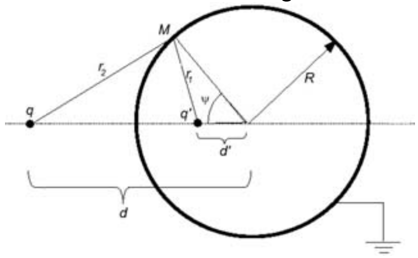
Olimpiada de Fizică - Etapa națională
1 – 6 aprilie 2012
Ilfov

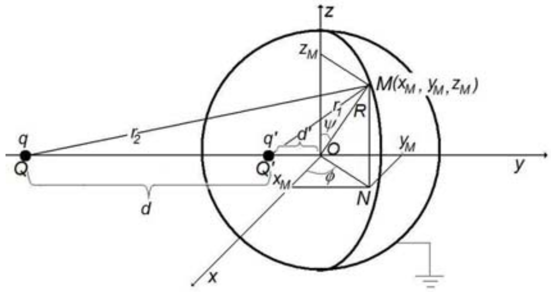
Baraj

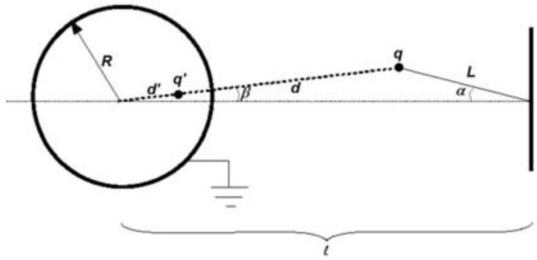
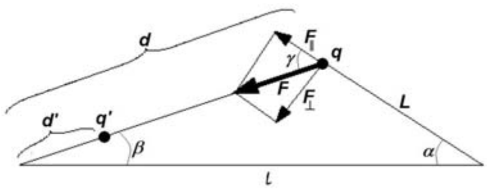
Barem de evaluare şi de notare

Se punctează în mod corespunzător oricare altă modalitate de rezolvare, care conduce la rezultate corecte

Problema a II-a
A. Oscilații în electrostatică

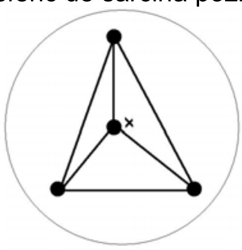
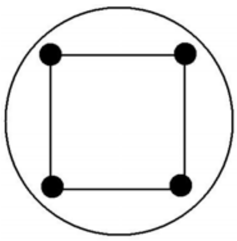
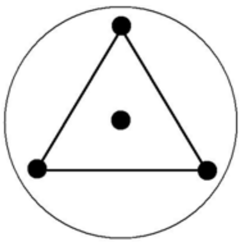
Nr. item	*Sarcina de lucru nr.1*	Punctaj
1.a.	Pentru:	**3,00p**
	▪ imaginea sarcinii electrice în sfera metalică legată la Pământ  $r_1=\sqrt{R^2+d'^2-2R\cdot d'\cdot cos\psi}$ $r_2=\sqrt{R^2+d^2-2R\cdot d\cdot cos\psi}$ — 0,40p	
	▪ expresia potențialului unui punct de pe suprafața sferei, situat în planul care conține axul de simetrie pentru problemă $V=\frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{q}{r_2}+\frac{q'}{r_1}\right)$ — 0,30p	
	▪ condiția de legare a sferei la pământ $V=0$ — 0,20p	
	▪ $\frac{q}{r_2}+\frac{q'}{r_1}=0$ — 0,20p	
	▪ $\frac{q}{\sqrt{R^2+d'^2-2R\cdot d'\cdot \cos\psi}}+\frac{q'}{\sqrt{R^2+d^2-2R\cdot d\cdot\cos\psi}}=0$, — 0,30p	
	▪ punctele care se află atât pe suprafața sferei cât şi pe axul de simetrie al sistemului ($\psi=\pi$ şi respectiv $\psi=0$) $\begin{cases}R^2+d^2-2R\cdot d=\left(\frac{q}{q'}\right)^2\cdot\left(R^2+d'^2-2R\cdot d'\right)\\ R^2+d^2+2R\cdot d=\left(\frac{q}{q'}\right)^2\cdot\left(R^2+d'^2+2R\cdot d'\right)\end{cases}$ — 0,20p	

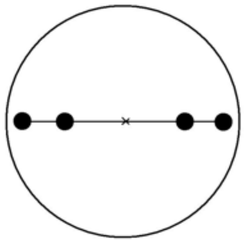
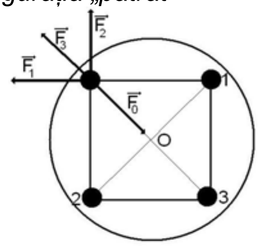
	▪ $0 < d' < R$ şi $d > R > 0$ $\begin{cases} -R + d = \left(-\dfrac{q}{q'}\right) \cdot (R - d') \\ (R + d) = \left(-\dfrac{q}{q'}\right) \cdot (R + d') \end{cases}$	0,20p	
	▪ $d' = \dfrac{R^2}{d}$	0,10p	
	▪ $q' = -q\dfrac{R}{d}$	0,20p	
	demonstrarea faptului că valorile q', d' determină potențial nul pentru *oricare* dintre punctele suprafeței sferice ▪  $r_1 = \sqrt{(R \cdot sin\psi \cdot cos\phi + d')^2 + (R \cdot sin\psi \cdot sin\phi)^2 + (R \cdot cos\psi)^2}$ $r_2 = \sqrt{(R \cdot sin\psi \cdot cos\phi + d)^2 + (R \cdot sin\psi \cdot sin\phi)^2 + (R \cdot cos\psi)^2}$	0,30p	
	▪ $\begin{cases} r_1 = \sqrt{R^2 + d'^2 + 2 \cdot R \cdot d' \cdot sin\psi \cdot cos\phi} \\ r_2 = \sqrt{R^2 + d^2 + 2 \cdot R \cdot d \cdot sin\psi \cdot cos\phi} \end{cases}$	0,20p	
	▪ $r_1 = \dfrac{R}{d} \cdot r_2$	0,10p	
	▪ expresia potențialul punctului M $\begin{cases} V_M = \dfrac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\dfrac{q}{r_2} + \dfrac{q'}{r_1}\right) \\ V_M = \dfrac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\dfrac{q}{r_2} + \dfrac{q'}{(R/d) \cdot r_2}\right) \end{cases}$	0,20p	
	▪ $V_M = \dfrac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\dfrac{q}{r_2} - \dfrac{(R/d) \cdot q}{(R/d) \cdot r_2}\right) = 0$ *valorile q', d' asigură potențial nul tuturor punctelor de pe suprafața sferei*	0,10p	
1.b.	Pentru:		**0,70p**
	expresia forței de interacțiune dintre sarcina inductoare şi sarcina imagine ▪ $F = \dfrac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \dfrac{q \cdot q'}{(d - d')^2}$	0,30p	
	▪ $F = -\dfrac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \dfrac{q^2 \cdot R \cdot d}{(d^2 - R^2)^2}$	0,10p	

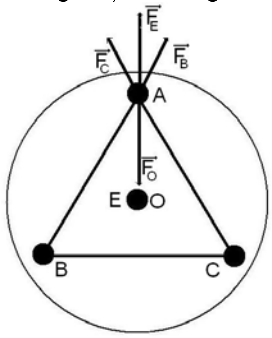
	expresia *modulului* forței de interacțiune dintre sarcină şi sfera metalică ▪ $\left\|F\right\| = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q^2 \cdot R \cdot d}{\left(d^2 - R^2\right)^2}$ 0,30p	
Nr. item	*Sarcina de lucru nr.2*	**Punctaj**
2.a.	Pentru:  ▪ $\begin{cases} F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q'}{(d - d')^2} \\ F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q^2 \cdot R \cdot d}{\left(d^2 - R^2\right)^2} \end{cases}$ 0,20p ▪ $d = \sqrt{\ell^2 + L^2 - 2 \cdot \ell \cdot L \cdot cos\,\alpha}$ 0,10p ▪ $F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q^2 \cdot R \cdot \sqrt{\ell^2 + L^2 - 2 \cdot \ell \cdot L \cdot cos\,\alpha}}{\left(\ell^2 + L^2 - 2 \cdot \ell \cdot L \cdot cos\,\alpha - R^2\right)^2}$ 0,20p  ▪ $\begin{cases} \frac{L}{sin\,\beta} = \frac{\ell}{sin(\pi - \gamma)} = \frac{d}{sin\,\alpha} \\ \frac{L}{sin\,\beta} = \frac{\ell}{sin(\alpha + \beta)} = \frac{d}{sin\,\alpha} \end{cases}$ 0,20p ▪ $\beta = arcsin\left(\frac{L}{d} \cdot sin\,\alpha\right) = arcsin\left(\frac{L}{\sqrt{\ell^2 + L^2 - 2 \cdot \ell \cdot L \cdot cos\,\alpha}} \cdot sin\,\alpha\right)$ 0,10p ▪ mărimea componentei perpendiculare pe fir $F_\perp = F \cdot sin\,\gamma = F \cdot sin(\alpha + \beta)$ 0,30p ▪ $sin\,\gamma = \frac{\ell}{d} \cdot sin\,\alpha = \frac{\ell \cdot sin\,\alpha}{\sqrt{\ell^2 + L^2 - 2 \cdot \ell \cdot L \cdot cos\,\alpha}}$ 0,20p ▪ $F_\perp = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q^2 \cdot R \cdot \ell \cdot \sin\alpha}{\left(\ell^2 + L^2 - 2 \cdot \ell \cdot L \cdot \cos\alpha - R^2\right)^2}$ 0,30p	**1,60p**

2.b.	Pentru:	**1,70p**
	▪ expresia forței de revenire (componenta perpendiculară pe fir a forței de interacțiune) $F_{\perp} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q^2 \cdot R \cdot \ell \cdot \alpha}{\left(\ell^2 + L^2 - 2 \cdot \ell \cdot L - R^2\right)^2}$, în situația în care unghiurile α sunt suficient de mici	0,20p
	▪ $\begin{cases} F_{\perp} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q^2 \cdot R \cdot \ell \cdot \alpha}{\left((\ell - L)^2 - R^2\right)^2} \\ F_{\perp} = \wp \cdot \alpha \end{cases}$ „constanta de elasticitate” a forței de revenire $\wp = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q^2 \cdot R \cdot \ell}{\left((\ell - L)^2 - R^2\right)^2}$.	0,20p
	▪ $d = \ell - L$	0,10p
	▪ expresia momentului de inerție al particulei încărcate cu sarcina q, aflată în mişcare circulară față de punctul fix al firului de care este legată $J = m \cdot L^2$	0,20p
	▪ expresia momentului forței de revenire $\aleph = -F_{\perp} \cdot L$	0,20p
	▪ ecuația mişcării particulei încărcate pe traiectoria circulară $\aleph = J \cdot \varepsilon$, unde ε este accelerația unghiulară a mişcării	0,20p
	▪ ecuația oscilației armonice $\begin{cases} \wp \cdot \alpha = -m \cdot L \cdot \varepsilon \\ \varepsilon + \frac{\wp}{m \cdot L} \cdot \alpha = 0 \end{cases}$	0,20p
	▪ pulsația oscilației armonice $\omega = \sqrt{\frac{\wp}{m \cdot L}}$	0,20p
	▪ $\omega = \frac{R}{(\ell - L)^2 - R^2} \sqrt{\frac{q \cdot \ell}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m \cdot L}}$	0,20p

B. Atomul de beriliu

Nr. item	Sarcina de lucru nr.1		Punctaj
1.a.	Pentru: expresia sarcinii electrice pozitive, cu distribuție sferică din interiorul suprafeței ▪ cu raza $r \le a$ $\begin{cases} Q(r) = \dfrac{4e}{(4\pi \cdot a^3/3)} \cdot \dfrac{4\pi \cdot r^3}{3} \\ Q(r) = 4e\dfrac{r^3}{a^3} \end{cases}$	0,20p	1,00p
	▪ aplicarea teoremei Gauss $E(r) = \begin{cases} \dfrac{e}{\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \dfrac{r}{a^3} & r \le a \\ \dfrac{e}{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} & r > a \end{cases}$	0,80p	
1.b.	Pentru: ▪ condiția ca, forța de atracție a unui electron spre centrul sarcinii pozitive să fie compensată de forța de respingere electrostatică a celorlalți trei electroni	0,20p	1,00p
	configurația spațială - un tetraedru regulat având în vârfuri sarcini negative, cufundat în interiorul norului sferic de sarcină pozitivă ▪ 	0,20p	
	configurația plană: – un pătrat având în vârfuri sarcini negative, cufundat în interiorul norului sferic de sarcină pozitivă  ▪ – un triunghi echilateral având în centru şi în vârfuri sarcini negative, cufundat în interiorul norului sferic de sarcină pozitivă (figura 3). 	0,40p	

	configurația liniară - patru sarcini electrice negative dispuse simetric față de centrul sferei, cufundate în interiorul norului sferic de sarcină pozitivă		
	▪ 	0,20p	
1.c.	Pentru: *Varianta I de răspuns - configurația „pătrat”*		**1,00p**
	▪  		
	expresiile modulelor forțelor de respingere ▪ $F_2 = F_3 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{2x^2}$ $F_1 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{4x^2}$, unde x este lungimea distanței de la vârful pătratului la centrul său	0,20p	
	expresiile modulelor pentru rezultantele forțelor de respingere ▪ $F_{23} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2x^2}$ $F_{123} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\cdot x^2}\cdot\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{4}\right)$	0,20p	
	▪ expresia forței de atracție a norului de sarcină pozitivă $F_0 = \frac{e^2}{\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{a^3}$	0,20p	
	▪ condiția de echilibru pentru oricare dintre electroni $F_{123} = F_0$	0,10p	
	▪ $x = \frac{a}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1+2\sqrt{2}}{2}}$	0,10p	
	expresia lungimii latura pătratului în vârful cărora s-ar afla electronii ▪ $\ell_{patrat} = \frac{a\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1+2\sqrt{2}}{2}}$	0,10p	
	▪ mărimea unghiurilor din vârfurile pătratului 90°	0,10p	

	Varianta a II-a de răspuns - configurația „triunghi echilateral”	
	▪ 	
	▪ expresiile modulele forțelor de respingere $F_B = F_C = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{3x^2}$ $F_E = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{x^2}$, unde x este lungimea distanței de la vârful la centrul triunghiului	0,20p
	▪ expresiile modulelor pentru rezultantele forțelor de respingere $F_{BC} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3x^2}$ $F_{ABE} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot x^2} \cdot \left(\frac{3+\sqrt{3}}{3}\right)$	0,20p
	▪ expresia forței de atracție a norului de sarcină pozitivă $F_0 = \frac{e^2}{\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{a^3}$	0,20p
	▪ condiția de echilibru pentru oricare dintre electroni $F_{ABE} = F_0$	0,10p
	▪ $x = a \cdot \sqrt[3]{\frac{3+\sqrt{3}}{12}}$	0,10p
	▪ expresia lungimii laturii triunghiului echilateral în vârful cărora s-ar afla electronii $\ell_{triunghi} = a\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{3+\sqrt{3}}{12}}$	0,10p
	▪ mărimea unghiurilor din vârfurile triunghiului echilateral $60°$	0,10p
	▪ *Observație: forțele de respingere din partea celor trei electroni din vârfurile triunghiului – care sunt egale în modul, coplanare şi care fac între ele unghiuri egale cu $120°$ dau o rezultantă nulă indiferent de lungimea laturii triunghiului echilateral*	
TOTAL Problema a II-a		**10p**

© Barem de evaluare şi de notare propus de:
Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea Bucureşti