

## Lógica y compuertas (Parte 2): Circuitos Combinacionales y Secuenciales

Objetivos de la práctica: que el alumno domine

- Circuitos lógicos y diagramas de compuertas
- Introducción a equivalencias lógicas
- método de sumas de productos.
- Describir el funcionamiento de los distintos tipos de flip flops.
- Comprender el funcionamiento de un circuito secuencial.

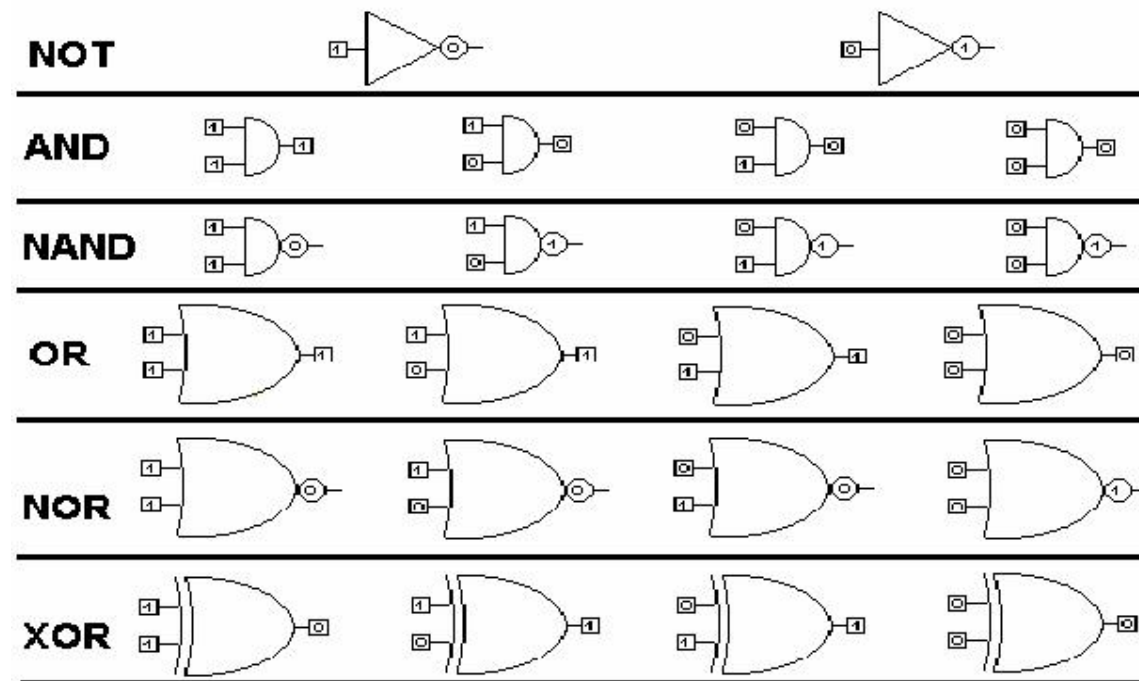
Bibliografía:

- “Principios de Arquitectura de Computadoras” de Miles J. Murdocca, apéndice A, pág. 441.
- Apunte 3 de la cátedra, “Sistemas de Numeración: Operaciones Lógicas”.
- Apunte 5 de la cátedra, “Circuitos Lógicos Secuenciales”.

Tener en cuenta para resolución de ejercicios 1 al 5:

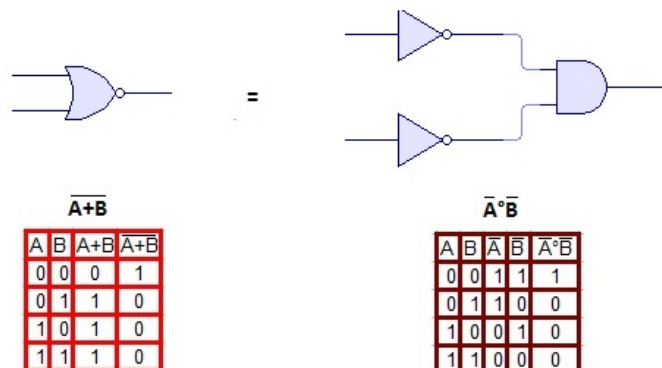
**Tablas de Verdad:** Una tabla de verdad muestra el resultado de una proposición compuesta para cada combinación de valores de verdad que se le puedan asignar a sus componentes de entrada.

Tengamos en cuenta las respuestas de los distintos conectivos lógicos/Compuertas:



**Equivalencias lógicas mediante tablas de verdad:** Es posible demostrar que dos circuitos son equivalentes si ante iguales entradas responden con el mismo valor de salida. Para llevar a cabo esta demostración, alcanza con construir la tabla de verdad de ambos circuitos y validar que las respuestas coinciden para iguales entradas.

Ejemplo: (La conocida Ley de De Morgan, donde se puede verificar que ante iguales combinaciones de valores de entrada para A y B, la respuesta del circuito es igual en ambos casos)



# Organización de Computadoras 2021

## Otras equivalencias lógicas:

Conjunto cerrado de operaciones lógicas usando sólo compuertas Nand o Nor:

Es posible (su justificación excede el objetivo de este curso) reescribir cualquier expresión lógica compuesta, como una expresión equivalente utilizando EXCLUSIVAMENTE compuertas Nand o Nor. Esto favorece el diseño de circuitos al resolver cualquier lógica con un único tipo de compuertas.

Equivalencias lógicas para representar cualquier conectivo lógico como compuertas Nand:

- $\overline{A} \cong \overline{A + A} \cong \overline{A.A}$  (Aplico 2 equivalencias lógicas, la última es la ley de De Morgan).
- $A + B \cong \overline{\overline{A + B}} \cong \overline{\overline{A}.B} \cong \overline{(\overline{A.A})(\overline{B.B})}$  (doble negación, De Morgan, equivalencia anterior para la negación).
- $A.B \cong \overline{\overline{A.B}} \cong \overline{(\overline{A.B})(\overline{A.B})}$  (doble negación, 1er equivalencia para la negación).
- $A \otimes B \cong (\overline{A.B}) + (\overline{A.B})$ ..... (definición del or exclusivo, resta aplicar las equivalencias previas para producto, suma y negación para llegar a utilizar sólo compuertas Nand).

El resto de las compuertas pueden reescribirse sólo con compuertas Nand basándose en las equivalencias previas.

1. Demostrar mediante tabla de verdad si se cumplen o no las siguientes equivalencias:

→ INCISOS d), e) y f) A RESOLVER

a)  $\overline{(A.B)} = \overline{A} + \overline{B}$  (La segunda ley de De Morgan)

A	B	$\overline{(A.B)}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} + \overline{B}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0

SON EQUIVALENTES

b)  $A + B.C = (A + B) + (A + C)$

A	B	C	B.C	A + (B.C)	A + B	A + C	(A + B) + (A + C)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

NO SON EQUIVALENTES

# Organización de Computadoras 2021

c)  $(A + B) \cdot C = (A \cdot B) + (A \cdot C)$

A	B	C	A + B	(A + B) · C	A · B	A · C	(A · B) + (A · C)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

**NO SON EQUIVALENTES**

d)  $A + A + B = A + B + B$

e)  $A + B \cdot C = A \cdot C + B$

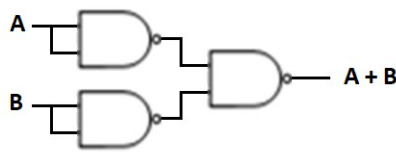
f)  $A \oplus B = \overline{A} \oplus \overline{B}$

2. Modifique los siguientes circuitos para que sean todas compuertas **NAND**.

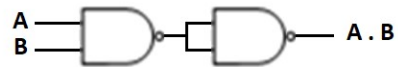
NOT:  $\bar{A} = \overline{A \cdot A}$



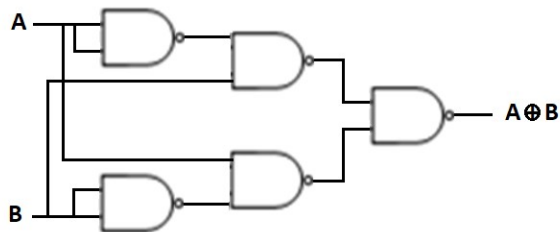
OR:  $A + B = \overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$



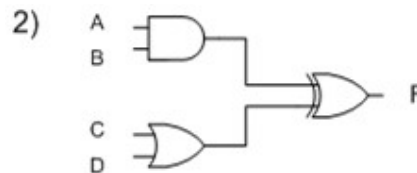
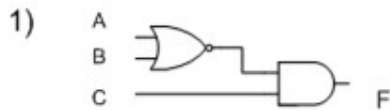
AND:  $A \cdot B = \overline{\overline{A \cdot B}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$



XOR:  $A \oplus B = (\bar{A} \cdot B) + (A \cdot \bar{B})$

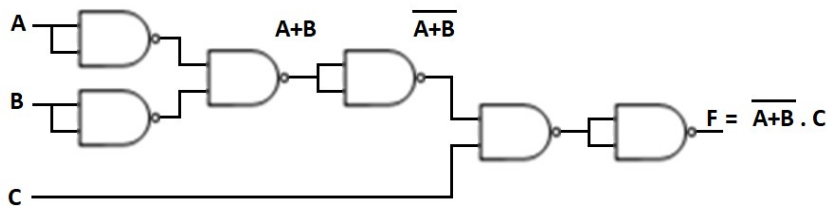


Nota: para lograr este circuito primero se reemplaza con los circuitos con compuertas NAND que corresponden a cada operacion y luego se cancelan las negaciones consecutivas.

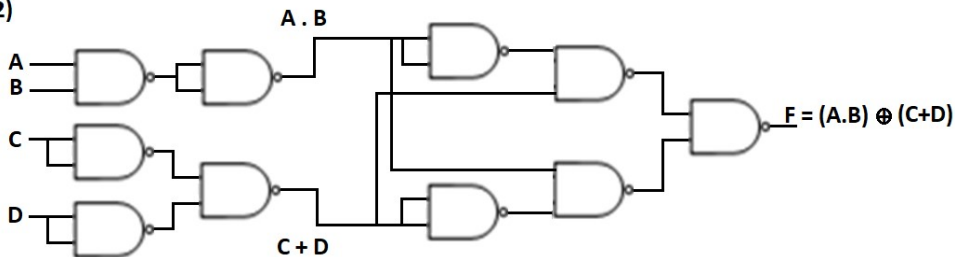


# Organización de Computadoras 2021

1)



2)

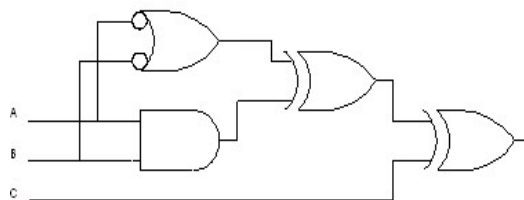


3. Reescriba las compuertas lógicas Not, Or, And y Xor utilizando exclusivamente compuertas **NOR**. (Ver como se resolvió el mismo caso para compuertas Nand, en *Tener en . . .*).

→ EJERCICIO A RESOLVER

4. Construya la tabla de verdad del siguiente circuito. Analice los valores y basándose en sus conclusiones construya un diagrama más simple que implemente la misma función de salida. Escriba además la ecuación de salida en forma de función.

→ EJERCICIO A RESOLVER



5. Dadas las siguientes relaciones, dibuje los diagramas de compuertas que cumplen con ellas. Modifíquelos utilizando sólo compuertas **NOR**. Modifíquelos utilizando sólo compuertas **NAND**.

→ INCISOS c) y d) A RESOLVER

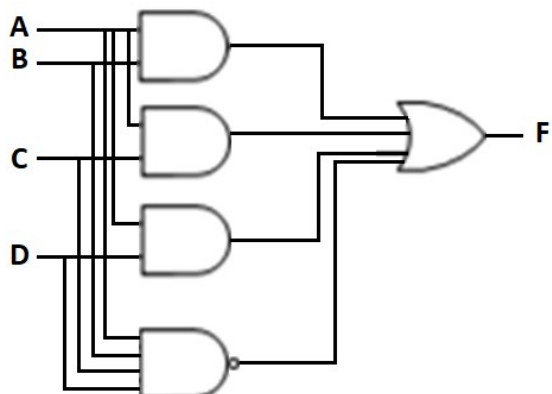
a)  $F = AB + AC + AD + \overline{ABCD}$

b)  $F = \overline{A + B + C + D}$

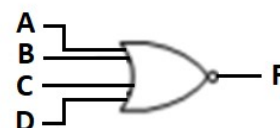
c)  $F = \overline{A + B\overline{C} + C}$

d)  $F = \overline{AB} + \overline{AB}$

a)



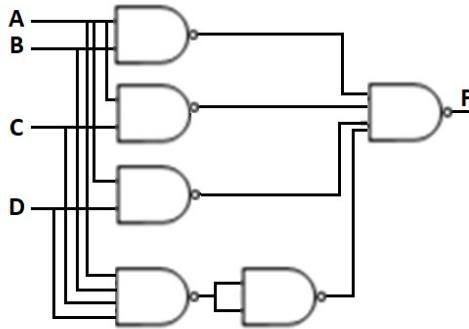
b)



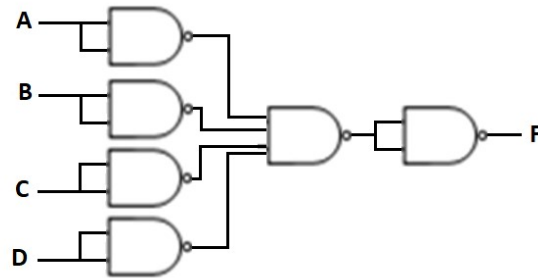
# Organización de Computadoras 2021

NAND:

a)



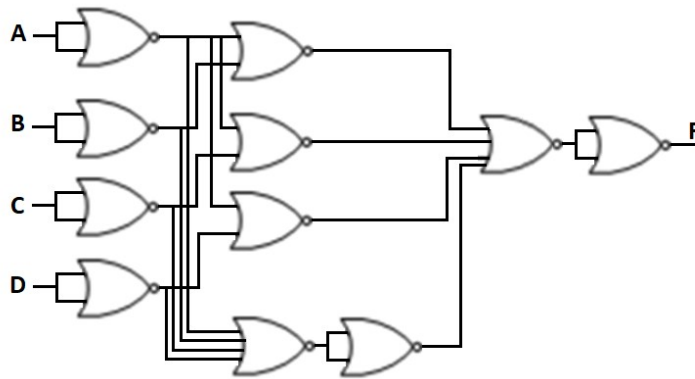
b)



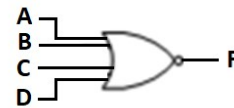
*Nota: se cancelaron negaciones consecutivas*

NOR:

a)



b)



*Nota: queda igual al original*

Tener en cuenta para ejercicios 6 al 8:

**Suma de Productos:** Es posible inferir la fórmula lógica asociada a una función desconocida de la cual sólo se conoce la respuesta ante todas las combinaciones posibles de entradas....

Ejemplo: Supongamos una función que recibe 2 parámetros A y B, si conocemos la respuesta F de la ecuación en base a los posibles valores de A y B mediante la siguiente tabla de verdad:

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

¿En qué casos la salida F será 1? **Rta:** Cuando las entradas sean A=0 y B=0, o A=0 y B=1, o A=1 y B=1.

Dicho de otra manera, podemos interpretar como respuesta válida que F será 1 cuando no ocurra A y no ocurra B, o no ocurra A y sí ocurra B, o cuando ocurran A y B.

Esto que es tan simple de entender en lenguaje cotidiano, se traslada con el mismo concepto a la idea de suma de productos, considerando que estamos haciendo una Disyunción/Suma (con la simbología que deseemos: O, Or,  $\vee$ , +) de Conjunciones/Productos (simbología: y, And,  $\wedge$ ,  $\cdot$ ). En conclusión podemos inferir de la anterior tabla de verdad lo siguiente:

$F = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + A \cdot B$  (Por convención y de manera análoga a las operaciones aritméticas conocidas entendemos que ante la ausencia de paréntesis se calculan primero los productos y luego las sumas con los resultados intermedios de cada producto).

Para validar la veracidad de lo expuesto, se debe armar la tabla de verdad de la proposición compuesta y comprobar que coinciden las salidas para todas las combinaciones posibles de la tabla original.

Imaginemos ahora una función que recibe 4 variables A,B,C,D que representan los 4 dígitos de un número binario (Siendo D el menos significativo hasta A como más significativo)...Respondamos ahora la siguiente pregunta:

¿Cuándo viene representado el número 5? (Sabemos que el 5 se representa en binario como 0101)

## Organización de Computadoras 2021

Rta: cuando viene A=0 y B=1 y C=0 y D=1. O dicho de otra manera, cuando NO ocurra A y SI ocurra B y NO ocurra C y SI ocurra D.

Conclusión: Se puede representar una ecuación que retorne 1 cuando en las cuatro entradas reciba el número 5, de la siguiente manera:  $F_5 = \overline{A}.B.\overline{C}.D$  (Notar que la salida  $F_5$  tomará valor 1 exclusivamente cuando las entradas ABCD sean 0101)

Ahora estamos preparados para determinar una ecuación que, por ejemplo, retorne 1 cuando el número representado en las cuatro entradas sea 5 o 7 o 9 (es decir 0101 o 0111 o 1001)

$$F = \overline{A}.B.\overline{C}.D + \overline{A}.B.C.D + A.\overline{B}.\overline{C}.D \quad (\text{Notar que la salida } F \text{ tomará el valor 1 exclusivamente cuando las entradas sean alguna de las 3 definidas, en cualquier otra combinación de entrada, la ecuación retornará 0}).$$

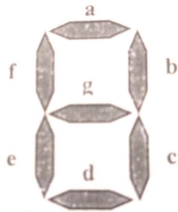
6. Para la siguiente tabla de verdad encuentre una fórmula lógica correspondiente (utilizando suma de productos).

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$$F = (\overline{A} . \overline{B} . C) + (\overline{A} . B . \overline{C}) + (A . \overline{B} . C)$$

7. Diseñe un circuito que tenga como entrada código BCD empaquetado (4 entradas) y 7 salidas para controlar los 7 segmentos de un display numérico, siendo la salida para los segmentos '0' para apagado y '1' para prendido. Construya la tabla de verdad y la ecuación de la salida correspondiente a los segmentos **a**, **b**, **c**, **d**, **e**, **f** y **g**.

→ COMPLETAR LA TABLA DE VERDAD Y EL RESTO DE LAS ECUACIONES

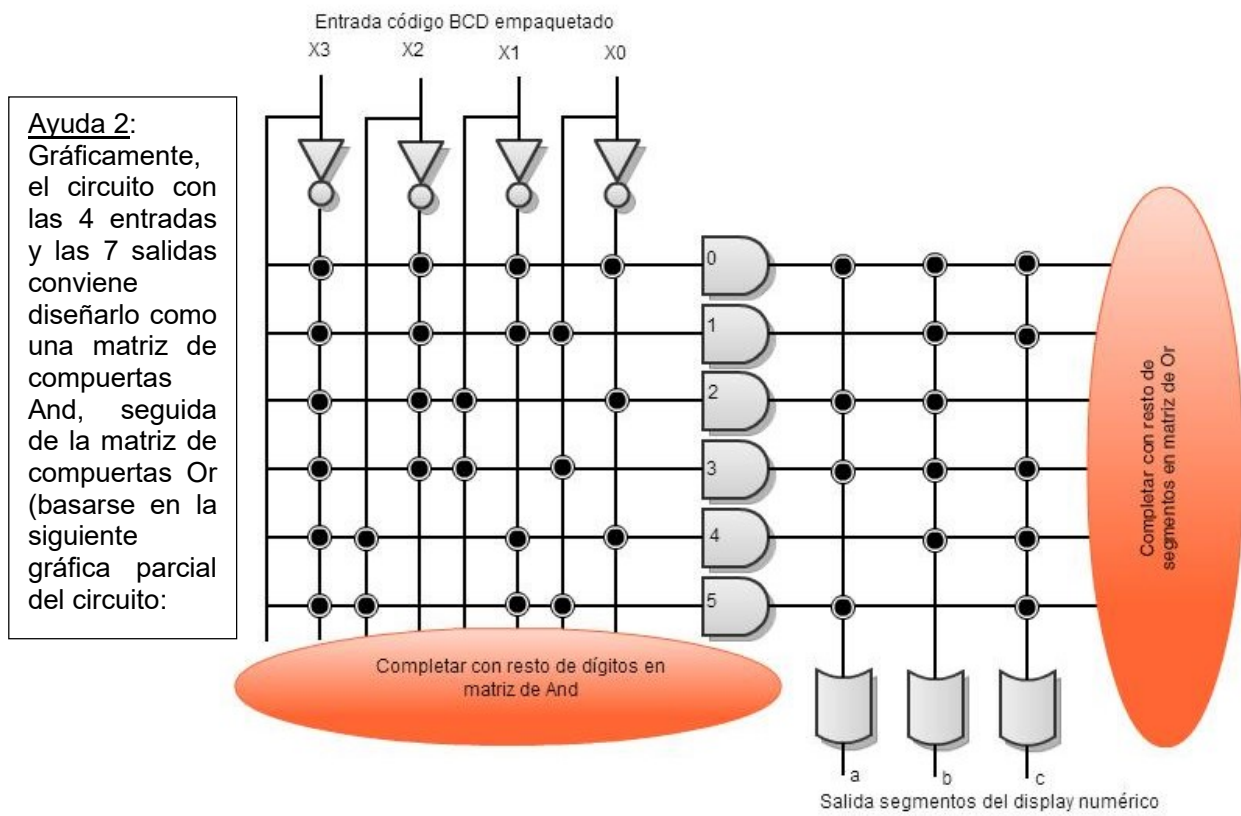


Ayuda 1: Cada segmento se considera como una salida distinta, y cada uno se debe activar (poner en 1) dependiendo del número recibido en las entradas que representan los 4 bits de un BCD empaquetado.

Ejemplo: El segmento **b** se debe activar cuando se recibe un 1 (0001), o un 2 (0010), o un 3 (0011), o un 4 (0100), o un 7 (0111), o un 8 (1000), o un 9 (1001). Se aplica la misma idea con el resto de las salidas.

	A	B	C	D	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	0	1	1					0		
4	0	1	0	0					0		
5	0	1	0	1					0		
6	0	1	1	0					1		
7	0	1	1	1					1		
8	1	0	0	0					1		
9	1	0	0	1					0		

$$e = \bar{A}.\bar{B}.C.D + \bar{A}.B.C.\bar{D} + \bar{A}.B.C.D + \bar{A}.B.C.D + \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D}$$



8. Un controlador de proceso industrial recibe como entrada tres señales de temperatura T1, T2, T3 ( $T1 < T2 < T3$ ) que adoptan el valor lógico '1' cuando la temperatura es mayor que t1, t2 y t3 respectivamente. Diseñar un circuito que genere una señal F cuando la temperatura esté comprendida entre t1 y t2 o cuando la temperatura sea mayor que t3.

→ EJERCICIO A RESOLVER

Tener en cuenta para ejercicios 9 al 13:

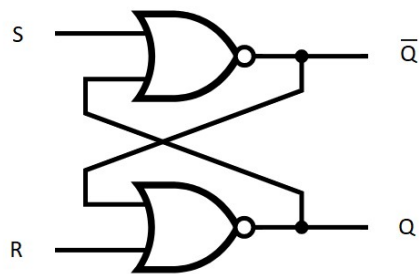
**Circuitos Secuenciales:** (repasar apuntes de la cátedra y teoría)

- Flip flop S-R asincrónico:
  - Problemas de sincronismo ante cambios de entrada durante el cálculo.
  - Reacción frente a doble entrada de 1's.
- Flip flop S-R sincrónico:
  - Resuelve problema de sincronismo, pero mantiene problema ante doble entrada de 1's.
- Flip flop D:
  - Pequeña variante del S-R que resuelve el problema de la doble entrada de 1's.
- Flip flop J-K:
  - Incorpora posibilidad de alterar el valor previo (complemento lógico).
- Flip flop T:
  - Pequeña variante del J-K, que sólo se dedica a invertir su valor ante cada orden del clock.

9. Dibuje el esquema de compuertas que componen un flip flop S-R. Describa a través de una tabla los estados en función de las entradas. Modifique el esquema anterior para hacerlo sincrónico. Describa gráficamente su respuesta temporal.

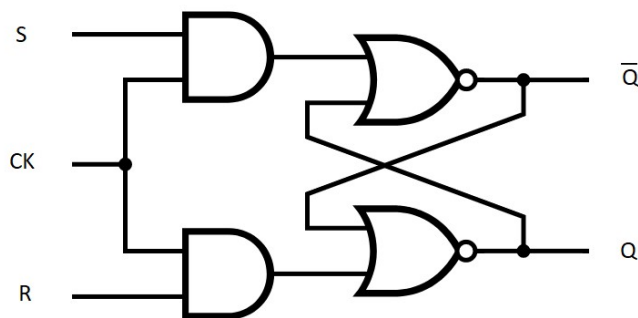


SR



S	R	$Q_{N+1}$
0	0	$Q_N$
0	1	0
1	0	1
1	1	PROHIBIDO

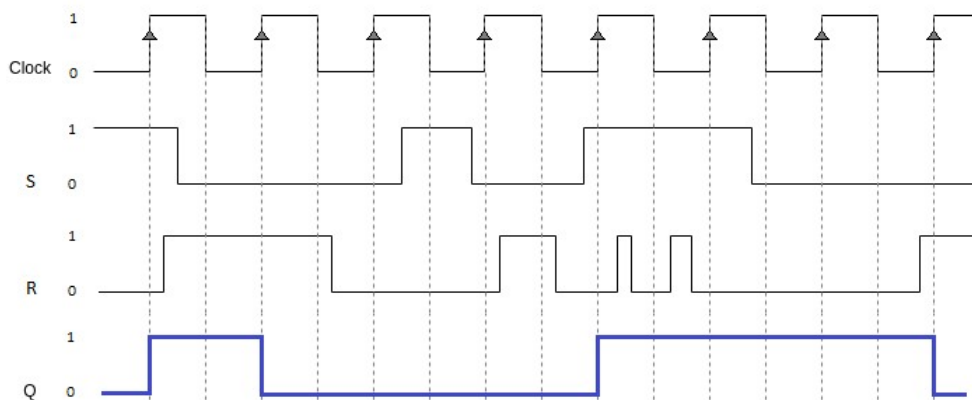
SR SINCRONICO:



Clock	S	R	$Q_{N+1}$
1↑	0	0	$Q_N$
1↑	0	1	0
1↑	1	0	1
1↑	1	1	PROHIBIDO
0	-	-	$Q_N$

SR SINCRONICO: RESPUESTA TEMPORAL.

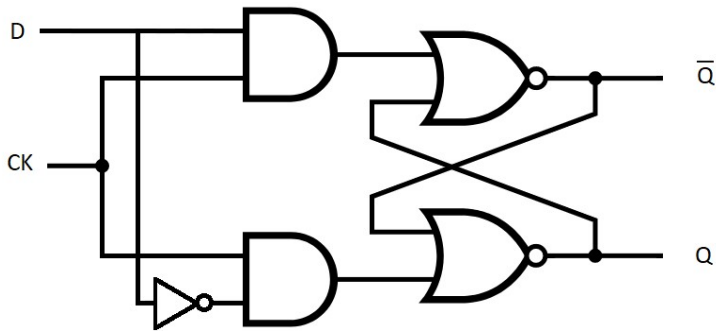
ACTIVADO POR FLANCO ASCENDENTE (CLOCK ↑)



10. Dibuje el esquema de un flip flop D. Detalle en su respuesta temporal como resuelve el problema de la doble entrada de 1's que se presentaba en el S-R.

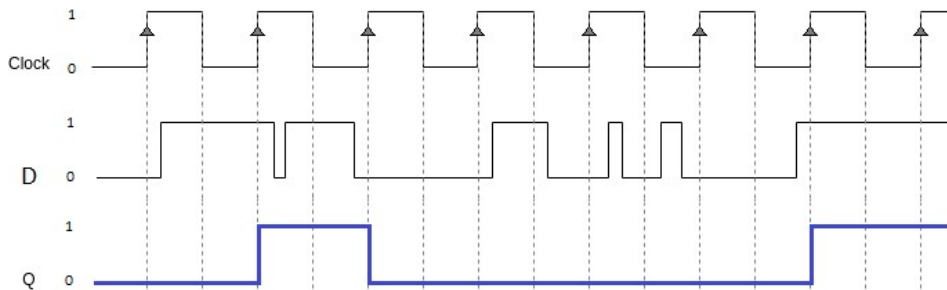


## Organización de Computadoras 2021

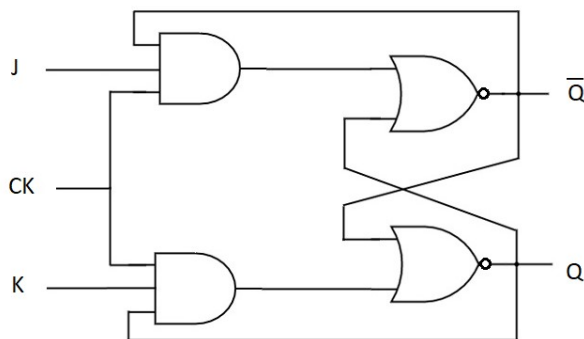


Clock	D	$Q_{N+1}$
1↑	0	0
1↑	1	1
0	-	$Q_N$

RESPUESTA TEMPORAL. ACTIVADO POR FLANCO ASCENDENTE (CLOCK ↑ )

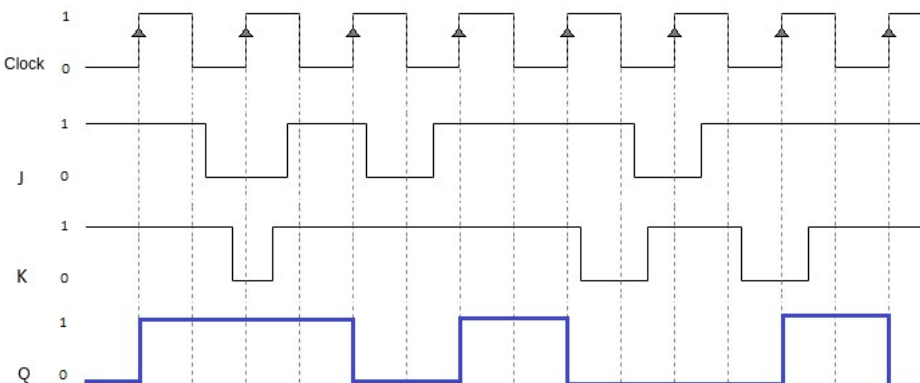


11. Dibuje el esquema de un flip flop J-K, describiendo su respuesta temporal.

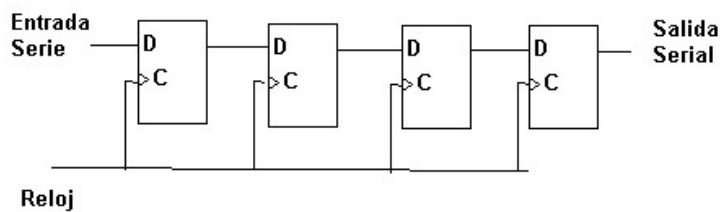


Clock	J	K	$Q_{N+1}$
1↑	0	0	$Q_N$
1↑	0	1	0
1↑	1	0	1
1↑	1	1	$\overline{Q_N}$
0	-	-	$Q_N$

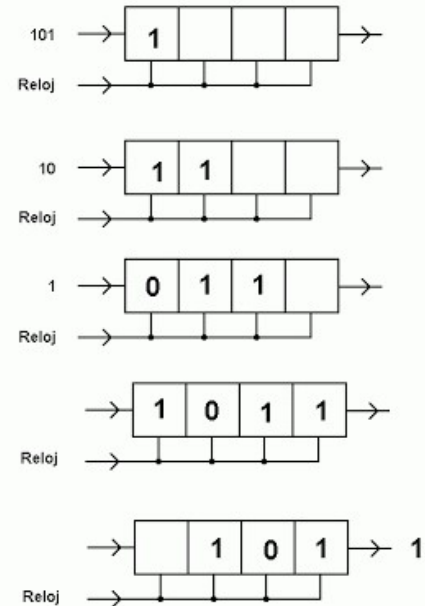
RESPUESTA TEMPORAL. ACTIVADO POR FLANCO ASCENDENTE (CLOCK ↑ )



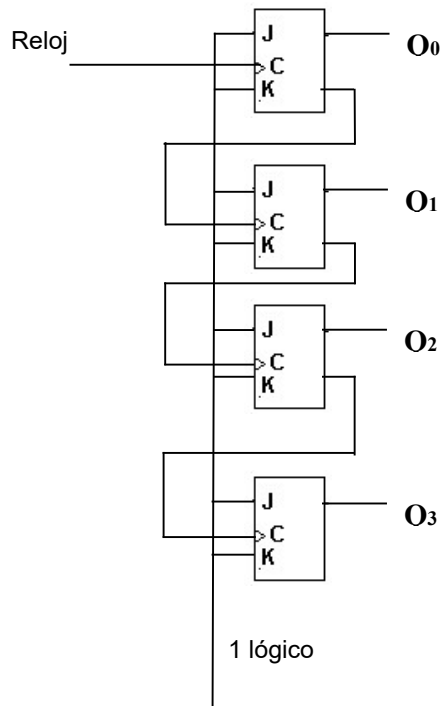
12. Dibuje el diagrama de tiempos del registro de la figura, implementado con flip flops D. Modifíquelo para desplazamiento izquierda derecha y derecha izquierda. → EJERCICIO A RESOLVER



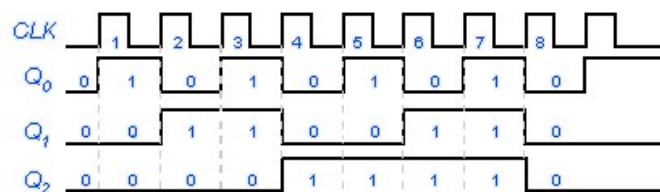
Ayuda: Ejemplo de respuesta temporal para interpretar como responde el registro previo ante la entrada serial del número binario 1011:



13. Describa gráficamente la respuesta temporal de cada flip flop ante una señal de unos y ceros entrando por Reloj. → EJERCICIO A RESOLVER



Ayuda: El diagrama correspondiente considerando sólo los primeros 3 flip-Flops es el siguiente:



Se observa como la respuesta de cada flip-flop emite una onda a la mitad de frecuencia que su clock de entrada.