

22. Llevar la ecuación $6x^2 + 6y^2 - 12x + 12y - 6 = 0$ a la forma estándar e indicar sus elementos. Graficar.

1. Recordemos que la forma de la ec. estándar es:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

2. En la ec. dada vemos que tanto x^2 como y^2 están multiplicadas por 6, por lo tanto vamos a dividir toda la ec. por 6:

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$$

3. Si desarrollamos los cuadrado de la forma estándar y comparamos con nuestra ecuación

$$x^2 - 2x\alpha + \alpha^2 + y^2 - 2y\beta + \beta^2 = r^2 \quad \leftarrow \text{Forma estándar}$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 2y = 1 \quad \leftarrow \text{Nuestra ec. re ordenada}$$

vemos que a nuestra ec. le falta α^2 y β^2 , por lo tanto tenemos que completar cuadrados para llevar nuestra ec. a la forma estándar.

comparando vemos que:

$$\begin{aligned} -2x\alpha = -2x &\rightarrow \alpha = 1 \rightarrow \alpha^2 = 1 \\ -2y\beta = 2y &\rightarrow \beta = -1 \rightarrow \beta^2 = 1 \end{aligned}$$

4. Ahora si, completando cuadrados:

$$x^2 - 2x + \underline{1} + y^2 + 2y + \underline{1} = 1 + \underline{1} + \underline{1} \rightarrow$$

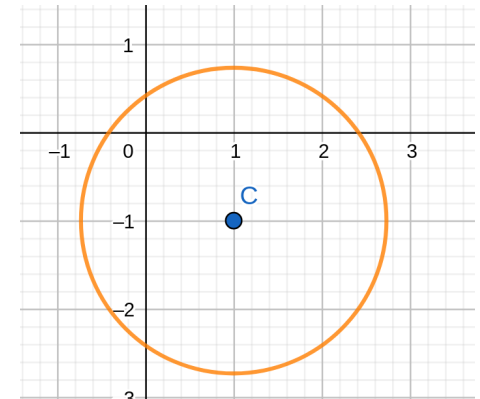
Recordemos que hay que sumar α^2 y β^2 a ambos lados para mantener la igualdad

5. Agrupando:

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 3 \rightarrow \text{Llegamos a la forma estándar!}$$



6. Elementos: De la ec. anterior podemos ver que esta circunferencia está centrada en (1,-1) y tiene radio $\sqrt{3}$



7. Graficar:

$$C(1, -1)$$

$$r = \sqrt{3} \sim 1.73$$