



Pagina 1 din 5

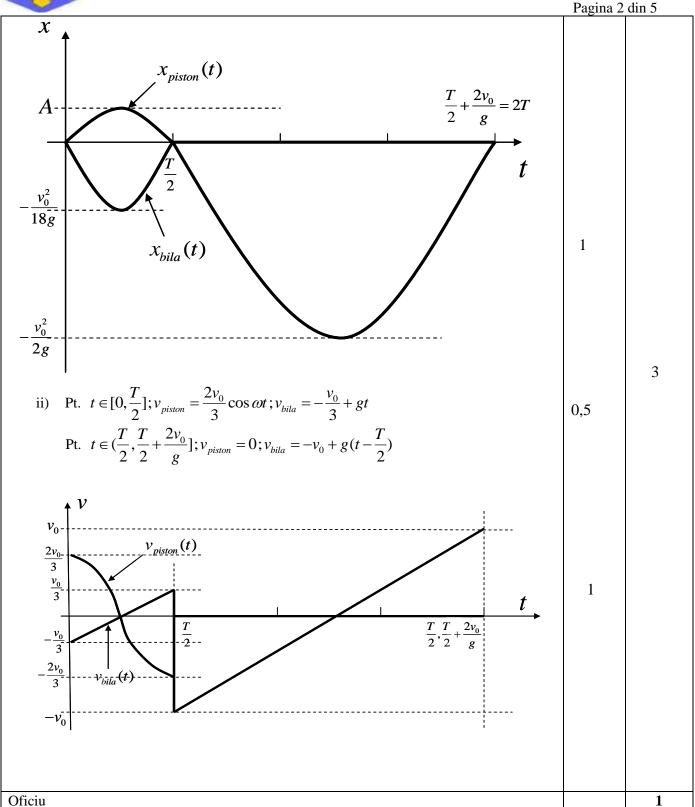
		r agma r	um 5
Subject 1		Parțial	Punctaj
1.	Barem subject 1	,	10
a)	$p_i V_i^{\gamma} = p_f V_f^{\gamma}$ $V_f = V_i - xS$		
	$p_f = p_i \frac{V_i^{\gamma}}{(V_i - xS)^{\gamma}} = p_i (1 - \frac{x}{h})^{-\gamma} \cong p_i (1 + \gamma \frac{x}{h})$	1	3
	$F_{rev} = (p_f - p_0 - \frac{mg}{S})S; \vec{F}_{rev} = -k\vec{x}$	1	
	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}; k = (p_0 + \frac{mg}{S})\frac{S\gamma}{h}; T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{\gamma(\frac{p_0S}{m} + g)}}$	1	
b)	Ciocnirea fiind perfect elastică : din conservarea energiei și impulsului		
	$v_{piston} = 2v_0 \frac{m}{m+m} = \frac{2v_0}{3}; m = \frac{m}{2}; v_{bila} = v_0 \frac{m-m}{m+m} = -\frac{v_0}{3}$	1	
	$\Delta t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{h}{\gamma(\frac{p_0 S}{m} + g)}} = -\frac{2v_{bila}}{g}$	1	3
	$v_0 = \frac{\pi g}{2} \frac{m+m}{m-m} \sqrt{\frac{h}{(\frac{p_0 S}{m} + g)\gamma}}$	1	
c)	i) Pt. $t \in [0, \frac{T}{2}]; x_{piston} = A \sin \omega t; \omega = \sqrt{\frac{k}{m}};$ și din conservarea energiei de oscilație a		
	pistonului: $\frac{m_{piston}v_{piston}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}; A = \frac{2v_0}{3}\sqrt{\frac{h}{\gamma(\frac{p_0}{m} + \frac{g}{S})}}$	0,5	
	$x_{bila} = -\frac{v_0}{3}t + \frac{g}{2}t^2$	0,5	
	Pt. $t \in (\frac{T}{2}, \frac{T}{2} + \frac{2v_0}{g}]; x_{piston} = 0; x_{bila} = -v_0(t - \frac{T}{2}) + \frac{g}{2}(t - \frac{T}{2})^2$		
		1	

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a aunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.







- 1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a aunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.





Pagina 3 din 5

Subject 2	Parțial	Punctaj
2. Barem subject 2		10
m_1 echilibru \vec{T}_1 x_1 m_2 echilibru \vec{T}_2 x_2 x	1	3
m_{2} $T_{1} = kx_{1} $ $T_{2} = k(x_{2} - x_{1}) $	1	
$m_1 a_1 = +k(x_2 - x_1) - kx_1$ Şi $m_2 a_2 = -k(x_2 - x_1)$	1	
Substituind $m_1 = m_2 = m$ si $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ obţinem: $a_1 = \omega_0^2 (x_2 - 2x_1) \dots (1)$ $a_2 = \omega_0^2 (x_1 - x_2) \dots (1)$ Care au solutiile: $x_1 = A_1 \sin(\omega t)$ $x_2 = A_2 \sin(\omega t)$		
Înlocuind în ecuațiile (1) se obține: $-\omega^{2}A_{1} + 2\omega_{0}^{2}A_{1} = \omega_{0}^{2}A_{2} \dots (2)$ $-\omega^{2}A_{2} + \omega_{0}^{2}A_{2} = \omega_{0}^{2}A_{1} \dots (2)$ Din ecuațiile (2) se obține: $\frac{A_{1}}{A_{2}} = \frac{\omega_{0}^{2}}{2\omega_{0}^{2} - \omega^{2}} = \frac{\omega_{0}^{2} - \omega^{2}}{\omega_{0}^{2}} \Rightarrow \omega_{0}^{4} = 2\omega_{0}^{4} - 3\omega_{0}^{2}\omega^{2} + \omega^{4}$	1	

- 1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- 2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a aunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.





Pagina 4 di		
$\omega^4 - 3\omega_0^2 \omega^2 + \omega^4 = 0$		
$\omega^2 = \frac{3\omega_0^2 \pm \sqrt{9\omega_0^4 - 4\omega_0^4}}{2} = (3 \pm \sqrt{5})\frac{\omega_0^2}{2}$		
$\omega^2 = \left(3 \pm \sqrt{5}\right) \frac{k}{2m}$	1	
$\omega_{+} = \sqrt{\left(3 + \sqrt{5}\right) \frac{k}{2m}}$		3
$\omega_{-} = \sqrt{\left(3 - \sqrt{5}\right) \frac{k}{2m}}$		
$\frac{\omega_{+}}{\omega_{-}} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} \dots (3)$	1	
(c)		
Pentru $\omega_{+} = \sqrt{(3+\sqrt{5})\frac{k}{2m}}$ rezultă		
$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\omega_0^2}{2\omega_0^2 - \omega_+^2} = \frac{2\omega_0^2}{4\omega_0^2 - (3 + \sqrt{5})\omega_0^2} = \frac{2}{1 - \sqrt{5}} \dots (4)$	1	
În mod analog pentru $\omega_{-} = \sqrt{(3-\sqrt{5})\frac{k}{2m}}$ obținem:		
$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2}{1 + \sqrt{5}} \dots (5)$	1	3
In final se obtine ca:		
$ \frac{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)_{\omega+}}{\left(A_1\right)} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} $		
$\left \left(\frac{A_1}{A_2} \right)_{\omega^-} \right \sqrt{5} - 1$	1	
Oficiu		1
Citoth	i	4

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a aunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.





Pagina 5 din 5

Subject 3		Punctaj
3. Barem subject 3		10
a) Prin căderea laturii superioare în câmpul magnetic, în aceasta se induce tensiunea electromotoare: $e_1 = B_1 av = \left[B_0 + k(z+a)\right] av;$ iar în latura inferioară: $e_2 = B_2 av = \left(B_0 + kz\right) av$	3	3
b) Aplicand legea lui Ohm pentru intregul cadru se poate scrie: $I = \frac{e_1 - e_2}{R} = \frac{ka^2v}{R}$	3	3
Forțele care acționează asupra barei superioare F_1 , respectiv asupra barei inferioare F_2 sunt date de expresiile: $F_1 = B_1 Ia = \left[B_0 + k(z+a)\right] \frac{ka^3v}{R};$ $F_2 = B_2 Ia = \left(B_0 + kz \frac{ka^3v}{R}\right);$ Viteza limita se obține pentru : $F_1 = F_2 + mg$; adică $\left[B_0 + k(z+a)\right] \frac{ka^3v}{R} = \left(B_0 + kz\right) \frac{ka^3v}{R} + mg \implies v = \frac{mgR}{k^2a^4}$	3	3
Oficiu		1

Subiect propus de

prof. Ion Toma, C. N. "Mihai Viteazul" – Bucureşti prof. Ioan Pop, C.N. "Mihai Eminescu" – Satu Mare, prof. Viorel Solschi, C.N. "Mihai Eminescu" – Satu

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a aunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.