MATEMÁTICA 1

Práctica adicional N°3 – ALGEBRAS DE BOOLE

1)Sea D_n el conjunto de los divisores positivos de n con las operaciones mcm y mcd.

a) Decidir si D_{105} y D_{360} son o no Algebras de Boole, justificando sus respuestas. En caso afirmativo construir el correspondiente diagrama de Hasse, indicar los átomos y cómo se obtiene el complemento de cualquier elemento.

b) Decidir si D_{119} es o no un algebra de Boole justificando su respuesta. En caso de que lo sea, hacer el diagrama de Hasse que la representa.

c) Decidir si D_{40} es o no un algebra de Boole justificando su respuesta.

2) a) Sea $A = \{x, y, z\}$. Hacer el diagrama de Hasse del Algebra de Boole del conjunto P(A), conjunto de partes de A, definiendo los elementos 0 y 1 del algebra y las operaciones infimo, supremo y complemento.

b) Resolver las siguientes operaciones:

i) $\{x\} \vee \{y\} =$

ii) $\{x, z\} \wedge \{z\} =$

iii) $\{y, z\} \wedge \{y\} =$

iv) $\{x, y\}' =$

3) Sean x e y elementos de un Algebra de Boole B, simplificar las siguientes expresiones:

a) $[(x \vee y)'] \wedge x$

b) $[(x' \vee y') \vee (x \vee y')]'$

c) $[(x \wedge y) \vee x']'$

4) a) Encontrar un conjunto U tal que el algebra de partes P(U) sea isomorfa a D_{39}. Hacer ambos diagramas de Hasse, indicar elemento a elemento la función que establece el isomorfismo.

b) Sean B_1 y B_2, álgebras de Boole, 0_1 y 0_2 sus primeros elementos respectivamente. Sea $f: B_1 \rightarrow B_2$ un isomorfismo entre ellas. Demostrar que $f(0_1) = 0_2$.