Thomas Verweyen (759743)
Norman Vetter (749229)

Theoretische Informatik 1
Übung Blatt 5

Aufgabe 5.1

a)

δ	a	b
q_0	$\{q_0, q_1, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_2, q_3, \}$
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$
q_3	$\{q_3, q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\{q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_3\}$

b)

Zustand	ϵ-Hülle
q_0	$\{q_0, q_3\}$
q_1	$\{q_1\}$
q_2	$\{q_2\}$
q_3	$\{q_3\}$
q_4	$\{q_3, q_4\}$

c)
$L(N) = \{w \in \Sigma^* | \exists u \in \Sigma^*. w = ub \ \vee \ w = uaa\}$

(1) $(q_0, wv) \vdash^* (q_0, v) \Leftrightarrow w \in \Sigma^*$
(2) $(q_0, wv) \vdash^* (q_2, v) \Leftrightarrow \exists u \in \Sigma^*. w = uaa \ \vee \ w = ub$
(3) $(q_0, wv) \vdash^* (q_3, v) \Leftrightarrow w \in \Sigma^*$
(4) $(q_0, wv) \vdash^* (q_4, v) \Leftrightarrow \exists u \in \Sigma^*. w = ua$

q_1 wird weggelassen, denn alle Wörter die in q_1 landen können diesen nicht mehr verlassen und so nicht den Endzustand erreichen. Daraus folgt, dass q_1 für das Akzeptieren der Sprache irrelevant ist.
IA.: $w = \epsilon$

$$(1): \quad \underbrace{(q_0, \epsilon v) \vdash^* (q_0, v)}_{wahr} \Leftrightarrow \underbrace{\epsilon \in \Sigma^*}_{wahr} \text{ (Äquivalenz ist wahr)}$$
$$(2): \quad \underbrace{(q_0, \epsilon v) \vdash^* (q_2, v)}_{falsch} \Leftrightarrow \underbrace{\exists u \in \Sigma^*. \epsilon = uaa \vee \epsilon = ub}_{falsch} \text{ (Äquivalenz ist wahr)}$$
$$(3): \quad \underbrace{(q_0, \epsilon v) \vdash^* (q_3, v)}_{wahr} \Leftrightarrow \underbrace{\epsilon \in \Sigma^*}_{wahr} \text{ (Äquivalenz ist wahr)}$$
$$(4): \quad \underbrace{(q_0, \epsilon v) \vdash^* (q_4, v)}_{falsch} \Leftrightarrow \underbrace{\exists u \in \Sigma^*. \epsilon = ua}_{falsch} \text{ (Äquivalenz ist wahr)}$$

IS.:
IVor.: (1)-(4) gelten für w'.
IBeh.: (1)-(4) gelten für w mit $w = w'x \wedge x \in \{a, b\}$
IBew.:
(1)
$(q_0, wv) \vdash^* (q_0, v) \Leftrightarrow (q_0, w'xv) \vdash^* (q_0, v)$
$\Leftrightarrow (q_0, w'v) \vdash^* (q_0, v) \wedge x \in \{a, b\}$
$\Leftrightarrow w' \in \Sigma^* \Leftrightarrow w \in \Sigma^* \wedge x \in \{a, b\}$

(2)
$(q_0, wv) \vdash^* (q_2, v) \Leftrightarrow (q_0, w'xv) \vdash^* (q_2, v)$
$\Leftrightarrow (q_0, w'v) \vdash^* (q_0, v) \wedge (x = b) \vee (q_0, w'v) \vdash^* (q_4, v) \wedge (x = a)$
$\Leftrightarrow w' \in \Sigma^* \wedge x = b \vee \exists u \in \Sigma^*. w' = ua \wedge x = a$
$\Leftrightarrow \exists u \in \Sigma^*. w = ub \vee w = uaa$

(3)
$(q_0, wv) \vdash^* (q_3, v) \Leftrightarrow (q_0, w'xv) \vdash^* (q_3, v)$
$\Leftrightarrow \Big((q_0, w'v) \vdash^* (q_3, v) \wedge x = a\Big) \vee \Big((q_0, w'v) \vdash^* (q_0, v) \vee (q_0, w'v) \vdash^* (q_4, v)\Big) \wedge x \in \{a, b\} \vee$
(ϵ-Übergang$\rightarrow$)$\Big((q_0, w'v) \vdash^* (q_0, v) \wedge x \in \{a, b\} \vee (q_0, w'v) \vdash^* (q_3, v) \wedge x = a\Big)$
$\Leftrightarrow \Big((q_0, w'v) \vdash^* (q_3, v) \wedge x = a\Big) \vee \Big((q_0, w'v) \vdash^* (q_0, v) \vee (q_0, w'v) \vdash^* q_4, v)\Big) \wedge x \in \{a, b\}$
$\Leftrightarrow w' \in \Sigma^* \wedge x = a \vee (w' \in \Sigma^* \vee \exists u \in \Sigma^*. w' = ua) \wedge x \in \{a, b\}$
$\Leftrightarrow w \in \Sigma^*$

(4)
$(q_0, wv) \vdash^* (q_4, v) \Leftrightarrow (q_0, w'xv) \vdash^* (q_4, v)$
$\Leftrightarrow (q_0, w'v) \vdash^* (q_3, v) \wedge x = a$
$\Leftrightarrow w' \in \Sigma^* \wedge x = a$
$\Leftrightarrow \exists u \in \Sigma^*. w = ua$
q.e.d.

Aufgabe 5.2

a)

	δ	a	b
A:$\rightarrow$	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_2, q_3\}$
B:	$\{q_0, q_1, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
C:*	$\{q_0, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_2, q_3\}$
D:*	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
E:*	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

DEA $A = (\{A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, \delta, A, \{C, D, E\}$

b)
Als erstes könnte man den DEA A mit Konfigurationen beweisen, also Konfigurationen jedes Zustandes bilden und dann per Induktion simultan beweisen.

Aufgabe 5.3

a)
Die Zustandsmenge, das Eingabealphabet, der Startzustand, und die Endzustände können einfach übernommen werden. Die Überführungsfunktion muss ein wenig geändert werden, also wird $\delta(q, a) = p\ zu\ \delta(q, a) = \{p\}$.

b)
Die einzige Änderung bei der Umformung eines NEA in einen ϵ-NEA ist die Funktionsvorschrift der Übergangsfunktion. Aus $\delta : Qx\Sigma \ \rightarrow \ P(Q)\ wird\ \delta : Qx(\Sigma \cup \{\epsilon\}) \ \rightarrow \ P(Q)$. Das Tupel ändert sich allerdings sonst nicht.
Rückrichtung:
Um einen ϵ-NEA in einen NEA umzuwandeln würden wir erst die optimierte Teilmengenkonstruktion und dann das Verfahren aus Aufgabe 5.3 (a) anwenden.

c)
Die Sprachklassen DEA, ϵ-NEA und NEA sind gleichmächtig.