

2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 1 din 11

Subiect	Parțial	Punctaj
Subject I, total:		10
Oficiu		1 punct
a) Viteza fiecărei sfere este maximă atunci când rezultanta forțelor care acționează asupra sa este nulă. În acord cu legea conservării energiei mecanice, rezultă: $mg \sin \alpha = kx_0 \cos \alpha; 2mgh_0 = mv_{\rm max}^2 + kx_0^2/2;$		
$x_0 = \frac{mg}{k} tg \alpha; tg \alpha = \frac{2h_0}{x_0};$	1,5	
$h_0 = \frac{mg}{2k} tg^2 \alpha; d_0 = \frac{mg \sin \alpha}{2k \cos^2 \alpha};$		
$v_{\text{max}} = gtg\alpha\sqrt{\frac{m}{2k}}.$		
Când alungirea resortului este maximă, viteza fiecărei sfere este nulă. Rezultă:		
$2mgh = \frac{kx_{\text{max}}^2}{2}; tg\alpha = \frac{2h}{x_{\text{max}}}; x_{\text{max}} = \frac{2mg}{k}tg\alpha;$		
$h = \frac{mg}{k} tg^2 \alpha; d = \frac{mg \sin \alpha}{k \cos^2 \alpha};$	1,5	
$h=2h_0; d=2d_0; x_{\max}=2x_0.$ Total a – 3 puncte		
b) Poziția de echilibru a sistemului este aceea pentru care rezultanta forțelor care acționează asupra fiecărei sfere este nulă.	0,5	

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 2 din 11

	Pagina	1 2 din 11
Subiect	Parțial	Punctaj
Pentru un moment oarecare, deasupra poziției de echilibru, rezultanta		
forțelor care acționează asupra unei sfere este:		
$\vec{F}_1 = \vec{G} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{e1} \neq 0$,		
din care rezultă:		
$F_1 = mg \sin \alpha - kx_1 \cos \alpha; F_1 = kx_0 \cos \alpha - kx_1 \cos \alpha;$		
$F = k(x_0 - x_1)\cos\alpha; \cos\alpha = \frac{x_0 - x_1}{2y_1};$	1,25	
$F_1 = 2k\cos^2\alpha \cdot y_1;$		
$K = 2k\cos^2\alpha; F_1 = Ky_1; \vec{F}_1 = -K\vec{y}_1,$		
ceea ce dovedește că, atunci când sistemul se află deasupra poziției de echilibru, mișcarea sa este armonică.		
Pentru un moment oarecare, sub poziția de echilibru, rezultanta forțelor		
care acționează asupra unei sfere este:		
${ec F}_2 = {ec F}_{e2} + {ec N}_2 + {ec G},$		
din care rezultă, în miod asemănător:	1,25	
$\vec{F}_2 = -K\vec{y}_2$.		
Concluzie: mișcarea sistemului este oscilatorie armonică.		
Total b – 3 puncte		
c) Dacă <i>m</i> este masa unei sfere, rezultă:		
$K = 2k\cos^2\alpha; K = m\omega^2;$		
2 – [0,25	
$T = \frac{2\pi}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{m}{2k}}$	0,20	
$\cos \alpha \vee 2k$		
Dacă sectorul, reprezentând treimea mijlocie a resortului, se rigidizează,		
atunci sectoarele laterale sunt două resorturi identice, fiecare cu constnta de		
elasticitate 3k.	0,25	
Rigiditatea sectorului central nu modifică nivelul de echilibru al	0,20	
sistemului, deoarece și în noile condiții rezultanta forțelor care acționează		
asupra fiecărei sfere rămâne nulă.		

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 3 din 11

	Pagina	a 3 din 11
Subject	Parțial	Punctaj
Dacă trecerea prin poziția de echilibru se face în sens ascendent, atunci		
rezultă:		
$tg\alpha = \frac{h_1}{\frac{l}{3} - L_1}; L_1 = \frac{l}{3} - \frac{h_1}{tg\alpha};$		
$mv_{\text{max}}^2 + 3k\left(\frac{l}{3} - \frac{l_0}{3}\right)^2 = 2mgh_1 + 3k\left(L_1 - \frac{l_0}{3}\right)^2;$	1	
$l - l_0 = x_0; h_1 = \frac{mg}{k\sqrt{6}} tg^2 \alpha < h_0.$		
Dacă trecerea prin poziția de echilibru se face în sens descendent, atunci rezultă:		
$tg\alpha = \frac{h_2}{L_2 - \frac{l}{3}}; L_2 = \frac{l}{3 + \frac{h_2}{tg\alpha}};$		
$mv_{\text{max}}^2 + 2mgh_2 + 3k\left(\frac{l}{3} - \frac{l_0}{3}\right)^2 = 3k\left(L_2 - \frac{l_0}{3}\right)^2;$	1	
$h_2 = \frac{mg}{k\sqrt{6}} tg^2 \alpha = h_1.$		
În noile condiții perioada oscilațiilor este:		
$T' = \frac{2\pi}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{m}{2k_e}}; k_e = 3k/2;$	0,5	
$T' = \frac{2\pi}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{m}{3k}} \ .$		
Total c – 3 puncte		

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 4 din 11

Subject	Parțial	Punctaj
Subject II, total:		10
Oficiu		1 punct
A.a) Unghiul reflexiei totale la interfața prismă-aer este $\theta_c = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 28,44^{\circ} (<30^{\circ})$	0,5	
La trecerea n $\rightarrow \frac{1}{n}$ transmitanța $T \approx 0.874$ este invariantă	0,5	
Reflectanța este $R = 1 - T = (n-1)^2 / (n+1)^2 \approx 0,126$	0,5	

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Subject	Pagina Parțial	a 5 din 1 Puncta
Notând cu <i>a</i> lungimea ipotenuzei (V_1V_2) şi $x = V_1A$, unde A este punctul de	;	Lancia
ncidență, avem trei situații distincte, conform desenelor:		
1) Pentru $x < a/2$		
V_1 B V_2		
$\begin{array}{c} A \\ M \\ \end{array}$		
2) Pentru $a/2 < x < 3a/4$		
V_1 30° V_2		
$\begin{array}{c c} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & &$	1,5	
3) Pentru $3a/4 < x < a$		
V_1 30° V_2		
(3) M D A V ₃		
(În sensul reversibilității, cazurile 2 și 3 sunt complementare.)		
n punctele B și C se petrec reflexii totale, iar în punctele A și D se petrec reflexii		
transmisii parțiale	0,5	

- 1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- 2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 6 din 11

	Pagina	a 6 din 11
Subiect	Parțial	Punctaj
Fracțiunile (factorii) de transmisie prin D și A (dinspre prismă spre aer) sunt:		
$F_D = T^2 + R^2 T^2 + R^4 T^2 + R^6 T^2 + \dots =$		
	0,5	
$T^{2}(1, P^{2}, P^{4}, P^{6}) \qquad T^{2} \qquad 1-R$		
$=T^{2}(1+R^{2}+R^{3}+R^{6}+)=\frac{1-R^{2}}{1-R^{2}}=\frac{1+R}{1+R}$		
$= T^{2} \left(1 + R^{2} + R^{4} + R^{6} + \dots \right) = \frac{T^{2}}{1 - R^{2}} = \frac{1 - R}{1 + R}$ $F_{A} = RT^{2} + R^{3}T^{2} + R^{5}T^{2} + \dots =$		
$=RT^{2}\left(1+R^{2}+R^{4}+\ldots\right)=\frac{RT^{2}}{1-R^{2}}=R\frac{1-R}{1+R}$	0,5	
Conservarea energiei este exprimată de relația $R + F_A + F_D = 1$, care se poate		
verifica prin calcul direct	0,5	
Exprimarea fracțiunilor F_D și F_A prin indicele de refracție n și evaluarea lor		
numerică		
$F_D = \frac{2n}{n^2 + 1} \approx 0,776;$		
n + 1	0,5	
$F_A = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \cdot F_D \approx 0,126 \cdot 0,776 \approx 0,098.$		
A.b) Considerarea traiectelor interne pentru cele trei cazuri distincte reprezentate		
în desenele anterioare conduce la concluzia că drumul optic intern nu depinde de		
localizarea punctului de incindență (A) pe ipotenuză, adică de x. Calcule		
geometrice simple conduc, în cele din urmă, în toate cele trei cazuri, la rezultatul:	0.5	
$(ABCD) = n\frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,5	
TOTAL SUBIECTUL II.A6 puncte		

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 7 din 11

	Pagina	a 7 din 11
Subiect	Parțial	Punctaj
II.B. Rezolvarea problemei se face în trei etape:		
Etapa 11 punct		
Din relația $\frac{1}{p_0} + \frac{1}{p_0'} = \frac{1}{f}$, rezultă		
$p_0' = \frac{fp_0}{p_0 - f}$, cu $p_{01} = d_1 = 20 \text{ cm }$ şi $p_{02} = d_2 == 15 \text{ cm.}$		
Obținem		
$p_{01}^{'}=\frac{5\cdot 20}{15}=6,67cm<15cm=d_2, \text{respectiv } p_{02}^{'}=7,5cm<20cm=d_1.$ Concluzie: în situația inițială, imaginea lui $L_1(L_2)$ se formează între lentilă (punctul O) și L_2 (L_1). Când p_1 scade, $p_1^{'}$ crește adică imaginea licuriciului $L_1(L_2)$ se deplasează spre $L_2(L_1)$.	1	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		
$\overbrace{\mathbf{p}_{01}}$		

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 8 din 11

	Pagina	ı 8 din 11
Subiect	Parțial	Punctaj
Etapa 21 punct		
La întâlnirile despre care este vorba în enunț trebuie să fie îndeplinite		
condițiile (vezi și desenul):		
, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,		
$f(p_{01} - vt)$		
$\frac{f(p_{01} - vt)}{p_{01} - vt - f} + vt = p_{02},$		
1 01	1	
respectiv	1	
$\frac{f(p_{02}-vt)}{p_{02}-vt-f}+vt=p_{01},$		
$p_{02} - vt - f$		
care trec una în cealaltă când se face interschimbarea $1 \leftrightarrow 2$ și care ne conduc la		
ecuația:		
$v^2t^2 - vt[p_{01} + p_{02} - 2f] + p_{01}p_{02} - f(p_{01} + p_{02}) = 0$. Etapa 3		
Etapa 31 punct		
Soluția generală este		
$t = \frac{1}{2v} \left[p_{01} + p_{02} - 2f \pm \sqrt{(p_{01} - p_{02})^2 + 4f^2} \right].$		
$2v \begin{bmatrix} P01 & P02 & -1 & -\sqrt{(P01 & P02)} & 1 & 1 \end{bmatrix}$		
Valori numerice:		
	1	
$t = \frac{5}{4} \left(5 \pm \sqrt{5} \right)$, adică $t' = 3,455 \sec unde$,	-	
$t = \frac{1}{4}(3\pm\sqrt{3}), \qquad \text{adica} \qquad t = 3,433300 \text{ unite},$		
$t'' = 9,0451 \sec unde$.		
Corespunde fizic numai soluția t'. Soluția t" nu are sens fizic deoarece după		
5 secundeimaginea lui L_2 devine virtuală, respectiv după 7,5 secunde imaginea		
lui L_1 devine virtuală, când L_2 este deja în O (pe lentilă).		
SUBIECTUL II. B - TOTAL 3 puncte		
SUBLECTULII. B - TOTAL 3 puncte		

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 9 din 11

Subiect	Parțial	Punctaj
Subject III, total:		10
Oficiu		1 punct
A. a) Utilizând legile de conservare ale energiei și impulsului, rezultă: $hv_0 + E_0 = hv + E$;0,25 <i>puncte</i>		
$\frac{hv_0}{c} - p_0 = \frac{hv}{c}\cos\theta + p\cos\varphi; 0,25 puncte$		
$0 = \frac{h v}{c} \sin \theta - p \sin \phi; 0,25 puncte$		
$p^{2} = \left(\frac{hv_{0}}{c} - p_{0} - \frac{hv}{c}\cos\theta\right)^{2} + \left(\frac{hv}{c}\sin\theta\right)^{2};$	2	
$p^{2}c^{2} = (hv_{0})^{2} + (hv)^{2} + p_{0}^{2}c^{2} - 2hv_{0}p_{0}c - 2h^{2}v_{0}v + 2hvp_{0}c\cos\theta;$		
$E_0^2 - m_0^2 c^4 = p_0^2 c^2; E^2 - m_0^2 c^4 = p^2 c^2;$		
$E^{2} = (hv_{0})^{2} + (hv)^{2} + E_{0}^{2} - 2p_{0}c(hv_{0} - hv\cos\theta) - 2h^{2}v_{0}v\cos\theta;$		
$E^{2} = (h v_{0})^{2} + (h v)^{2} + E_{0}^{2} + 2E_{0}(h v_{0} - h v), 1,25 puncte$		
$h v = h v_0 \frac{p_0 c + E_0}{E_0 + p_0 c \cos \theta + h v_0 (1 - \cos \theta)};$		
$hv = hv_0 \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E_0}\right)^2}}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E_0}\right)^2} \cos\theta + \frac{hv_0}{E_0} (1 - \cos\theta)}.$	1,5	
$1 + \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E_0}\right)^2 \cos \theta + \frac{h v_0}{E_0} (1 - \cos \theta)}$		
Total III.A.a - 3,5 puncte		

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică* – *barem*



Pagina 10 din 11

	1 ugmu	10 4111 11
Subject	Parțial	Punctaj
b) Energia fotonului incident este: $hv_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = 2,88 \cdot 10^{-19} J; hv_0 = 1,8 \text{ eV}.$		
Deoarece $\frac{m_0 c^2}{E_0} = 10^{-4} \ll 1$, rezultă:		
$\sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E_0}\right)^2} \approx 1 - \frac{m_0^2 c^4}{2E_0^2},$		
astfel încât, pentru $\theta = \pi$, rezultă:		
$hv_{r} = hv_{0} \frac{2 - \frac{m_{0}^{2}c^{4}}{2E_{0}^{2}}}{\frac{m_{0}^{2}c^{4}}{2E_{0}^{2}} + \frac{2hv_{0}}{E_{0}}};$ $hv_{r} = E_{0} \frac{1 - \left(\frac{m_{0}c^{2}}{1E_{0}}\right)^{2}}{1 + \frac{\left(m_{0}c^{2}\right)^{2}}{4hv_{0}E_{0}}};$ $m_{0}c^{2} << E_{0}; hv_{r} = \frac{E_{0}}{(e^{2})^{2}};$	1,75	
$m_0 c^2 \ll E_0; h v_r = \frac{E_0}{1 + \frac{(m_0 c^2)^2}{4h v_0 E_0}};$ $h v_0 = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{MeV}; \ m_0 c^2 = 0,5 \text{ MeV}; \ E_0 = 5 \cdot 10^3 \text{ MeV};$ $h v_r = 629 \text{ MeV}; \ \lambda_r = \frac{hc}{h v_r} = 2 \cdot 10^{-5} \stackrel{0}{A}$		
Fotonii difuzați sub un unghi drept față de direcția fascicolului incident, în SRL, când $\theta = \pi/2$, au energiile:		
$h v = h v_0 \frac{p_0 c + E_0}{E_0 + h v_0};$ $p_0 c = E_0 \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E_0}\right)^2} \approx E_0;$	1,75	
$h v_0 \ll E_0; h v \approx 2h v_0 = 3.6 \text{ eV};$ $\lambda = \frac{hc}{hv} = \frac{\lambda_0}{2} = 3471 \stackrel{0}{A}.$		

- 1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- 2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 11 din 11

Subject	Parțial	Punctaj
Total III.A.b - 3,5 puncte		_
III.B În raport cu observatorii din referențialul terestru timpul de viață al miuonilor este dilatat conform formulei:		
$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \beta = v/c.$		
Calculul numeric ne dă:	2	
$t = 4,262 \cdot 10^{-s} \text{ sec} unde.$	L	
Grosimea stratului de aer străbătut de miuoni, față de Pământ este		
$S = vt = 12,77km$ și nu $S_0 = vt_0 \approx 660m$, cât ar putea părea dacă l-am calcula cu		
timpul de viață în sistemul propriu.		
Total III.B - 2 puncte		

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.