



Pagina 1 din 4

	1 u	gina 1 din 4
Subiect	Parțial	Punctaj
1. Barem subject 1		10
a). Putem scrie $P = UI\cos\phi$ și $U = RI_R = RI\cos\phi$, astfel încât $P = RI^2\cos^2\phi \le RI^2 \equiv P_m$. Puterea maximă P_m se atinge pentru pentru $\phi = 0$, adica pentru frecvența de rezonanță $\nu_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$. În general, defazajul ϕ poate varia de la $-\pi/2$ la $+\pi/2$.	1.5	
$\label{eq:continuous_problem} \begin{array}{ c c c c c c c c } \hline \textbf{Deoarece} & P_r = UI\sin\phi, & \textbf{rezultă} & \textbf{că} & X(\phi) = P_r/P_m = (U/RI)\sin\phi = \cos\phi\sin\phi = (1/2)\sin(2\phi). \\ \hline \textbf{Apoi} & S = UI & \textbf{Şi} & Y(\phi) = S/P_m = UI/RI^2 = U/RI = \cos\phi, & \textbf{respectiv} \\ \hline & K(\phi) = P/P_m = (UI\cos\phi)/RI^2 = (U\cos\phi)/RI = \cos^2\phi. \\ \hline & \textbf{Reprezentările} & \textbf{grafice} & X(\phi), Y(\phi), K(\phi) & \textbf{sunt} & \textbf{cele} & \textbf{ale} & \textbf{funcțiilor} \\ \hline & \textbf{trigonometrice respective.} \\ \hline \end{array}$	1.5	5
Folosind o trigonometrie uzuală (pentru eliminarea unghiului φ între K și Y, respectiv K și X) obținem, pe de o parte, $K = Y^2$ și, pe de altă parte, $X^2 + K^2 - K = 0$. În primul caz avem de-a face cu o parabolă simplă (cu vârful în origine). În al doilea caz avem de-a face cu cercul $X^2 + (K - 1/2)^2 = (1/2)^2$, având centrul în $(X = 0, K = 1/2)$ și raza ½.	2	
b). $W_m = (L/2)I_L^2 = (L/2)(U^2/\omega^2L^2) = U^2/2L\omega^2$ și $W_e = (C/2)U^2$. Eliminăm U^2 între cele două relații și ținem cont că, la rezonanță, $\omega_0L = 1/\omega_0C$, cu $\omega_0 = 2\pi v_0$. În final $W_e/W_m = (v/v_0)^2$, care este o <i>parabolă simplă</i> (are doar termenul pătratic).	1.5	1.5
c). La un circuit paralel tensiunea este aceeași pe R, L și C, indiferent de valoarea defazajului curent-tensiune. Așadar, vârful fazorului $\overset{1}{U}$ descrie un semi-cerc când ϕ variază între $-\pi/2$ și $+\pi/2$.	0.5	0.5
d). Din relația $1/Z = \sqrt{1/R^2 + (\omega C - 1/\omega L)^2}$ rezultă $Z = (\omega R L)/\sqrt{(\omega L)^2 + R^2(1 - LC\omega^2)^2}$. Apoi, știind că $X_L = \omega L$, găsim ușor că $I_L = U/X_L = I(Z/X_L) = I/\sqrt{(\nu/\nu_0)^4 + (\nu/2\nu_0)^2 + 1} \le I$. Aici s-a ținut cont și de relația din enunț (referitoare la R). Rezultă că $I_{L,max} = I$, pentru $\nu = 0$.	1	2
Acum, din relația $I_C = I(Z/X_C)$, cu $X_C = 1/\omega C$, și ținând cont de relația din enunț, obținem $I_C = I/\sqrt{(v_0/v)^4 + (v_0/2v)^2 + 1} \le I$. Concret, $I_{C,max} = I$, pentru $v \to \infty$ (practic, pentru $v > >> v_0$).	1	
Oficiu		1

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.





Pagina 2 din 4

Subject	Parțial	Punctaj
2. Barem subject 2	ı aı çıaı	10 10
a). Fiecare din fasciculele luminoase care trec prin S ₂ şi S ₁ au formă semiconică. În fiecare plan transversal intermediar, zona lor comună este semicirculară (cu centrul în E, în planul ce trece prin M; vezi desenul din enunț). Existând suprapunere de unde coerente, se produce interferență.	1	1
b). Fie M un punct oarecare din "câmpul de interferență". Diferența de drum optic a razelor ce pornesc din S și ajung în M este $\Delta = (SL_2M) - (SL_1M) = (SL_2S_2) + (S_2M) - [(SL_1S_1) - (S_1M)] = \\ = (SO_2S_2) - (SO_1S_1) + (S_2M) + (S_1M) = - S_1S_2 + (S_2M) + (S_1M), \text{ unde } S_1S_2 = z_1 - z_2, \\ (S_2M) = \sqrt{r^2 + (z - z_2)^2} \approx z - z_2 + \frac{r^2}{2(z - z_2)}, (S_1M) = \sqrt{r^2 + (z_1 - z)^2} \approx z_1 - z + \frac{r^2}{2(z_1 - z)}, \\ \text{obținem} \qquad \Delta \ ; \ \frac{r^2}{2} \cdot \frac{z_1 - z_2}{(z - z_2)(z_1 - z)}. \\ \text{La evaluarea lui } \Delta \ s - a \ folosit "staționaritatea drumurilor optice" de la S la S_1 și de la S la S_2; în plus, s - a utilizat aproximația precizată în enunț.}$	3	
Diferența totală de drum optic este însă $^{\Delta_{total} = \Delta + \lambda/2}$. Motivul pentru care apare suplimentar drumul optic de $^{\lambda/2}$ este acela că în punctul M interferă o undă divergentă (cea care vine din S_2 spre M) cu una convergentă (care merge de la M spre S_1). Însă, pe cea convergentă (regresivă), o putem imagina ca pe undă divergentă (progresivă), "venind" spre M după ce s-a reflectat în punctul S_1 , cu salt de fază de $^{\pi}$ radiani.	0.5	
Pentru semicercul întunecat de ordinul k putem scrie $^{\Delta_{total}=(k+1/2)\lambda}$, sau echivalent $^{\Delta=k\lambda}$. Raza semi-inelului întunecat, de ordinul k, este $^{r=\sqrt{\frac{2k\lambda(z-z_2)(z_1-z)}{z_1-z_2}}}$. Când $^{k=0}$, avem $_{r=0}$ (în acord cu precizarea din enunţ, conform căreia E este punct întunecat).	1.5	6
În aplicația numerică $z_1 = p_1^2/(p_1 - f) = 250 \text{cm}, \ z_2 = p_2^2/(p_2 - f) = 180 \text{cm}.$ Corespunzător $r = 0,4 \text{mm}.$	1	
c). Maximul funcției $F(z) = (z-z_2)(z_1-z) = -z^2 + (z_1+z_2)z - z_1z_2$ se obține prin anularea derivatei de ordinul întâi $F'(z)$. El se poate afla însă și algebric. În final obținem $z = (1/2)(z_1+z_2)$, adică punctul E este la mijlocul zonei de interferență.	2	2
Oficiu		1

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.





Pagina 3 din 4

Subject	Parțial	Punctaj
3. Barem subject 3		10
A. Față de referențialul exterior, fix, impulsul luminos care ajunge nava venind din urmă, este recepționat (pe navă) la momentul t_1 dat de relația evidentă $ct_1 = L/2 + vt_1$. De aici găsim $t_1 = \frac{L}{2(c-v)} = \frac{L}{2c(1-\beta)}$.	1	
În raport cu sistemul de referință al navei cosmice, acestui moment îi corespunde momentul $t_1' = t_1 \sqrt{1-\beta^2}$, adică $t_1' = \frac{L}{2c(1-\beta)} \sqrt{1-\beta^2} = \frac{L}{2c} \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$. (*)	1	4.5
Pentru celălalt impuls luminos, care se propagă în întâmpinarea navei cosmice, momentul t_2 (față de referențialul exterior, fix) al recepționării sale pe navă se determină din relația evidentă $ct_2 = L/2 - vt_2$. De aici rezultă $t_2 = \frac{L}{2(c+v)} = \frac{L}{2c(1+\beta)}$.	1	
În raport cu sistemul de referință al navei cosmuice, momentului t_2 îi corespunde momentul $t_2' = t_2 \sqrt{1-\beta^2}$, adică $t_2' = \frac{L}{2c(1+\beta)} \sqrt{1-\beta^2} = \frac{L}{2c} \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$.	1	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	0.5	

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.





Pagina 4 din 4

B. a). Laturile 1-2 și 4-5 se vor contracta fiecare cu factorul $\sqrt{1-\beta^2}$. Celelalte patru laturi sunt înclinate cu unghiul $\theta=60^0$ față de direcția de translație. În sistemul propriu, fiecare din aceste laturi au componente de forma $\frac{1}{x}=a\cos\theta=a/2$, respectiv $\frac{1}{y}=a\sin\theta=a\sqrt{3}/2$ (axa x este în lungul direcției de translație iar axa y este perpendiculară pe această direcție). Componenta $\frac{1}{x}$ se va contracta cu factorul $\sqrt{1-\beta^2}$, iar componenta $\frac{1}{y}$ rămâne nemodificată. Prin urmare, față de sistemul de referința care translatează pe o direcție paralelă cu latura 1-2, fiecare astfel de latură va avea lungimea $\frac{1'=\sqrt{\frac{1}{x}(1-\beta^2)+1^2_y}}{2}=\frac{a}{2}\sqrt{4-\beta^2}.$ Perimetrul "hexagonului" este $\frac{P'_a=2a\sqrt{1-\beta^2}+41'=2a[\sqrt{1-\beta^2}+\sqrt{4-\beta^2}]}{2}$. Numeric $\frac{P'_a=(a/2)(\sqrt{7}+\sqrt{55})}{2}$ $\leq 5,031a$.	0.75	2.25
B. b). De data aceasta laturile 3-4 și 6-1 nu se contractă, rămânând cu lungimea a fiecare. Celelalte patru laturi sunt înclinate cu unghiul $\theta = 30^{\circ}$ față de direcția de translație. In consecință $\frac{1}{x} = a\cos\theta = a\sqrt{3}/2$, respectiv $\frac{1}{y} = a\sin\theta = a/2$ și $\frac{1' = \sqrt{1_x^2(1-\beta^2) + 1_y^2}}{2} = \frac{a}{2}\sqrt{4-3\beta^2}$.	0.75	2.25
Perimetrul "hexagonului" este $P_b'=2a+41'=2a[1+\sqrt{4-3\beta^2}]$. Numeric $P_b'=(a/2)(\sqrt{37}+4)\cong 5,041a$.	0.75	1

Subiecte propuse de:

Prof. univ. dr. Florea Uliu, Facultatea de Fizică, Universitatea din Craiova Prof. Larisa Măgherușan, inspector de Fizică la ISJ Hunedoara, municipiul Deva

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.