

Theoretische Informatik 1

Übung Blatt 3

Aufgabe 3.1

a)

enthalten: 44, 2

nicht enthalten: 4 (q_b), ϵ (q_a)

b)

$L(A) = \{w \in \{2,4\}^* \mid w \text{ endet mit } 2 \text{ oder } 44\}$

formal:

$L(A) = \{w \in \{2,4\}^* \mid \exists v \in \{2,4\}^*. (w = v2 \vee w = v44)\}$

c)

$S_1 : \widehat{\delta}(q_a, w) = q_d \Leftrightarrow \exists u \in \{2,4\}^*. w = u2$

$S_2 : \widehat{\delta}(q_a, w) = q_c \Leftrightarrow \exists u \in \{2,4\}^*. w = u44$

$S_3 : \widehat{\delta}(q_a, w) = q_b \Leftrightarrow \exists u \in \{2,4\}^*. w = u4 \wedge \forall u' \in \{2,4\}^*. w \neq u'44$

$S_4 : \widehat{\delta}(q_a, w) = q_a \Leftrightarrow w = \epsilon$

IA) $w = \epsilon$

Nach einsetzen von ϵ ergeben sich folgende Äquivalenzen:

$S_1 : falsch \Leftrightarrow falsch$

$S_2 : falsch \Leftrightarrow falsch$

$S_3 : falsch \Leftrightarrow falsch$

$S_4 : wahr \Leftrightarrow wahr$

IS:

IV) $S_1(w') - S_4(w')$ gilt für ein beliebiges $w' \in \Sigma^*$

IBeh.) $\forall a \in \Sigma. S_1(w') - S_4(w') \quad w = w'a$

IBew.)

$$S_1 : \widehat{\delta}(q_a, w) = q_d \Leftrightarrow \exists u \in \{2, 4\}^*. w = u2$$

$$\widehat{\delta}(q_a, w) = q_d \Leftrightarrow (a = 2) \Leftrightarrow \exists u \in \{2, 4\}^*. w = u2$$

$$S_2 : \widehat{\delta}(q_a, w) = q_c \Leftrightarrow \left(\widehat{\delta}(q_a, w') = q_b \vee \widehat{\delta}(q_a, w') = q_c \right) \wedge a = 4$$

$$\Leftrightarrow \exists u \in \{2, 4\}^*. (w' = u44 \vee w' = u4 \wedge \forall u' \in \{2, 4\}. w' \neq u'44) \wedge a = 4$$

$$\Leftrightarrow \exists u \in \{2, 4\}^*. w = u44$$

$$S_3 : \widehat{\delta}(q_a, w) = q_b \Leftrightarrow \left(\widehat{\delta}(q_a, w') = q_a \vee \widehat{\delta}(q_a, w') = q_d \right) \wedge a = 4$$

$$\Leftrightarrow (w' = \epsilon \vee \exists u \in \{2, 4\}^*. w' = u2) \wedge a = 4$$

$$\Leftrightarrow \exists u \in \{2, 4\}^*. w = u4 \wedge \forall u \in \{2, 4\}^*. w \neq u44$$

$$S_4 : \widehat{\delta}(q_a, w) = q_a \Leftrightarrow w = \epsilon$$

$$w = w'a \Rightarrow w \neq \epsilon$$

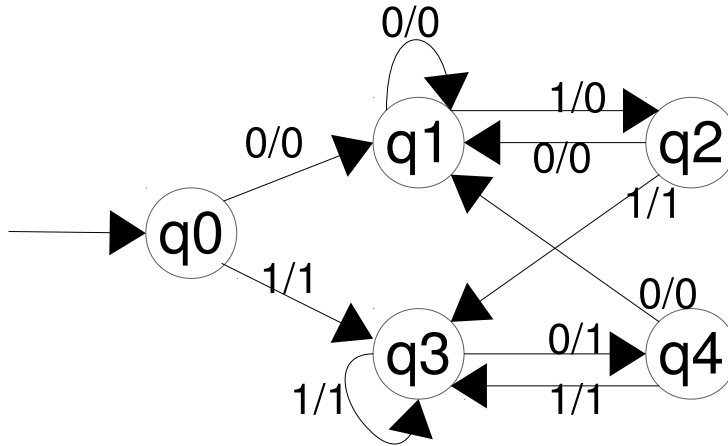
$$falsch \Leftrightarrow falsch$$

q.e.d.

Aufgabe 3.2

$M = \{\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, \{0, 1\}, \delta, \lambda, q_0\}$

δ/λ :



Erläuterung:

- ”q0” ist der Startzustand.
- ”q1” ist der Zustand 0 Bits vom nächsten Farbwechsel (Farbe = 0)
- ”q3” ist der Zustand 0 Bits vom nächsten Farbwechsel (Farbe = 1)
- ”q2” ist der Zustand mit 1 Bit vom nächsten Farbwechsel,
 Nächstes Bit schickt in q_1 oder q_3 und wechselt
 (je nach dem welches Bit kam) die Farbe oder nicht.
- ”q4” ist der Zustand mit 1 Bit vom nächsten Farbwechsel,
 Nächstes Bit schickt in q_1 oder q_3 und wechselt
 (je nach dem welches Bit kam) die Farbe oder nicht.

Aufgabe 3.3

a)

$$\forall q \in Q, \forall x, y \in \Sigma^*. \hat{\delta}(q, xy) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y)$$

IA) $x = \epsilon$

$$\hat{\delta}(q, \epsilon y) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, \epsilon), y)$$

$$\hat{\delta}(q, y) = \hat{\delta}(q, y) \text{ (ist wahr)}$$

IS:

$$\text{IV)} \quad \hat{\delta}(q, x'y) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x'), y) \text{ gelte für ein beliebiges } x'$$

$$\text{IBeh.: } a \in \Sigma, x = ax'$$

$$\hat{\delta}(q, ax'y) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, ax'), y)$$

$$\text{IBew.: } \hat{\delta}(\delta(q, a), x'y) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\delta(q, a), x'), y)$$

$$\delta(q, a) = p$$

$$\hat{\delta}(p, x'y) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(p, x'), y)$$

IV anwenden:

$$\hat{\delta}(p, x'y) = \hat{\delta}(p, x'y)$$

$$\hat{\delta}(\delta(q, a), x'y) = \hat{\delta}(\delta(q, a), x'y)$$

$$\hat{\delta}(q, ax'y) = \hat{\delta}(q, ax'y)$$

q.e.d.

b)

$$\hat{\delta}(q, ax) = \hat{\delta}(\delta(q, a), x)$$

IA) $x = \epsilon$

$$\hat{\delta}(q, a\epsilon) = \hat{\delta}(\delta(q, a), \epsilon)$$

$$\hat{\delta}(q, a) = \hat{\delta}(q, a)$$

IS:

$$\text{IV)} \quad \widehat{\delta}(q, ax') = \widehat{\delta}(\delta(q, a), x')$$

$$\text{IBeh.} \quad b \in \Sigma, x = x'b$$

$$\widehat{\delta}(q, ax'b) = \widehat{\delta}(\delta(q, a), x'b)$$

$$\text{IBew.} \quad \delta(\widehat{\delta}(q, ax'), b) = \delta(\widehat{\delta}(\delta(q, a), x'), b)$$

IV anwenden:

$$\delta(\widehat{\delta}(q, ax'), b) = \delta(\widehat{\delta}(q, ax'), b)$$

$$\widehat{\delta}(q, ax'b) = \widehat{\delta}(q, ax'b)$$

q.e.d.