Subiect 1. Măsurători în spaţiu!	**Parţial**	**Punctaj**
1. Barem subiect 1		**10**
A. a) Pentru cazul clasic: $\mathrm{v_r} = \mathrm{v_B} - \mathrm{v}_A$	0,25	**1,50**
Rezultă: $\mathrm{v_r} = \frac{1}{12}c \cong 0,083c$	0,25	
Pentru cazul relativist aplicăm legea lui Einstein de compunere a vitezelor $\vec{u}\left(u_x, u_y, u_z\right) = \vec{u}(\mathrm{v_A}, 0, 0)$ şi $\vec{\mathrm{v}}\,(\mathrm{v_x}, \mathrm{v_y}, \mathrm{v_z}) = \vec{\mathrm{v}}(\mathrm{v_B}, 0, 0)$: $$u'_x = \frac{u_x - \mathrm{v}}{1 - \frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x} = \frac{\mathrm{v_A} - \mathrm{v_B}}{1 - \frac{\mathrm{v_A}\cdot \mathrm{v_B}}{\mathrm{c}^2}}$$ $$u'_y = \frac{u_y \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{1 - \frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x} = 0$$ $$u'_z = \frac{u_z \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{1 - \frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x} = 0$$	0,50	
Deci: $$u' = \sqrt{u'^2_x + u'^2_y + u'^2_z} = \left\lvert \frac{\mathrm{v_A} - \mathrm{v_B}}{1 - \frac{\mathrm{v_A}\cdot \mathrm{v_B}}{c^2}} \right\rvert$$	0,25	
Rezultă: $u' = \frac{1}{6}c \cong 0,166c$	0,25	
A. b) Pentru cazul clasic: $\mathrm{v_r} = \mathrm{v_A} + \mathrm{v_B}$	0,25	**1,50**
Rezultă: $\mathrm{v_r} = \frac{17}{12}c \cong 1,416c$ (imposibil!)	0,25	
Pentru cazul relativist aplicăm legea lui Einstein de compunere a vitezelor $\vec{u}\left(u_x, u_y, u_z\right) = \vec{u}(\mathrm{v_A}, 0, 0)$ şi $\vec{\mathrm{v}}\,(\mathrm{v_x}, \mathrm{v_y}, \mathrm{v_z}) = \vec{\mathrm{v}}(-\mathrm{v_B}, 0, 0)$: $$u'_x = \frac{u_x - \mathrm{v}}{1 - \frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x} = \frac{\mathrm{v_A} + \mathrm{v_B}}{1 + \frac{\mathrm{v_A}\cdot \mathrm{v_B}}{\mathrm{c}^2}}$$ $$u'_y = \frac{u_y \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{1 - \frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x} = 0$$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$$u'_z=\frac{u_z\cdot\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1-\frac{v}{c^2}\cdot u_x}=0$$		
Deci: $$u'=\sqrt{u'^2_x+u'^2_y+u'^2_z}=\frac{v_A+v_B}{1+\frac{v_A\cdot v_B}{c^2}}$$	0,25	
Rezultă: $$u'=\frac{17}{18}c\cong 0{,}944c$$	0,25	
A. c) Pentru cazul clasic: $$v_r=\sqrt{v_A^2+v_B^2}$$	0,25	**1,50**
Rezultă: $$v_r=\frac{\sqrt{145}}{12}c=1{,}003c \text{ (imposibil!)}$$	0,25	
Pentru cazul relativist aplicăm legea lui Einstein de compunere a vitezelor $\vec{u}(u_x,u_y,u_z)=\vec{u}(v_A,0,0)$ și $\vec{v}(v_x,v_y,v_z)=\vec{v}(0,v_B,0)$: $$u'_x=\frac{u_x\cdot\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1-\frac{v}{c^2}\cdot u_y}=v_A\cdot\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$ $$u'_y=\frac{u_y-v}{1-\frac{v}{c^2}\cdot u_y}=-v_B$$ $$u'_z=\frac{u_z\cdot\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1-\frac{v}{c^2}\cdot u_y}=0$$	0,50	
Deci: $$u'=\sqrt{u'^2_x+u'^2_y+u'^2_z}=\sqrt{v_A^2+v_B^2-\left(\frac{v_A\cdot v_B}{c}\right)^2}$$	0,25	
Rezultă: $$u'=\frac{\sqrt{109}}{12}c\cong 0{,}870c$$	0,25	
A. d) Pentru cazul clasic: $$v_r=\sqrt{v_A^2+v_B^2-2v_A\cdot v_B\cdot\cos\alpha}$$	0,25	**1,50**
Rezultă: $$v_r=\frac{\sqrt{145-72\sqrt{3}}}{12}c\cong 0{,}375c$$	0,25	

Pentru cazul relativist aplicăm legea lui Einstein de compunere a vitezelor $\vec{u}\left(u_x,u_y,u_z\right)=\vec{u}\ (\mathrm{v}_{Bx},\mathrm{v}_{By},0)=\vec{u}\ (\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha,\ \mathrm{v}_B\cdot\sin\alpha,\ 0)$ și $\vec{\mathrm{v}}\ (\mathrm{v}_x,\mathrm{v}_y,\mathrm{v}_z)=\vec{\mathrm{v}}\ (\mathrm{v}_A,0,0)$: $$u'_x=\frac{u_x-\mathrm{v}}{1-\frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x}=\frac{\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha-\mathrm{v}_A}{1-\frac{\mathrm{v}_A}{c^2}\cdot\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha}$$ $$u'_y=u_y\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}\cdot\frac{1}{1-\frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x}=\frac{\mathrm{v}_B\cdot\sin\alpha\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}_A}{c}\right)^2}}{1-\frac{\mathrm{v}_A}{c^2}\cdot\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha}$$ $$u'_z=\frac{u_z\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{1-\frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x}=0$$	0,50	
Deci: $$u'=\sqrt{u'^2_x+u'^2_y+u'^2_z}=\sqrt{\frac{\mathrm{v}_A^2+\mathrm{v}_B^2-2\mathrm{v}_A\cdot\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha-\left(\frac{\mathrm{v}_A\cdot\mathrm{v}_B\cdot\sin\alpha}{c}\right)^2}{\left(1-\frac{\mathrm{v}_A\cdot\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha}{c^2}\right)^2}}$$	0,25	
Rezultă: $$u'=\frac{\sqrt{17-9\sqrt{3}}}{4-\sqrt{3}}\cdot\frac{2c\sqrt{2}}{3}\cong 0,494c$$	0,25	
B. a) Perioada oscilațiilor pentru corpul de masă m_1 cunoscută este: $$T_1=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$$	0,25	1,50
După atașarea corpului de masă m_2, perioada oscilațiilor sistemului este: $$T_2=2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}}$$	0,25	
Corpul de masă m_2 se determină din relația: $$m_2=m_1\cdot\left[\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2-1\right]$$	0,50	
Unde: $$T_2=T_1\cdot(1+f)$$	0,25	
Rezultă: $$m_2=m_1\cdot f\cdot(f+2)$$	0,25	
B. b) Conservarea energiei: $$m_1\cdot c^2+\frac{k\cdot A^2}{2}=\frac{m_1\cdot c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}+\frac{k\cdot x^2}{2}$$	0,25	

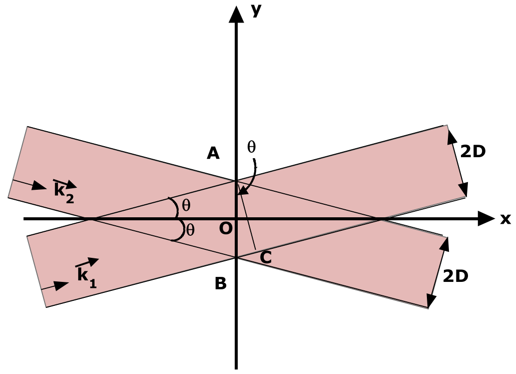
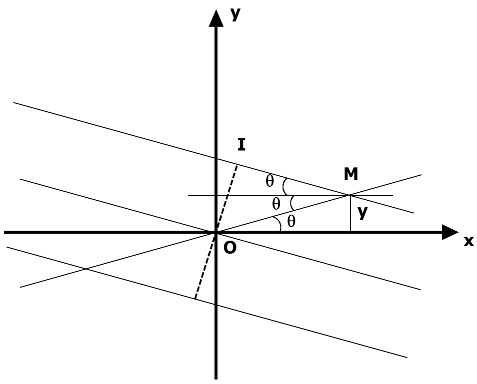
<table>
<tr><td>Perioada oscilaţiilor corpului de masă m_1 în cazul relativist este:
$$T_1' = 4\int_0^A \frac{dx}{v} = \int_0^A \frac{m_1\cdot c^2 + \frac{k}{2}\cdot\left(A^2 - x^2\right)}{c\cdot\sqrt{\frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)\cdot\left[2m_1\cdot c^2 + \frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)\right]}}\cdot dx$$
unde:
$$\mathrm{v} = c\cdot\frac{\sqrt{\frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)\cdot\left[2m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)\right]}}{m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)};\ x = A\cdot\sin\varphi;\ dx = A\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi$$</td><td>0,25</td><td rowspan="4">**1,50**</td></tr>
<tr><td>Deci:
$$T_1' = \frac{4}{c}\cdot\sqrt{\frac{2}{k}}\cdot\int_0^{\pi/2}\frac{m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi}{\sqrt{2m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi}}\cdot d\varphi$$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Utilizând aproximaţia:
$$\sqrt{2m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi}\cong\sqrt{2m_1\cdot c^2}\cdot\left(1+\frac{k}{8m_1\cdot c^2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi\right)\text{pentru } c^{-4}\cong 0.$$
Obţinem:
$$T_1' = \frac{4}{c^2\cdot\sqrt{m_1\cdot k}}\cdot\int_0^{\pi/2}\left(m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi\right)\cdot\left(1-\frac{k}{8m_1\cdot c^2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi\right)\cdot d\varphi$$</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>Rezultă:
$$T_1' = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}\cdot\left[1+\frac{3}{16}\cdot\left(\frac{A}{c}\right)^2\cdot\frac{k}{m_1}\right]$$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Oficiu</td><td></td><td>**1**</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 2. Particule în câmpuri electrice şi magnetice	Parţial	**Punctaj**
Barem subiect 2		**10**
A. a) Aplicăm principiul al II-lea al mecanicii clasice: $m\cdot\vec{a}=-e\cdot\vec{E}-e\cdot\vec{\mathrm{v}}\times\vec{B}$	0,25	**2,50**
Proiectăm relația pe axele de coordonate: $m\cdot a_x=e\cdot \mathrm{v}_y\cdot B$; $m\cdot a_y=e\cdot E-e\cdot \mathrm{v}_x\cdot B$; $m\cdot a_z=0$	0,25	
Obţinem: $\mathrm{v}_x=\frac{E}{B}-\frac{m}{e\cdot B}\cdot a_y$; $a_x=\frac{\mathrm{dv}_x}{\mathrm{d}t}=-\frac{m}{e\cdot B}\cdot\frac{\mathrm{d}a_y}{\mathrm{d}t}$; $\mathrm{v}_y=\frac{m\cdot a_x}{e\cdot B}=-\left(\frac{m}{e\cdot B}\right)^2\cdot\frac{\mathrm{d}a_y}{\mathrm{d}t}$	0,25	
Rezultă ecuaţia: $\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{v}_y}{\mathrm{d}t^2}+\left(\frac{e\cdot B}{m}\right)^2\cdot\mathrm{v}_y=0$	0,50	
Cu soluţia: $\mathrm{v}_y=A\cdot\sin\omega\cdot t=\frac{E}{B}\cdot\sin\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$	0,25	
Derivând în raport cu timpul, obţinem: $a_y=\omega\cdot A\cdot\cos\omega\cdot t=\frac{e\cdot E}{m}\cdot\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$; $\mathrm{v}_x=\frac{E}{B}-\frac{m}{e\cdot B}\cdot\frac{e\cdot E}{m}\cdot\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t=\frac{E}{B}\cdot\left(1-\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t\right)$	0,50	
În final: $\mathrm{v}_x=\frac{U}{d\cdot B}\cdot\left(1-\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t\right)$; $\mathrm{v}_y=\frac{U}{d\cdot B}\cdot\sin\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$; $\mathrm{v}_z=0$	0,50	
A. b) Din expresia vitezei pe axa y obţinem ecuația diferențială: $\mathrm{d}y=\left(\frac{U}{d\cdot B}\cdot\sin\frac{e\cdot B}{m}\cdot t\right)\cdot\mathrm{d}t$	0,50	**2,00**
Cu soluţia: $y=\frac{m\cdot U}{e\cdot d\cdot B^2}\left(1-\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t\right)$	0,50	
Se obţine astfel, relaţia: $\mathrm{v}_x=\frac{eB}{m}y$	0,25	
Aplicând teorema variaţiei energiei cinetice între momentul iniţial şi un moment ulterior, se obţine : $\frac{m}{2}\left(\mathrm{v}_x^2+\mathrm{v}_y^2\right)=eEy$	0,50	

Rezultă: $$\mathrm{v}_y=\sqrt{\frac{e\cdot U}{m\cdot d}\left(2-\frac{e\cdot d\cdot B^2}{m\cdot U}\cdot y\right)\cdot y}$$	0,25	
B. a) Aplicăm teorema de variație a impulsului: $$\mathrm{d}\left(m\cdot\vec{\mathrm{v}}\right)=e\cdot\left(\vec{\mathrm{v}}\times\vec{B}\right)\mathrm{d}t$$ unde: $$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}$$	0,25	**2,50**
Deoarece $\lvert\vec{\mathrm{v}}\rvert$ este constant pentru particulele care se deplasează în câmp magnetic, obținem: $$m\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{v}}}{\mathrm{d}t}=e\cdot\left(\vec{\mathrm{v}}\times\vec{B}\right)$$	0,25	
Proiectăm relația pe axele de coordonate: $$m\cdot\frac{\mathrm{dv}_x}{\mathrm{d}t}=e\cdot\mathrm{v}_y\cdot B \qquad (1)$$ $$m\cdot\frac{\mathrm{dv}_y}{\mathrm{d}t}=-e\cdot\mathrm{v}_x\cdot B \qquad (2)$$	0,25	
Derivăm în raport cu timpul relația (1) şi înlocuind în (2) obținem ecuația: $$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{v}_x}{\mathrm{d}t^2}+\left(\frac{e\cdot B}{m}\right)^2\cdot\mathrm{v}_x=0$$ cu soluția: $$\mathrm{v}_x=\mathrm{A}\cdot\cos\omega\cdot t=\frac{p}{m}\cdot\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$$	0,25	
Integrând, obținem relația: $$x=\frac{Am}{eB}\sin\omega t$$	0,25	
Înlocuim $\mathrm{v}_x=\frac{p}{m}\cdot\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$ în relația (1) şi obținem: $$\mathrm{v}_y=-\frac{p}{m}\cdot\sin\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$$ Integrând, obținem relația $y=\frac{Am}{eB}\cos\omega t$	0,50	
Ecuațiile anterioare arată că traiectoria particulei este un arc de cerc cu raza $R=\frac{Am}{eB}$ Pentru un unghi mic, avem: $\alpha_B\approx\frac{\mathrm{v}_y}{\mathrm{v}_x}\approx\frac{\ell}{R}$	0,50	
Rezultă: $$p=\frac{e\cdot B\cdot\ell}{\alpha_B}$$	0,25	
B. b) Aplicăm teorema de variație a energiei: $$W=W_0+e\cdot E\cdot y$$	0,25	**2,00**
Unde: $$W=\sqrt{m_0^2\cdot c^4+p^2\cdot c^2}\ \text{(la momentul } t \text{ când particula iese din câmp)}$$ $$W_0=\sqrt{m_0^2\cdot c^4+p_0^2\cdot c^2}\ \text{(la momentul inițial } t_0=0\text{)}$$	0,50	

Iar: $$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{p_0^2 + p_y^2}$$	0,25	
Dar: $$\mathrm{tg}\alpha_E \cong \alpha_E = \frac{p_y}{p_x} = \frac{p_y}{p_0}$$	0,25	
Calculăm: $$W^2 - W_0^2 = \left(p^2 - p_0^2\right)\cdot c^2 = p_y^2 \cdot c^2 = \alpha_E^2 \cdot p_0^2 \cdot c^2$$	0,25	
Rezultă: $$W_0 = \frac{\alpha_E^2 \cdot p_0^2 \cdot c^2 - e^2 \cdot E^2 \cdot y^2}{2e \cdot E \cdot y}$$	0,50	
Oficiu		**1**

Subiect 3. Anemometru Doppler cu laser	Parţial	**Punctaj**
2. Barem subiect 3		**10**
A. a) Din desen: $\cos\theta = \frac{2D}{\mathrm{AB}}$  	0,50	**1,00**
Deci: $\mathrm{AB} = \frac{2D}{\cos\theta}$	0,25	
Rezultă: $\mathrm{AB} = 1{,}0038 \cong 1\ mm$	0,25	
A. b) *Metoda 1* Vectorii de undă sunt: $\vec{k}_1 = (k\cdot\cos\theta)\cdot\vec{i} + (k\cdot\sin\theta)\cdot\vec{j}$ $\vec{k}_2 = (k\cdot\cos\theta)\cdot\vec{i} - (k\cdot\sin\theta)\cdot\vec{j}$ unde $k = n\cdot\frac{2\pi}{\lambda_0}$ Fazele celor două unde în M (x,y,z) sunt: $\Phi_1(\mathrm{M}) = \Phi_1(\mathrm{O}) + \vec{k}_1\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ $\Phi_2(\mathrm{M}) = \Phi_2(\mathrm{O}) + \vec{k}_2\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ Din enunţ $\Phi_1(\mathrm{O}) = \Phi_2(\mathrm{O})$, deci: $\Delta\Phi(\mathrm{M}) = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}} = (2k\cdot\sin\theta)\cdot(x\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j} + z\cdot\vec{k})\cdot\vec{j} = \frac{4\pi\cdot n}{\lambda_0}\cdot y\cdot\sin\theta$, iar diferenţa de drum cerută este: $\delta = \frac{\lambda_0\cdot\Delta\Phi}{2\pi} = 2n\cdot y\cdot\sin\theta$	0,50	**1,00**
Metoda 2 Din figura alăturată se observă (OI – suprafaţă de undă): $(\delta) = (\mathrm{OM}) - (\mathrm{IM}) = n\cdot(\mathrm{OM} - \mathrm{IM})$ $\mathrm{OM} = \frac{y}{\sin\theta}$ şi $\mathrm{IM} = \mathrm{OM}\cdot\cos 2\theta = \frac{y}{\sin\theta}\cdot\cos 2\theta$ Deci: $\delta = n\cdot\left(\frac{y}{\sin\theta} - \frac{y\cdot\cos 2\theta}{\sin\theta}\right) = 2n\cdot y\cdot\sin\theta$  	0,50	
A. c) Condiţia de obţinere a maximelor este:	0,25	**1,00**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$2n\cdot y\cdot\sin\theta = k\cdot\lambda_0$ Deci coordonata maximului de ordin *k* este: $y_{k,\max} = \dfrac{k\cdot\lambda_0}{2n\cdot\sin\theta}$		
Rezultă că interfranja este: $i = y_{k+1} - y_k = \dfrac{\lambda_0}{2n\cdot\sin\theta}$; $i = 2,24\ \mu\text{m}$	0,25	
Numărul de maxime care se observă este: $N = \dfrac{\text{AB}}{i} + 1$; $N = 447$ maxime	0,50	
A. d) Viteza cu care curge fluidul este: $\text{v} = \dfrac{i}{T}$	0,75	**1,00**
Rezultă: $\text{v} = 44,8\cdot 10^{-6}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$	0,25	
B. a) Alegem următoarele sisteme de referinţă: S (*x*, *y*, *z*, *t*) legat de receptor (considerat fix) şi S' (*x'*, *y'*, *z'*, *t'*) legat de sursă (se deplasează cu viteza v spre receptor). Introducem transformările Lorentz în condiţia de invarianţă a fazei: $\omega_{\text{Receptor}}\cdot\left(t+\dfrac{x}{c}\right) = \omega_{\text{Sursă}}\cdot\left(t'+\dfrac{x'}{c}\right)$	0,25	**0,75**
şi obţinem: $\nu\cdot\left(t+\dfrac{x}{c}\right) = \nu_0\cdot\left[\dfrac{t+\dfrac{\text{v}}{c^2}\cdot x}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\text{v}}{c}\right)^2}} + \dfrac{x+\text{v}\cdot t}{c\cdot\sqrt{1-\left(\dfrac{\text{v}}{c}\right)^2}}\right]$	0,25	
Rezultă: $\nu = \nu_0\sqrt{\dfrac{c+\text{v}}{c-\text{v}}}$	0,25	
B. b) Frecvenţa recepţionată de receptor depinde de viteza relativă a sursei faţă de receptor (în ambele situaţii este aceeaşi). Vom obţine acelaşi rezultat ca şi la punctul **(a)**.	0,25	**0,25**
B. c) Din relaţia: $\nu\cdot\left(t+\dfrac{x}{c}\right) = \nu_0\cdot\left[t+\dfrac{x+(\text{v}\cdot\cos\theta)\cdot t}{c}\right]$ cu: $\dfrac{x}{c}\to 0$	0,50	**1,00**
Rezultă: $\nu = \nu_0\left(1+\dfrac{\text{v}}{c}\cdot\cos\theta\right)$	0,50	
B. d) În acest caz	0,50	**1,00**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$$\nu' = \nu_0 \cdot \left(1 - \frac{u}{c}\cdot\cos\theta\right)$$ $$\nu_d = \nu'\cdot\left(1 + \frac{u}{c}\cdot\cos\theta'\right)$$ unde ν' este frecvenţa radiaţiei reflectate pe particula mobilă, iar ν frecvenţa recepţionată de detector. De aici, după neglijarea termenilor de ordinul 2 în u/c : $$\nu_d = \nu_0 \cdot \left(1 - \frac{u}{c}\cdot\cos\theta\right)\cdot\left(1 + \frac{u}{c}\cdot\cos\theta'\right) \approx \nu_0\cdot\left[1 + \frac{u}{c}\cdot\left(\cos\theta' - \cos\theta\right)\right]$$		
Deplasarea Doppler, va fi: $$\Delta\nu_D = \nu_d - \nu_0 = \nu_0\cdot\frac{u}{c}\cdot\left(\cos\theta' - \cos\theta\right) = n\cdot\frac{u}{\lambda_0}\cdot\left(\cos\theta' - \cos\theta\right)$$	0,50	
B. e) Deplasarea Doppler este maximă dacă $\theta' = 180°$ (radiaţia este reflectată în sens opus celei incidente) şi $\theta = 0°$ (radiaţia cade pe direcţia mişcării particulei). În acest caz: $$\left\|\Delta\nu_{\mathrm{D,max}}\right\| = \frac{2\cdot\nu_0\cdot u}{c} = \frac{2n\cdot u}{\lambda_0}$$	0,25	
şi $$\varepsilon = \frac{\left\|\Delta\nu_{\mathrm{D,max}}\right\|}{\nu_0} = \frac{2u}{c}$$	0,25	**1,00**
Observăm că ε are ordinul de mărime 10^{-13}, dar având în vedere că frecvenţa radiaţiei vizibile este de ordinul 10^{15} Hz, rezultă o deplasare de ordin de mărime 10^{2} Hz, de care trebuie să se ţină seama în anemometria laser.	0,50	
Oficiu		**1**

Barem propus de:

Prof. Liviu Arici, Colegiul Naţional „Nicolae Bălcescu” Brăila
Prof. Corina Dobrescu, Colegiul Naţional de Informatică „Tudor Vianu”Bucureşti
Prof. Gabriel Florian, Colegiul Naţional „Carol I” Craiova
Prof. Victor Stoica, Inspectoratul Şcolar al Municipiului Bucureşti

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.