

ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG



TỐI ƯU LẬP KẾ HOẠCH

Báo cáo cuối kỳ

Đề tài: Phân công giáo viên

Giảng viên hướng dẫn: TS. Phạm Quang Dũng

Sinh viên: Nguyễn Văn Lương

HÀ NỘI, 8/2021

1. Mô tả bài toán

Có n lớp học $0, 1, \dots, n-1$ cần được phân cho m giáo viên $0, 1, 2, \dots, m-1$. Mỗi lớp i có tập $D(i)$ các giáo viên có thể đảm nhận giảng dạy lớp đó và lớp i này chỉ được phân cho nhiều nhất 1 giáo viên từ $D(i)$. Giữa n lớp học này có một số lớp bị trùng thời khóa biểu và được biểu diễn bởi ma trận c , trong đó $c(i,j) = 1$ có nghĩa lớp i và j trùng thời khóa biểu và $c(i,j) = 0$ có nghĩa 2 lớp này không trùng thời khóa biểu, với $i, j = 0, 1, \dots, n-1$. Hai lớp trùng thời khóa biểu thì không thể phân công cho cùng 1 giáo viên. Mỗi lớp i có thời lượng (số giờ quy đổi) là $d(i)$ và mỗi giáo viên j có thời lượng dạy tối đa là $t(j)$, với $i, j = 0, 1, \dots, n-1$. Vì số lượng lớp lớn, lại có nhiều ràng buộc cần thỏa mãn nên có thể có 1 số lớp nào đó không thể được phân công cho giáo viên.

Hãy tính toán phương án phân công sao cho tổng thời lượng các lớp được phân cho mỗi giáo viên j không vượt quá thời lượng dạy tối đa cho phép $t(j)$ đồng thời số lớp được phân công cho giáo viên là lớn nhất.

Đầu vào:

- Dòng 1: ghi 2 số nguyên dương n và m ($1 \leq n \leq 500, 1 \leq m \leq 50$)
- Dòng 2: ghi dãy số thực $d(0), d(1), \dots, d(n-1)$
- Dòng 3: ghi dãy số thực $t(0), t(1), \dots, t(m-1)$
- Dòng $i+4$ ($i=0, \dots, n-1$): ghi số nguyên không âm k và k số nguyên không âm j_1, j_2, \dots, j_k là chỉ số các giáo viên trong tập $D(i)$.
- Dòng $n+4+i$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$): ghi dòng thứ i của ma trận c .

Đầu ra:

- Dòng thứ i ($i=1, \dots, n$) ghi: 2 số nguyên không âm ($i-1$) g trong đó g là chỉ số (từ $0, 1, \dots, m-1$) của giáo viên được phân công cho lớp ($i-1$) nếu lớp ($i-1$) được phân giáo viên, và g bằng -1 nếu lớp ($i-1$) không được phân công
- Dòng thứ $n+1$: ghi số lớp được phân công

2. Mô hình quy hoạch tuyến tính

Ký hiệu:

n : số lớp học

m : số giáo viên

$d(i)$: thời lượng lớp i , $i \in \{0, \dots, n-1\}$

$t(j)$: thời lượng tối đa có thể dạy của giáo viên j , $j \in \{0, \dots, m-1\}$

$D(i)$: danh sách giáo viên có thể được dạy lớp i , $i \in \{0, \dots, n-1\}$

$c(i_1, i_2)$: ma trận trùng thời khóa biểu

với $c(i_1, i_2) = 1$ thì lớp i_1 và lớp i_2 trùng thời khóa biểu

với $c(i_1, i_2) = 0$ thì lớp i_1 và lớp i_2 không trùng thời khóa biểu

$i_1, i_2 \in \{0, \dots, n-1\}$

Biến quyết định:

Biến $X(i, j)$ với

Miền giá trị $D(X(i, j)) = \{0, 1\}$

$X(i, j) = 0$ nếu lớp i không được giáo viên j dạy, $X(i, j) = 1$ nếu lớp j được giáo viên j dạy $\forall i \in \{0, \dots, n-1\}, j \in \{0, \dots, m-1\}$

Ràng buộc:

- Mỗi lớp chỉ có thể phân công cho 1 giáo viên:

$$0 \leq \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} X(i, j) \leq 1$$

- Các giáo viên không nằm trong danh sách hợp lệ của một lớp thì không thể nhận lớp đó:

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j \notin D(i)} X(i, j) = 0$$

- Hai lớp trùng thời khóa biểu không được phân công cho cùng một giáo viên

$$c(i_1, i_2) = 1 \Rightarrow X(i_1, j) + X(i_2, j) \leq 1, \forall i_1, i_2 \in \{0, \dots, n-1\}; i_1 \neq i_2; \forall j \in \{0, \dots, m-1\}$$

- Thời lượng dạy của một giáo viên không được vượt quá ngưỡng tối đa của giáo viên đó:

$$\sum_{i=0}^{n-1} X(i, j) * d(i) \leq t(j), \forall j \in \{0, \dots, m-1\}$$

Hàm mục tiêu:

$$f(X) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} X(i, j) \rightarrow \max$$

3. Thuật toán

Để thực hiện việc tìm ra lời giải bài toán phù hợp yêu cầu, em đã thực hiện kết hợp 2 thuật toán là quy hoạch tuyến tính sử dụng ortools (cho trường hợp $n < 200$), và thuật toán tham lam (cho trường hợp $n \geq 200$).

Các bước chính:

- Đọc dữ liệu
- Kiểm tra n
- Nếu $n < 200$, triển khai quy hoạch tuyến tính với ortools
- Nếu $n \geq 200$, triển khai thuật toán tham lam
- In kết quả ra file output

3.1. Quy hoạch tuyến tính sử dụng OR-Tools

Ý tưởng bài toán ban đầu sử dụng công cụ ortools để thực hiện tìm ra lời giải tối ưu. Các bước được thực hiện theo trình tự chung như các bài toán phổ biến khác như:

- Khai báo Solver
- Khai báo biến
- Khai báo các ràng buộc
- Khai báo mục tiêu
- Gọi hàm Solver để thực hiện tìm lời giải

Việc sử dụng ortools có thể tìm ra lời giải tối ưu, tuy nhiên, khi n càng lớn, thời gian càng tăng. Em đã thử sinh các bộ dữ liệu ngẫu nhiên và nhận thấy, khi n lớn hơn 200, thời gian thực hiện thuật toán sẽ quá 10 giây. Vì vậy, cần phải có giải pháp riêng cho trường hợp này. Do đó, em đã nghĩ đến việc thực hiện thuật toán tham lam.

3.2. Thuật toán tham lam

Ý tưởng:

- Duyệt theo lớp (với thời gian dạy của mỗi lớp từ bé đến lớn)
- Sau đó duyệt theo giáo viên (với thời gian dạy tối đa của giáo viên từ lớn đến bé)
- Xét các giáo viên nằm trong tập giáo viên khả thi của lớp, nếu thời lượng còn trống của giáo viên lớn hơn thời lượng dạy của lớp, giáo viên sẽ được chọn.