

MATEMÁTICA 1

Práctica adicional N°6 – MATRICES, SISTEMAS Y DETERMINANTES

1) Dadas las matrices $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 4 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ y $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$

a) Calcular a y b tales que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{M}$

b) Decidir si \mathbf{M} tiene o no inversa, justificando la respuesta

2) a) Encontrar los números a, b tales que $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{D}$, siendo:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -4 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

b) Hallar (si existe) \mathbf{D}^{-1} .

3) a) ¿Qué propiedad del producto de los números reales no se cumple en las matrices?

b) Si \mathbf{A} y \mathbf{B} son dos matrices cuadradas de la misma dimensión, se cumple $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$? ¿Puede dar un ejemplo de lo que afirma?

4) Hallar la matriz inversa de: $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -4 \\ 3 & 7 & -3 \end{pmatrix}$

5) Calcular el rango de la siguiente matriz: $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 6 \\ -1 & -2 & 0 & -3 \\ 3 & 5 & 1 & 9 \end{pmatrix}$

6) Dado el sistema lineal
$$\begin{cases} x + y + 2z + 3t = -1 \\ -x - 2y - 3z - 4t = 0 \\ 2x + 3y + 5z + 7t = 1 \\ 2x + 2y + 4z + 6t = 2 \end{cases}$$
 indicar si tiene solución y calcularla si es posible.

7) Hallar para qué valores de a el siguiente sistema es compatible determinado y calcular su solución para esos valores

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y + z = 7 \\ -x + y + z = 3 \\ 2x + ay - 4z = a \end{cases}$$

- 8) Determinar los valores reales de a, para que el sistema tenga: solución única, infinitas soluciones y ninguna. Resolverlo en los casos en que sea posible

$$\begin{cases} x + ay + 3z = 2 \\ x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + az = 3 \end{cases}$$

- 9) Encontrar el valor de u para que el siguiente sistema sea compatible. Resolverlo y expresar su solución:

$$\begin{cases} x - y - 5z = 4 \\ -x + y + 3z = 0 \\ 2x - 2y - 12z = u \end{cases}$$

- 10) Hallar el valor de x:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} a & b & c \\ a & x & c \\ a & b & x \end{vmatrix} = 0$$

- 11) Para qué valores de x la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & x & x \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ no admite inversa?

- 12) a) Sean A, B, C matrices nxn. Calcular $\det(A \cdot B \cdot C)$ sabiendo que $\det(A^t) = 5$, $\det(B^3) = 27$ y $\det(C^{-1}) = 8$. Indicar las propiedades usadas.

- 13) b) Decidir si el siguiente enunciado es verdadero o falso justificando su respuesta: " Si D y E son matrices nxn tales que $\det(D \cdot E) = 0$ entonces ni D ni E tienen inversa".

- 14) a) Sean A, B, C matrices nxn. Calcular $\det(A \cdot B \cdot C)$ sabiendo que $\det(A^2) = 64$, $\det(B^t) = \frac{3}{5}$ y $\det(C^{-1}) = 9$. Indicar las propiedades usadas.

- 15) b) Decidir si el siguiente enunciado es verdadero o falso justificando su respuesta: " Si D y E son matrices nxn tales que $\det(D \cdot E) \neq 0$ entonces ambas matrices D y E tienen inversa".