





## Olimpiada Națională de Fizică Vaslui 2015 Problema III

Pagina 1 din 1



## Inductanță inerțială și indice de refracție negativ

Orice conductor cilindric are o anumită inductanță. Calcularea acestei inductanțe ridică unele probleme matematice. Totuși, ca ordin de mărime, aceasta poate fi estimată folosind un model ajutător.

a) Fie un conductor cilindric infinit lung, cu raza R. Curentul electric este uniform distribuit în interiorul conductorului iar direcția sa este perpendiculară pe secțiunea transversală a conductorului. Pe suprafața cilindrului se află un strat subțire conductor, izolat de conductor, prin care trece curent în sens contrar. Calculează inductanța unității de lungime, L', a acestui sistem. Precizează utilitatea modelului pentru estimarea inductanței conductorului.

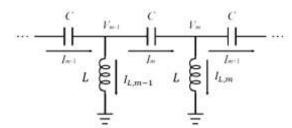
Pentru restul problemei consideră că nu există pătura din modelul de la punctul (a).

Într-un conductor real, electronii (cu masa m), dirijați de câmpuri electrice externe, se ciocnesc constant cu defectele de rețea și cu impuritățile din conductor. Efectul mediat al acestor ciocniri este ca o forță de vâscozitate  $\vec{f}_c = -m\vec{v}/\tau$ , unde  $\tau$  este un parametru constant, numit timp de ciocnire.

- b) Scrie legea doua a dinamicii care permite aflarea vitezei unui electron. Ignoră interacțiunile electron electron.
- c) Considerând că  $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \sin \omega t$ , exprimă viteza unui electron. *Notă*: este convenabil să folosești forma complexă  $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ . Poți folosi  $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$ .
- d) Presupunând că numărul de electroni din unitatea de volum în conductor este n, exprimă densitatea de curent J.
- e) Pentru un conductor cilindric (cu lungimea D și raza r) află relația dintre tensiunea dintre capetele sale și intensitatea curentului electric. Inductanța conductorului (de tip Faraday, estimată la punctul a) poate fi ignorată.
- f) În rezultatul de la punctul anterior identifică termenul de tip rezistență și termenul de tip inductanță  $L_i$ . Inductanța  $L_i$  se numește inductanța inerțială (nu este datorată legii lui Faraday).
- g) Rezistența unei lungimi de 1,0  $\mu m$  din sârma metalică are valoarea de 1,0  $\Omega$  iar  $\tau=2.0\cdot 10^{-9}$  s la temperaturi joase; află valoarea lui  $L_i$  și compară valoarea cu inductanța datorată efectului Faraday. Care este mai mare? Justifică presupunerea de la punctul anterior.  $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\,N/A^2$

Pentru o undă  $A=A_0\cos(kx-\omega t)$ , unde  $\omega=ck$ , c este viteza undei. Pentru materiale obișnuite viteza c este aproape constantă astfel încât k crește cu creșterea lui  $\omega$ . Totuși, pentru anumite materiale artificiale, c

depinde puternic de  $\omega$  astfel încât k descrește cu creșterea lui  $\omega$ . Un astfel de fenomen este numit refracție negativă. (Este precum am avea o valoare negativă a indicelui de refracție!) Să considerăm un lanț infinit de lung de bobine și condensatori așa cum se vede în figura alăturată. Lungimea fiecărei celule LC este a.



- h) Scrie ecuația diferențială care leagă  $V_{m-1}(t)$ ,  $V_m(t)$  și  $V_{m+1}(t)$ .
- i) Presupune că ecuația găsită admite o soluție de tip undă  $V_m(t) = V_0 e^{i(\omega t mka)}$ . Află relația dintre  $\omega$  și k.
- j) Implică rezultatul anterior refracție negativă?

Problemă propusă de

Prof. dr. Constantin COREGA, CN Emil Racoviță, Cluj - Napoca

- 1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- 2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
- 3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- 4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- 5. Fiecare subject se punctează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.