2$	$\tilde{\chi}_{0.95,v}^2$	D_{33}^{calc}	$D_{33,0.05}$	A^2	A_{corr}^2	$A_{crit,0.05}^2$	r	$r_{crit,0.05}$
Gumbel	20.206	14.1	0.189	0.231	-	-	-	-	-
Pearson do tipo 3	12.743	12.6	0.078	0.231	-	-	-	-	-
Gamma	14.254	14.1	0.146	0.231	-	-	-	-	-
Weibull	17.973	12.6	0.181	0.231	1.238	1.273	0.757	0.9368	0.9546

5.3.2 Estimação de quantis para Tempo de Retorno

Da mesma forma descrita na seção 4.2.2 foi calculado a estimativa da vazão mínima anual para cada distribuição ajustada nessa etapa no TR de 10 anos, conforme mostra a Tabela 16.

Tabela 16: Vazões estimadas (m^3/s) para mínima anual

Distribuição	TR= 10
Gumbel	128.40
Pearson do tipo 3	137.10
Gamma	135.32
Weibull	130.70

REFERÊNCIAS

ANA. Sub-bacia 45. 2016. Disponível em:

<http://metadados.ana.gov.br/geonetwork/srv/pt/main.home>

Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais - CPRM. Mapa de sub-bacias no Brasil. 2021.

Disponível em: <http://www.cprm.gov.br/publique/media/hidrologia/>

Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais - CPRM. Região hidrográfica do São Francisco.

2021. Disponível em: <http://www.cprm.gov.br/publique/media/hidrologia/>

GARCEZ, L. N.; ALVAREZ, G. A. Hidrologia. 2º Edição. São Paulo. Editora Edgard Blucher Ltda, 1988.

GARCEZ, L. N.; ALVAREZ, G. A. Hidrologia. 2º Edição. São Paulo. Editora Edgard Blucher Ltda, 1988.

GOOGLE MAPS. Imagem de mapa esquemático do posto fluviométrico e pluviométrico de Santa Maria da Vitória. 2021. Disponível em: <https://www.google.com/maps/>

NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A. Hidrologia Estatística. Belo Horizonte. CPRM, 2007.

TUCCI, Carlos E. M. Hidrologia: ciência e aplicação. 4. ed. Porto Alegre: ABRH – Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.