Theoretische Informatik 1
Übung Blatt 8

Aufgabe 8.1

a)

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9
q_o	■	X_0	X_2	X_1	X_0	X_0	X_1	X_2	X_0	X_2
q_1	■	■	X_0	X_0			X_0	X_0		X_0
q_2	■	■	■	X_1	X_0	X_0	X_1	X_2	X_0	X_2
q_3	■	■	■	■	X_0	X_0	X_1	X_1	X_0	X_1
q_4	■	■	■	■	■		X_0	X_0	X_1	X_0
q_5	■	■	■	■	■	■	X_0	X_0		X_0
q_6	■	■	■	■	■	■	■	X_1	X_0	X_1
q_7	■	■	■	■	■	■	■	■	X_0	X_1
q_8	■	■	■	■	■	■	■	■	■	X_0
q_9	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

Tupel:
A2 $= (\{q_0, q_2, q_3, q_6, q_7, q_9, q_{1458}\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_{1458}\})$

Aufgabe 8.2

b)
i)
$L_{01} = \{0^n 1^n | n \in \mathbb{N}\}$ ist nicht regulär (Beweis Vorlesung slide2.5 Folie 24)
$L_1 := \{w_1 w_2 | (\exists n \in \mathbb{N}. w_1 = 0^n) \wedge (\exists n \in \mathbb{N}. w_2 = 1^n)\}$
Es gilt $L_1 \cap L(0^* \circ 1^*) = L_{01} \notin L_3, also\ L_1 \ \notin \ L_3$

ii)
$L_2 := \{(0^k 2^l 1^m | k, l, m \in \mathbb{N} \wedge l < 5 \wedge m = 3k + 1)\}$
$h : \{0, 1, 2\}^* \to \{0, 1\}^*$
$h(0) \to 0,\ h(1) \to 1,\ h(2) \to \epsilon$

$$\begin{aligned} h(L_2) &= h(L(0^k 2^l 1^m)) \\ &= h(L(0^k) \circ L(2^l) \circ L(1^m)) \\ &= h(\{0^k\}) \circ h(\{2^l\}) \circ h(\{1^m\}) \\ &= h(\{0\}^k) \circ h(\{2\}^l) \circ h(\{1\}^m) \\ &= h(\{0\})^k \circ h(\{2\})^l \circ h(\{1\})^m \\ &= \{0\}^k \circ \{1\}^m \\ &= \{0^k 1^m | k, m \in \mathbb{N} \wedge m = 3k + 1)\} \end{aligned}$$

Beweis mit Pumping-Lemma:
Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig.

Unser Wort sei $0^n 1^{(3n+1)}$.
Dann ist $x = 0^i, y = 0^j$ *und* $z = 0^{(n-i-j)} 1^{(3n+1)}$.
Nehmen wir y^k und k=0.
Dann ist das Wort nicht in der Sprache, denn:
$(w = 0^{(n-j)} 1^{(3n+1)} \notin L_2)$.

c)
Sei $L_i = \{0^i 1^i\}$, somit besteht die Sprache L_i aus dem Wort 0..0 1..1 (also i-mal 0, dann i-mal 1).
Nun sei die Vereinigung aller Sprachen mit $i \in \mathbb{N}$ die Sprache L_{01} (also die Sprache $0^n 1^n$). Welche bekannterweise nicht regulär ist.

Aufgabe 8.3

$L := \{ww^R\}$ ist regulär, g.d.w. Σ^*/L endlich ist
bzw. $L := \{ww^R\}$ ist nicht regulär, g.d.w. $\Sigma^*/L = \infty$

Äquivalenzklassen

$$\begin{aligned}
[\epsilon]_L &= \{u \in \{a,b\}^* | u \sim_L \epsilon\} = \{\epsilon\} \\
[a]_L &= \{u | \forall w.uw \in L \Leftrightarrow aw \in L\} \\
&= \{u | \forall w.uw \in L \Leftrightarrow \exists v \in L.w = va\} = \{a\} \\
[b]_L &= \{u | \forall w.uw \in L \Leftrightarrow bw \in L\} \\
&= \{u | \forall w.uw \in L \Leftrightarrow \exists v \in L.w = vb\} = \{b\} \\
[aa]_L &= ... = \{u | \forall w.uw \in L \Leftrightarrow \exists v \in L.w = vaa\} = \{aa\} \\
[ab]_L &= ... = \{u | \forall w.uw \in L \forall \exists v \in L.w = vba\} = \{ab\} \\
&. \\
&. \\
&.
\end{aligned}$$

Es gibt unendlich viele Klassen in $\{a,b\}^*/L$.
Somit ist die Sprache nicht regulär.