

PROBLEMĂ TERMODINAMICĂ
 REZOLVARE ȘI BAREM (10 puncte)

a)

În conformitate cu notațiile din figura 1, puterea termică schimbată cu exteriorul printr-unul dintre capacele cilindrului este:

$$P_{th_baza} = \iint \vec{J}_z \vec{u}_z dS = -\frac{\pi D^2}{4} \left(\lambda \frac{dT}{dz} \right) \dots\dots\dots 1p$$

deoarece vectorul densitate de curent termic pe direcția Oz, $\vec{J}_z = -\lambda \frac{dT}{dz} \vec{u}_z$, este constant pe suprafața capacului cilindrului.

Deoarece regimul de transfer termic este staționar, putem scrie:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{4}{\pi \lambda D^2} P_{th_baza} = ct \dots\dots\dots 0.5p$$

iar prin integrare între marginile peretelui lateral obținem:

$$T_e - T_c = \frac{4d}{\pi \lambda D^2} P_{th_baza}$$

de unde rezultă:

$$P_{th_baza} = \frac{\pi \lambda D^2}{4d} (T_e - T_c) \dots\dots\dots 1p$$

Obs: Am considerat pozitivă puterea termică transmisă de la exterior către interior.

În mod analog, calculând transferul termic prin peretele lateral al cilindrului obținem:

$$P_{th_lat} = \iint \vec{J}_\rho \vec{u}_\rho dS = \iint -\lambda \frac{dT}{d\rho} \rho d\varphi dz = -\lambda \frac{dT}{d\rho} \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^L dz = -2\pi \lambda L \rho \frac{dT}{d\rho} \dots\dots\dots 1p$$

Deoarece regimul de transfer termic este staționar, putem scrie:

$$\rho \frac{dT}{d\rho} = \frac{P_{th_lat}}{2\pi \lambda L} = ct \dots\dots\dots 0.5p$$

și rezultă imediat că:

$$dT = \frac{P_{th_lat}}{2\pi \lambda L} \frac{d\rho}{\rho}$$

iar prin integrare între marginile peretelui, D/2 și D/2+d, obținem:

$$T_e - T_c = \frac{P_{th_lat}}{2\pi \lambda L} \ln \left(1 + \frac{2d}{D} \right)$$

De aici rezultă:

$$P_{th_lat} = \frac{2\pi\lambda L}{\ln\left(1 + \frac{2d}{D}\right)}(T_e - T_c) \quad \dots\dots\dots 1p$$

Obs: Și în acest caz am considerat pozitivă puterea termică transmisă de la exterior către interior.

Puterea termică totală schimbată cu exteriorul este:

$$P_{th_tot} = P_{th_lat} + 2P_{th_baza} = \pi\lambda \left(\frac{2L}{\ln\left(1 + \frac{2d}{D}\right)} + \frac{D^2}{2d} \right) (T_e - T_c) = a(T_e - T_c) \quad \dots\dots\dots 1p$$

unde am notat $a = \pi\lambda \left(\frac{2L}{\ln\left(1 + \frac{2d}{D}\right)} + \frac{D^2}{2d} \right)$.

Deoarece $\frac{2d}{D} = 0.02 \ll 1$, putem aproxima $\ln\left(1 + \frac{2d}{D}\right) \approx \frac{2d}{D}$ și obținem :

$$a \approx \pi\lambda \frac{D}{d} \left(L + \frac{D}{2} \right) = 1727 \text{ W/K} \quad \dots\dots\dots 1p$$

b)

Pentru ca regimul termic în interiorul cabinei să rămână staționar, trebuie ca suma algebrică a puterilor termice datorate sistemului de climatizare, ocupanților și schimbului cu exteriorul să fie zero:

$$P_{clima} + P_{th_total} + P_{calatori} = 0 \quad \dots\dots\dots 0.5p$$

de unde rezultă:

$$P_{clima} = -a(T_e - T_c) - N_p P_p \quad \dots\dots\dots 0.5p$$

Pentru cele două cazuri studiate obținem:

- la sol : $P_{clima1} = -a(T_{e1} - T_c) - N_p P_p = -30.77 \text{ kW} < 0$, deci sistemul de climatizare produce o răcire a cabinei avionului.1p

- la altitudine : $P_{clima2} = -a(T_{e2} - T_c) - N_p P_p = 124.66 \text{ kW} > 0$, deci sistemul de climatizare produce o încălzire a cabinei avionului. 1p