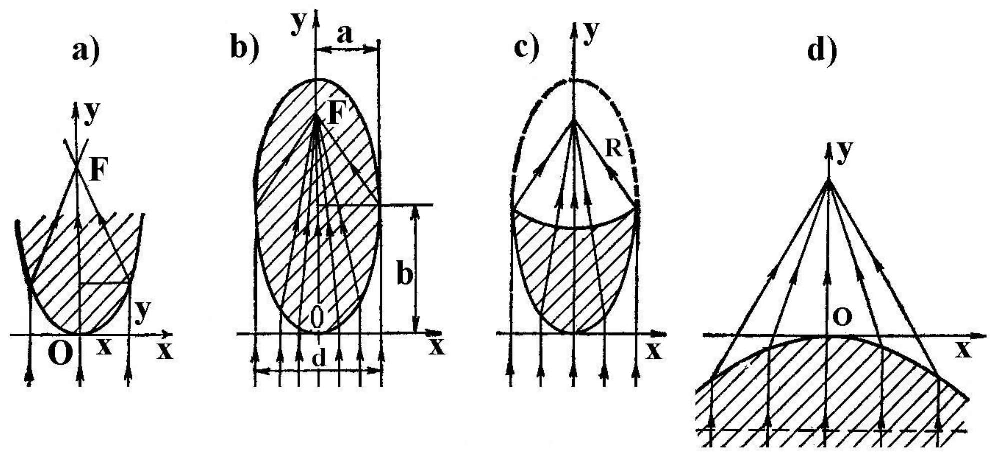
PROBA DE BARAJ,
SELECTIA LOTULUI OLIMPIC LARGIT AL ROMÂNIEI, APRILIE 2012
PROBLEMA DE OPTICĂ (Dioptri şi lentile fără aberaţie de sfericitate)
Rezolvare şi Barem de evalure şi notare

Soluţia se bazează pe utilizarea ***principiului lui Fermat***, sau ***al staţionarităţii drumului optic*** pentru toate razele de lumină. **...1 punct**

a).Rezolvăm mai întâi **problema ajutătoare** a dioptrului cu simetrie axială. Este limpede că va fi vorba despre o ***suprafaţă cu simetrie de rotaţie*** faţă de axa fasciculului luminos incident (simetrie axială). De aceea este suficient să raţionăm într-o secţiune principală (planul secţiunii trece prin axa fasciculului)**..................................0,25 puncte**



Referindu-ne la ***figura a),*** **ce valorează 0,2 puncte**, observăm că faza tuturor punctelor de la nivelul frontului de undă $y=0$ este aceeaşi (punctele din acest plan oscilează în fază). Conform principiului invocat, faza tuturor undelor ce sosesc în punctul F de pe axa de simetrie Oy trebuie să fie, de asemenea, aceeaşi, indiferent unde s-a produs refracţia pe suprafaţa dioptrului.

Considerând raza centrală, cu $x=0$ (ce se propagă de-a lungul axei Oy), şi o rază oarecare cu $x\neq 0$, putem scrie condiţia de staţionaritate a drumului optic sub forma $f.n=1.y+n.\sqrt{x^2+(f-y)^2}$, cu notaţia $OF=f$. **.. 2 puncte**

De aici, după câteva preluccrări matematice, putem obţine uşor ecuaţia $\frac{x^2}{a^2}+\frac{(y-b)^2}{b^2}=1$, (*), unde $a\equiv f\sqrt{(n-1)/(n+1)}$ şi $b\equiv nf/(n+1)$, cu $a<b$. Ecuaţia astfel obţinută este cea a unei **elipse** cu semiaxele a (semiaxa mică) şi b (semiaxa mare***)- (figura b).*****......2 puncte (figura b) valorează 0,2 puncte)**

Distanţa dintre cele două focare (în sens strict geometric) ale elipsei este $2c$, în care $c=\sqrt{b^2-a^2}=f/(n+1)=b/n$. Invers, distanţa focală (în sens optic, cu semnificaţia evidentă în desen, precizată la început, adică $f=OF$) este $f=(n+1)c=b+c$. Această relaţie ne spune că *fasciculul luminos se strânge dincolo de centrul elipsei, adică în focarul mai îndepărtat de punctul O.* **...0,5 puncte**

Ca lărgime, fasciculul incident nu poate depăşi valoarea $d\equiv 2a=2f\sqrt{(n-1)/(n+1)}$ **.................................0,5 puncte** b). Pentru a construi o lentilă fără aberaţii de sfericitate, **a doua suprafaţă** trebuie să fie cea a unei **sfere** cu centrul în punctul F şi cu raza R satisfăcând inegalitatea $b < R < f$. În punctele de pe această suprafaţă razele de lumină cu sensul spre focarul F nu se frâng. Altfel spus, mediul cu indicele de refracţie $n > 1$ este limitat în faţă de suprafaţa elipsoidală iar în spate de cea sferică (*v.* ***figura c)).*** În exteriorul lentilei este aer ($n_{aer} = 1$)**.........1,5 puncte (numai pentru figura c) se acordă 0,2 puncte).**

c). Până aici am considerat, în mod tacit, că $n > 1$. Dacă prin n înţelegem (ca şi până acum) indicele de refracţie relativ, atunci am putea avea în vedere şi situaţia $n < 1$, ceea ce înseamnă că razele fasciculului paralel incident vin din mediul mai refringent (cel de jos, haşurat în ***figura d))***, deplasându-se spre mediul mai puţin refringent (cel de sus). De data aceasta refracţiile s-ar produce cu îndepărtare de normalele din punctele de incidenţă . Considerentele anterioare, care au condus la ecuaţia (*), rămân valabile însă, când $n < 1$, aşa cum se vede din expresia lui a, avem $a^2 < 0$. Scriind $a^2 = -|a|^2 < 0$, relaţia (*) devine $\frac{(y-b)^2}{b^2} - \frac{x^2}{|a|^2} = 1$, (**). Este ecuaţia unei **hiperbole**. **.....................1,5 puncte (din care, numai pentru desen corect, figura d) se acorda 0,2 puncte)**

Pentru a confecţiona o lentilă fără aberaţii de sfericitate, **a doua suprafaţă** trebuie să fie una **plană,** perpendiculară pe razele fasciculului incident, în mediul inferior, mai refringent. De data aceasta nu există o limitare a lărgimii fasciculului (planul „tăietor” poate fi oricât de jos)**... 0,5 puncte**

Comentariu*: Astfel de lentile (vezi punctele b) şi c)) formează imagini clare şi de bună calitate numai pentru obiecte axiale, destul de îndepărtate. Pentru fascicule paralele, dar înclinate faţă de axa de simetrie, nu există un focar unic.* **.....0, 25 puncte**

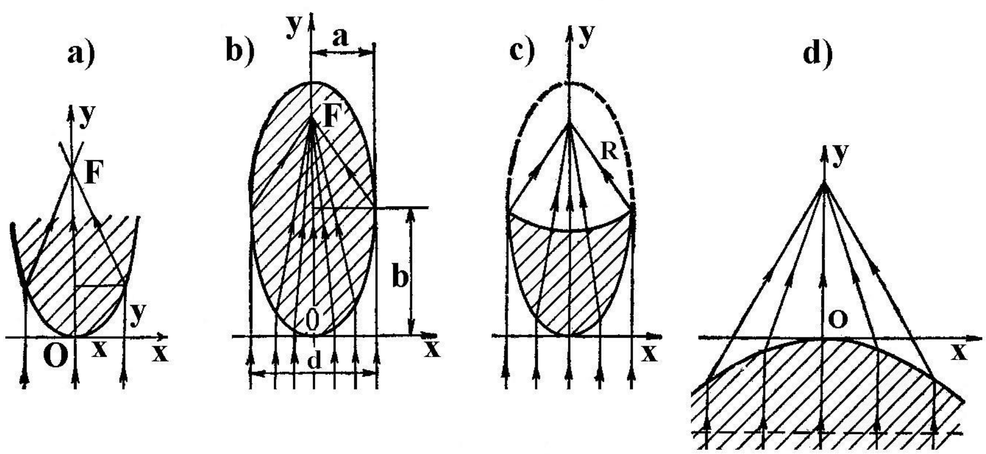
Soluţie şi barem de evaluare propuse de:
Prof.univ.dr. Uliu Florea şi Prof. univ. dr. Constantinescu Radu Dan,
de la Departamentul de Fizică al Universităţii din Craiova
Prof. dr. Mihail Sandu – G.S.E.A.S. Călimăneşti

PROBA DE BARAJ,
SELECTIA LOTULUI OLIMPIC LARGIT AL ROMÂNIEI, APRILIE 2012
PROBLEMA DE OPTICĂ (Dioptri şi lentile fără aberaţie de sfericitate)
Rezolvare şi Barem de evalure şi notare

Soluţia se bazează pe utilizarea ***principiului lui Fermat***, sau ***al staţionarităţii drumului optic*** pentru toate razele de lumină. **..1 punct**

a).Rezolvăm mai întâi **problema ajutătoare** a dioptrului cu simetrie axială. Este limpede că va fi vorba despre o ***suprafaţă cu simetrie de rotaţie*** faţă de axa fasciculului luminos incident (simetrie axială). De aceea este suficient să raţionăm într-o secţiune principală (planul secţiunii trece prin axa fasciculului)

………………………………………………………….................................0,25 puncte



Referindu-ne la ***figura a),*** **ce valorează ....0,2 puncte**, observăm că faza tuturor punctelor de la nivelul frontului de undă $y = 0$ este aceeaşi (punctele din acest plan oscilează în fază). Conform principiului invocat, faza tuturor undelor ce sosesc în punctul F de pe axa de simetrie Oy trebuie să fie, de asemenea, aceeaşi, indiferent unde s-a produs refracţia pe suprafaţa dioptrului.

Considerând raza centrală, cu $x = 0$ (ce se propagă de-a lungul axei Oy), şi o rază oarecare cu $x \neq 0$, putem scrie condiţia de staţionaritate a drumului optic sub forma $f.n = 1.y + n.\sqrt{x^2 + (f-y)^2}$, cu notaţia $OF = f$.

……………………………………………………… .... 2 puncte

De aici, după câteva preluccrări matematice, putem obţine uşor ecuaţia $\frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-b)^2}{b^2} = 1$, (*), unde $a \equiv f\sqrt{(n-1)/(n+1)}$ şi $b \equiv nf/(n+1)$, cu $a < b$. Ecuaţia astfel obţinută este cea a unei **elipse** cu semiaxele a (semiaxa mică) şi b (semiaxa mare***)- (figura b).***

...2 puncte (figura b) valorează 0,2 puncte)

Distanţa dintre cele două focare (în sens strict geometric) ale elipsei este $2c$, în care $c = \sqrt{b^2 - a^2} = f/(n+1) = b/n$. Invers, distanţa focală (în sens optic, cu semnificaţia evidentă în desen, precizată la început, adică $f = OF$) este $f = (n+1)c = b + c$. Această relaţie ne spune că <u>*fasciculul luminos se strânge dincolo de centrul elipsei, adică în focarul mai îndepărtat de punctul O.*</u> **..0,5 puncte**

Ca lărgime, fasciculul incident nu poate depăşi valoarea $d \equiv 2a = 2f\sqrt{(n-1)/(n+1)}$ **..................0,5 puncte**

b). Pentru a construi o lentilă fără aberaţii de sfericitate, **a doua suprafaţă** trebuie să fie cea a unei **sfere** cu centrul în punctul F şi cu raza R satisfăcând inegalitatea $b < R < f$. În punctele de pe această suprafaţă razele de lumină cu sensul spre focarul F nu se frâng. Altfel spus, mediul cu indicele de refracţie $n > 1$ este limitat în faţă de suprafaţa elipsoidală iar în spate de cea sferică (*v.* ***figura c)).*** În exteriorul lentilei este aer ($n_{aer} = 1$)**.........1,5 puncte (numai pentru figura c) se acordă 0,2 puncte).**

c). Până aici am considerat, în mod tacit, că $n > 1$. Dacă prin n înţelegem (ca şi până acum) indicele de refracţie relativ, atunci am putea avea în vedere şi situaţia $n < 1$, ceea ce înseamnă că razele fasciculului paralel incident vin din mediul mai refringent (cel de jos, haşurat în ***figura d))***, deplasându-se spre mediul mai puţin refringent (cel de sus). De data aceasta refracţiile s-ar produce cu îndepărtare de normalele din punctele de incidenţă . Considerentele anterioare, care au condus la ecuaţia (*), rămân valabile însă, când $n < 1$, aşa cum se vede din expresia lui a, avem $a^2 < 0$. Scriind $a^2 = -|a|^2 < 0$, relaţia (*) devine $\frac{(y-b)^2}{b^2} - \frac{x^2}{|a|^2} = 1$, (**). Este ecuaţia unei **hiperbole**. **.....................1,5 puncte (din care, numai pentru desen corect, figura d) se acorda 0,2 puncte)**

Pentru a confecţiona o lentilă fără aberaţii de sfericitate, **a doua suprafaţă** trebuie să fie una **plană,** perpendiculară pe razele fasciculului incident, în mediul inferior, mai refringent. De data aceasta nu există o limitare a lărgimii fasciculului (planul „tăietor" poate fi oricât de jos)**... 0,5 puncte**

Comentariu*: Astfel de lentile (vezi punctele b) şi c)) formează imagini clare şi de bună calitate numai pentru obiecte axiale, destul de îndepărtate. Pentru fascicule paralele, dar înclinate faţă de axa de simetrie, nu există un focar unic.* **.....0, 25 puncte**

Soluţie şi barem de evaluare propuse de:
Prof.univ.dr. Uliu Florea şi Prof. univ. dr. Constantinescu Radu Dan,
de la Departamentul de Fizică al Universităţii din Craiova
Prof. dr. Mihail Sandu – G.S.E.A.S. Călimăneşti