

# Matemática I. Ejercicios complementarios.

## Conjuntos y funciones

1) Sean  $\mathbb{N}$  el conjunto de los números naturales,  $\mathbb{Z}$  de los enteros,

$$B = \{x \in \mathbb{Z}; -5 \leq x \leq 9\}, \quad D = \left\{-9, -8, \frac{-5}{3}, \sqrt{5}, 1, 5, \frac{8}{5}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 8\right\}$$

a) calcular  $B \cap D$ ,  $B - D$ ,  $B \cap \mathbb{N}$ ,  $D - \mathbb{Z}$

b) Definir inclusión entre conjuntos. Decidir si son V o F las siguientes inclusiones, justificando

$$B \subseteq \mathbb{N} \quad D \subseteq \mathbb{Z} \quad B \cap D \subseteq \mathbb{Z}$$

2) Sean  $M$  el conjunto de los enteros múltiplos de 4,  $I$  el de los enteros impares,

$$B = \{x \in \mathbb{Z}; -15 \leq x \leq 9\} \text{ y } D = \{x \in \mathbb{Z}; x^2 < 18\}$$

Expresar  $M$  e  $I$  por comprensión. Calcular  $B \cap M$ ,  $D - M$ ,  $D \cap I$ ,  $D - B$

3) Sean  $M$  el conjunto de los enteros múltiplos de 45,  $T$  el de los enteros múltiplos de 5 y  $V$  el de los enteros múltiplos de 7. Expresar  $M$ ,  $T$  y  $V$  por comprensión.

a) Probar que  $M \subseteq T$  y que  $T \not\subseteq M$ .

b) Probar que si  $a \in T$  y  $b \in V$ , entonces  $a.b$  es un entero múltiplo de 35.

Expresar por comprensión el conjunto  $B$  de los enteros múltiplos de 35. ¿Qué operación entre los conjuntos  $T$  y  $V$  da como resultado el conjunto  $B$ ? Explicar

4) Sean  $M$  el conjunto de los naturales múltiplos de 42,  $T$  el de los naturales múltiplos de 6 y  $V$  el de los naturales múltiplos de 5. Expresar  $M$ ,  $T$  y  $V$  por comprensión. Probar que:

a)  $M \subseteq T$  y que  $M \neq T$

b) si  $a \in T$  y  $b \in V$ , entonces  $a.b$  es un número natural múltiplo de 30.

5) Calcular los dominios  $D \subseteq \mathbb{R}$  de las siguientes funciones:

$$J(x) = \frac{x^2 + x - 15}{(13 - x).x^{35}.(x^2 - 9)} \quad K(x) = \frac{5x^3}{\sqrt{8 + x}} \quad s(x) = \frac{18.\sqrt{5 - x}}{(x^2 - 25).(x^2 - 169).(x + 18)}$$

$$u(x) = \frac{5x + 1}{(x^2 + 6x + 9).(12 - x)^2} \quad V(x) = \frac{\sqrt{6 + 2x}}{3x^5.(x^2 - 9).(25 - x^2).(15 - x)}$$

$$w(x) = \frac{x^5 + 12x^2 + 1}{(36 - x^2).(x - 8).\sqrt{2 + x}} \quad q(x) = \frac{\sqrt{10 - x}}{(9 - x^2).x^{15}.(1 - x)}$$

6) a) Definir formalmente función, función inyectiva, función suryectiva.

b) Ejemplificar mediante diagramas de flechas: una función que sea suryectiva y no inyectiva, una función inyectiva y no suryectiva, una función biyectiva y una relación binaria que no sea función.

7) Probar que la función  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  dada por  $f(x) = 15x - 8$  es inyectiva.

8) Estudiar si las siguientes funciones son o no inyectivas, justificar la respuesta en cada caso

a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 12x + 5$ .

b)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 9x^{180} - 15x^4 + 13$

c)  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ , con  $D \subset \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = \frac{17x^{524} - x^4 + 44x^{90} + 1}{96x^{24} - 5x^{36} + 108}$