

2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin **Proba teoretică – barem**



Pagina 1 din 5

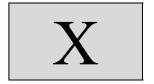
Subiect	Parțial	Punctaj
1. Subject 1, total:		10
a)		3,00
A.		1,25
$\begin{cases} V_{1} = \frac{q_{1}}{4\pi\varepsilon_{0}R_{1}} + \frac{q_{2}}{4\pi\varepsilon_{0}R_{2}} \\ V_{2} = \frac{q_{1}}{4\pi\varepsilon_{0}R_{2}} + \frac{q_{2}}{4\pi\varepsilon_{0}R_{2}} \end{cases}$	0,50	
$\left(\right) ^{2}=4\pi \varepsilon _{0}R_{2}-4\pi \varepsilon _{0}R_{2}$		
$p_{11} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$		
$\begin{cases} p_{12} = p_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \end{cases}$	0,75	
$p_{22} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$		
В.		1,25
$\begin{cases} V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 d} \\ V_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \end{cases}$	0,50	
$\begin{cases} p_{11} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} \\ p_{12} = p_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 d} \\ p_{22} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \end{cases}$	0,75	
Pentru cele două cazuri particulare se constată că $p_{12} = p_{21}$	0,50	0,50
b)		3,00
$W = \frac{1}{2} (q_1 V_1 + q_2 V_2)$	0,50	
$W = \frac{1}{2} \left[p_{11}q_1^2 + q_1q_2(p_{12} + p_{21}) + p_{22}q_2^2 \right]$	0,50	
$\begin{cases} V_1' = p_{11}(q_1 + \Delta q_1) + p_{12}q_2 = V_1 + p_{11}\Delta q_1 \\ V_2' = p_{21}(q_1 + \Delta q_1) + p_{22}q_2 = V_2 + p_{21}\Delta q_1 \end{cases}$	0,50	

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 2 din 5

Subject	Parțial	Punctaj
$W' = \frac{1}{2} \left[(q_1 + \Delta q_1) V_1' + q_2 V_2' \right]$	0,50	
$W' = \frac{1}{2} \left(\underbrace{q_1 V_1 + q_2 V_2}_{=2W} + p_{11} q_1 \Delta q_1 + p_{21} q_2 \Delta q_1 + V_1 \Delta q_1 + \underbrace{p_{11} \Delta q_1^2}_{\cong 0} \right)$	0,50	
$\Delta W = W' - W = \frac{1}{2} \left[2 p_{11} q_1 + q_2 (p_{12} + p_{21}) \right] \Delta q_1$	0,50	
c)		3,00
$L = \Delta q_1 V_1$ (sau V_1 ', deoarece $\Delta q_1^2 \cong 0$)	1,00	
$L = (p_{11}q_1 + p_{12}q_2)\Delta q_1$	0,50	
$L = \Delta W \implies p_{11}q_1 + p_{12}q_2 = \frac{1}{2} \left[2p_{11}q_1 + q_2(p_{12} + p_{21}) \right] \implies p_{12} = p_{21}$	1,00	
Interpretarea rezultatului: dacă o sarcină Q plasată pe conductorul (1) determină potențialul V pe conductorul (2), atunci sarcina Q plasată pe conductorul (2) determină același potențial V pe conductorul (1).	0,50	
Oficiu		1

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin *Proba teoretică – barem*



Pagina 3 din 5

Subject	Parțial	Punctaj
2. Subject 2, total:		10
a)		3,00
$E \uparrow \qquad \qquad R_1 \qquad \qquad R_2 \qquad \qquad I_2 $	0,25	
$I_0 = \frac{E}{R_0}$	0,25	
$\begin{cases} R_1 = \frac{d}{\ell} R = xR \\ R_2 = \frac{\ell - d}{\ell} R = (1 - x) R \end{cases}$	0,50	
$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ E = 2I_1R_1 + IR_0 \\ E = 2I_2R_2 + IR_0 \end{cases}$	0,75	
$I = \frac{E(R_1 + R_2)}{2R_1R_2 + R_0(R_1 + R_2)} \implies I(x) = \frac{I_0}{1 + 2kx(1 - x)}; x \in [0, 1]$	1,25	
b)		3,00
$I(x) = \frac{I_0}{f(x)}$, în care $f(x) = -2kx^2 + 2kx + 1$ funcție de gradul II cu punct de maxim	0,50	
$f(x)$ are maxim în punctul $x_0 = \left[-\frac{b}{2a} \right] = \frac{1}{2}$	0,25	
Intensitatea este minimă la $d_0 = \frac{1}{2} \ell$	0,25	
$I_{\min} = \frac{2I_0}{2+k} \Rightarrow I_{\min} = 0.95I_0$	0,25	

^{1.} Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.

^{2.} Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003 Drobeta – Turnu Severin Proba teoretică – barem

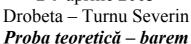


Subject	Parțial Partial	agina 4 d Puncta
$\begin{cases} I_{1} = \frac{E - IR_{0}}{2R_{1}} \\ I_{2} = \frac{E - IR_{0}}{2R_{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_{1}(x) = \frac{(1 - x)I_{0}}{1 + 2kx(1 - x)} \\ I_{2}(x) = \frac{xI_{0}}{1 + 2kx(1 - x)} \end{cases} ; x \in [0, 1]$	0,50	Tuneta
$\begin{cases} I(0) = I_0 \\ I_1(0) = I_0 \\ I_2(0) = 0 \end{cases}; \begin{cases} I(x_0) = I_{\min} \\ I_1(x_0) = I_{\min}/2 \\ I_2(x_0) = I_{\min}/2 \end{cases}; \begin{cases} I(1) = I_0 \\ I_1(1) = 0 \\ I_2(1) = I_0 \end{cases}$	0,50	
1.0 9 8 7 6 8 5 4 3 2 1 0 0 2 4 8 8 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0,75	
c)		3,00
Diviziuni echidistante pe scala voltmetrului ar corespunde unor dependențe liniare ale curenților prin cele două generatoare $I_{1,2}(x)$	0,50	
Graficele dependențelor liniare $I_{1,2}(x)$, cu condițiile la limită impuse, se intersectează în punctul $\left(\frac{1}{2}, \frac{I_0}{2}\right)$	0,50	
Dacă dependențele ar fi liniare, când troleibuzul este la mijlocul distanței, acul voltmetrului ar trebui să fie la jumătatea scalei, corespunzător unui curent prin fiecare generator egal cu $I_0/2$	0,50	
În realitate, acul voltmetrului va indica o tensiune corespunzătoare curentului $I_{\min}/2$, fiind astfel sub jumătatea scalei.	0,50	
În consecință, din indicația voltmetrului rezultă că troleibuzul este înainte de jumătatea liniei, când în realitate el se află la jumătatea liniei.	0,50	
Eroarea relativă este: $\varepsilon = \frac{\frac{I_0}{2} - \frac{I_{\min}}{2}}{\frac{I_0}{2}} \implies \varepsilon = 1 - \frac{I_{\min}}{I_0} = 0,05 \implies \varepsilon = 5\%$	0,50	
2 Oficiu		1

- 1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- 2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



2-9 aprilie 2003





	Pa	agina 5 din
Subiect	Parțial	Punctaj
3. Subject 3, total:		10
a)		3,00
$\left\{ egin{aligned} P_S &= rac{E^2 R_S}{ig(R_S + rig)^2} \ P_P &= rac{E^2 R_P}{ig(R_P + rig)^2} \end{aligned} ight.$	0,50	
$P_S = P_P$ pentru $R_S R_P = r^2$ (nu necesită demonstrație)	0,50	
$P' = \frac{4E^{2}(R_{S} + R_{P})}{(R_{S} + R_{P} + 2r)^{2}} \Leftrightarrow P' = \frac{4E^{2}(R_{S} + R_{P})}{[(R_{S} + r) + (R_{P} + r)]^{2}}$	0,50	
$\begin{cases} R_S + r = E\sqrt{\frac{R_S}{P}} \\ R_P + r = E\sqrt{\frac{R_P}{P}} \end{cases} \Rightarrow P' = \frac{4P(R_S + R_P)}{\left(\sqrt{R_S} + \sqrt{R_P}\right)^2} = \frac{4P(R_S + R_P)}{R_S + R_P + 2\sqrt{R_S}R_P}$	1,00	
$P' = \frac{4n}{n+2}P$	0,50	
b)		3,00
$\begin{cases} R_S + R_P = nr \\ R_S R_P = r^2 \end{cases} \Rightarrow R^2 - nrR + r^2 = 0$	1,00	
$R_{S, P} = \frac{nr \pm \sqrt{n^2r^2 - 4r^2}}{2} \implies R_S = \frac{r}{2} \left(n + \sqrt{n^2 - 4} \right); R_P = \frac{r}{2} \left(n - \sqrt{n^2 - 4} \right)$	1,50	
Problema este posibilă pentru $n > 2$	0,50	
c)		3,00
$\begin{cases} R_S = R_1 + R_2 + R_3 \\ \frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{cases} \implies \frac{R_S}{R_P} = \left(R_1 + R_2 + R_3\right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \ge 9$	1,00	
$\left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2}{R_1}\right) + \left(\frac{R_2}{R_3} + \frac{R_3}{R_2}\right) + \left(\frac{R_1}{R_3} + \frac{R_3}{R_1}\right) \ge 6$	0,50	
$(\forall) x > 0, x + \frac{1}{x} \ge 2 \implies \frac{R_k}{R_j} + \frac{R_j}{R_k} \ge 2, k, j = 1, 2, 3$	1,00	
Pentru un număr n de rezistori $x = n^2$	0,50	
Oficiu		1

(prof. dr. Florea Uliu – Universitatea Craiova

prof. Dorel Haralamb – Colegiul Național "Petru Rareș", Piatra Neamț, prof. Gabriel Octavian Negrea – Colegiul Național "Gheorghe Lazăr", Sibiu)

- 1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- 2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.