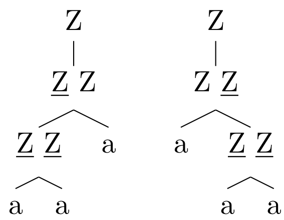
Theoretische Informatik 1
Übung Blatt 2

Aufgabe 10.2

$G = \Big(\{Z, A, B\}, \{a, b\}, P, Z\Big)$

a) $P_1 = \{Z \to ZZ|a|b\}$

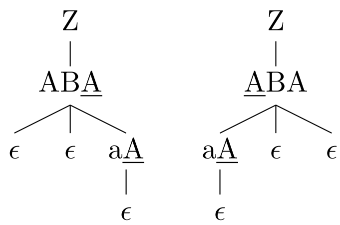
$w = aaa \in L(G):$



Lösung:
$P_1' = \{Z \to Za|Zb|a|b\}$

b) $P_2 = \{Z \to ABA, A \to aA|\epsilon, B \to bB|\epsilon\}$

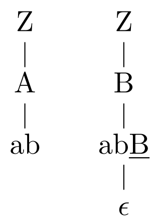
$w = a \in L(G):$



Lösung:
$P_2' = \{Z \to Za|A, A \to bA|bB|\epsilon, B \to aB|\epsilon\}$

c) $P_3 = \{Z \to A|B, A \to aAb|ab, B \to abB|\epsilon\}$

$w = ab \in L(G):$



Lösung:
$P_3' = \{Z \to A|B, A \to aAb|aabb, B \to abB|\epsilon\}$

Aufgabe 10.3

a) Für $G_1 = (\{S\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit
$P = \{S \to aSbScS|aScSbS|bSaScS|bScSaS|cSaSbS|cSbSaS|\epsilon\}$
soll gelten: $L(G_1) = \{w \in \{a, b, c\}||w|_a = |w|_b = |w|_c\}$.

Beweis:
Für jede Produktion $(\Gamma^+ \to \Gamma^*) \in P$ gilt: $w \to z \wedge |w|_a = |w|_b = |w|_c \Leftrightarrow |z|_a = |z|_b = |z|_c$.
Da sich somit je Produktionssubstitution, die Anzahl der Terminale a,b und c oder Nichtterminale (S) gleichmäßig (oder im Falle von $S \to \epsilon$ garnicht) erhöht. Ist die Bedingung: $L(G_1) = \{w \in \{a, b, c\}||w|_a = |w|_b = |w|_c\}$ wahr und gilt.

b)
$L = \{a^n b^{n+m} c^m | n, m \in \mathbb{N}\}$
$G2 = \Big(\{S, A, C\}, \{a, b, c\}, P, S\Big)$
$P = \{S \to AC, A \to aAb|\epsilon, C \to bCc|\epsilon\}$
$S \to^* w \Leftrightarrow \exists n, m \in \mathbb{N}. w = a^n b^{n+m} c^m$

IA) $S \to^3 w \Leftrightarrow \Big((S \to AC \to \epsilon C \to \epsilon\epsilon) \vee (S \to AC \to A\epsilon \to \epsilon\epsilon)\Big) \Leftrightarrow \exists n, m \in \mathbb{N}$
IS:
IV) $S \to^l w \Leftrightarrow \exists n, m \in \mathbb{N}. w = a^n b^{n+m} c^m$
$S \to^{l+1} v \Leftrightarrow (S \to AC \to aAbC \to^l v) \vee (S \to AC \to AbCc \to^l v)$
$\Leftrightarrow \exists w \in \{a, b, c\}^*. S \to^l w \wedge (|v|_a = |w|_a + 1 \vee |v|_c = |w|_c + 1) \wedge |v|b = |w|_b + 1$

q.e.d.