Theoretische Informatik 1
Übung Blatt 4

Aufgabe 4.1

a)
$(q_0, baaababaab) \vdash (q_2, aaababaab) \vdash (q_0, aababaab) \vdash (q_1, ababaab) \vdash (q_2, babaab) \vdash (q_1, abaab) \vdash (q_2, baab) \vdash (q_1, aab) \vdash (q_2, ab) \vdash (q_0, b) \vdash (q_2, \epsilon)$

b)
(1) $(q_0, wv) \vdash^* (q_0, v) \Leftrightarrow (|w|_a - |w|_b)\ mod\ 3 = 0$
(2) $(q_0, wv) \vdash^* (q_1, v) \Leftrightarrow (|w|_a - |w|_b)\ mod\ 3 = 1$
(3) $(q_0, wv) \vdash^* (q_2, v) \Leftrightarrow (|w|_a - |w|_b)\ mod\ 3 = 2$

IA) $w = \epsilon$
(1) $(q_0, \epsilon v) \vdash^* (q_0, v) \Leftrightarrow (0-0) mod 3 = 0$ (ist wahr)
(2) $\underbrace{(q_0, \epsilon v) \vdash^* (q_1, v)}_{falsch} \Leftrightarrow \underbrace{(0-0)\ mod\ 3 = 0}_{falsch}$ (Äquivalenz ist wahr)
(3) $\underbrace{(q_0, \epsilon v) \vdash^* (q_2, v)}_{falsch} \Leftrightarrow \underbrace{(0-0)\ mod\ 3 = 0}_{falsch}$ (Äquivalenz ist wahr)

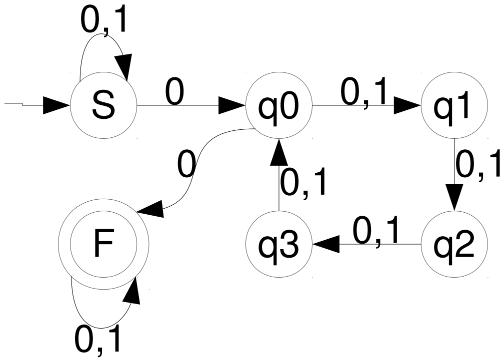
IS:
IVor.: (1),(2),(3) gelten für w'.
IBeh.: (1),(2),(3) gelten für w mit $w = w'x \wedge x \in \{a, b\}$.
IBew.:

$$\begin{aligned}
(1)(q_0, wv) \vdash^* (q_0, v) \quad &\Leftrightarrow (q_0, w'xv) \vdash^* (q_0, v) &&\Leftrightarrow (q_0, w'v) \vdash^* (q_1, v) \wedge x = b \\
&&&\quad \vee (q_0, w'v) \vdash^* (q_2, v) \wedge x = a \\
&&&\Leftrightarrow (|w'|_a - |w'|_b)\ mod\ 3 = 1 \wedge x = b \\
&&&\quad \vee (|w'|_a - |w'|_b)\ mod\ 3 = 2 \wedge x = a \\
&&&\Leftrightarrow (|w|_a - |w|_b)\ mod\ 3 = 0 \\
(2)(q_0, wv) \vdash (q_1, wv) \quad &\Leftrightarrow (q_0, w'xv) \vdash^* (q_1, v) &&\Leftrightarrow (q_0, w'v) \vdash^* (q_2, v) \wedge x = b \\
&&&\quad \vee (q_0, w'v) \vdash^* (q_0, v) \wedge x = a \\
&&&\Leftrightarrow (|w'|_a - |w'|_b)\ mod\ 3 = 2 \wedge x = b \\
&&&\quad \vee (|w'|_a - |w'|_b)\ mod\ 3 = 0 \wedge x = a \\
&&&\Leftrightarrow (|w|_a - |w|_b)\ mod\ 3 = 1 \\
(3)(q_0, wv) \vdash (q_2, wv) \quad &\Leftrightarrow (q_0, w'xv) \vdash^* (q_2, v) &&\Leftrightarrow (q_0, w'v) \vdash^* (q_0, v) \wedge x = b \\
&&&\quad \vee (q_0, w'v) \vdash^* (q_1, v) \wedge x = a \\
&&&\Leftrightarrow (|w'|_a - |w'|_b)\ mod\ 3 = 0 \wedge x = b \\
&&&\quad \vee (|w'|_a - |w'|_b)\ mod\ 3 = 1 \wedge x = a \\
&&&\Leftrightarrow (|w|_a - |w|_b)\ mod\ 3 = 2
\end{aligned}$$

q.e.d.

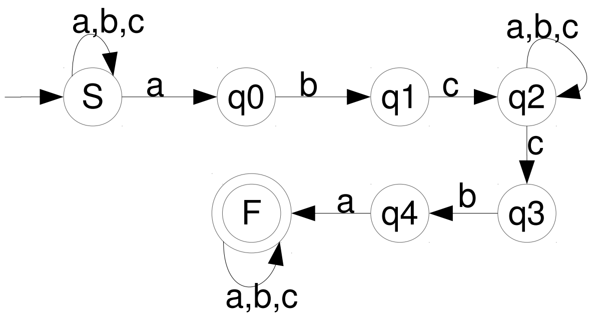
Aufgabe 4.2

a) $A(L_1) = (\{S, q_0, q_1, q_2, q_3, F\}, \{0, 1\}, \delta, \{F\})$
δ :



Zustand	:	Beschreibung
S	:	Startzustand mit beliebigem Wort durch Schleifenübergang
q_0	:	$\lvert u\rvert \bmod 4 = 0$
q_1	:	$\lvert u\rvert \bmod 4 = 1$
q_2	:	$\lvert u\rvert \bmod 4 = 2$
q_3	:	$\lvert u\rvert \bmod 4 = 3$
F	:	Endzustand

b) $A(L_2) = (\{S, q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, F\}, \{a, b, c\}, \delta, \{F\})$
δ :



Zustand	:	Beschreibung
S	:	Startzustand mit beliebigem Wort durch Schleifenübergang
q_0	:	Als Eingabe “a“ in S bekommen
q_1	:	Als Eingabe “b“ in q_0 bekommen
q_2	:	Als Eingabe “c“ in q_1 bekommen,und ist Zustand mit beliebigem Wort durch Schleifenübergang
q_3	:	Als Eingabe “c“ in q_2 bekommen
q_4	:	Als Eingabe “b“ in q_3 bekommen
F	:	Als Eingabe “a“ in q_4 bekommen, und beliebigem Wort durch Schleifenübergang, zudem Endzustand

Aufgabe 4.3

Gegeben sei der NEA $A = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$.
Nun erweitern wir die Menge Q um einen neuen Zustand q_F. $Q \cup \{q_F\}$.
Dann erweitern wir die Übergangsfunktion δ um einen ϵ-Übergang für jeden Endzustand zu dem Endzustand q_F, und definieren $F = \{q_F\}$.