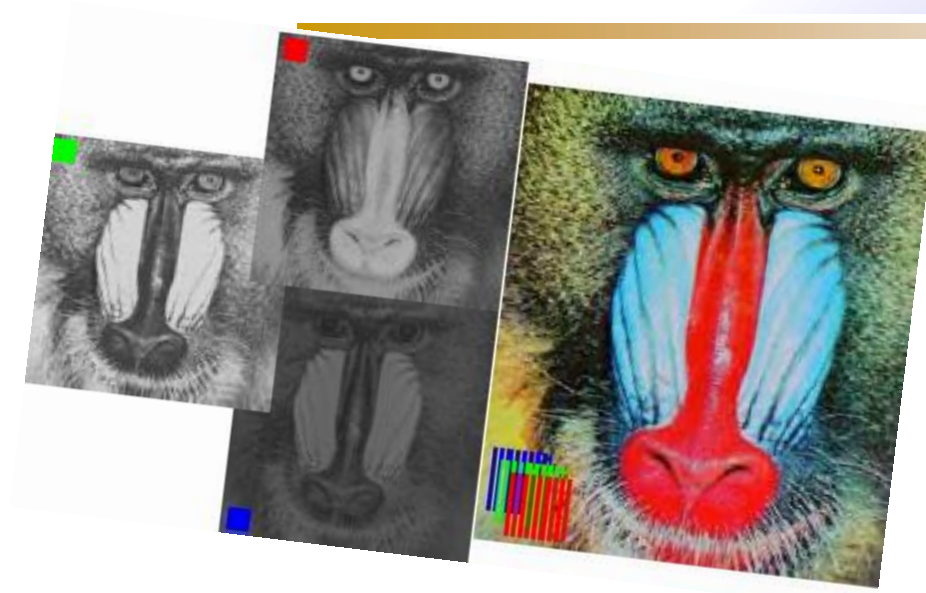


Prof. Dr. Leandro Alves Neves

Bacharelado em Ciência da Computação



Aula 04

Processamento Digital de  
Imagens

# Sumário

- **Métricas**
  - **Entropia em Imagens**
  - **Relacionamento entre Elementos da Imagem**
  - **Medidas de Distância**

# Entropia em Imagens

- Entropia ou Incerteza

- Introduzido por Shannon (1948)

- Medir a quantidade de **informação transferida por um canal ou gerada por uma fonte.**

- Quanto **maior** o valor de **entropia**

- Mais incerteza

- Mais **informação** presente

- **Informação:**

- Modelada como probabilística

# Entropia em Imagens

## ■ Imagem

- A distribuição dos níveis de intensidade da imagem
  - Transformada em uma **função densidade de probabilidade**
  - **Dividindo:**
    - O número de pixels de intensidade  $i$ , denotado por  $n_i$ , pelo número total  $n$  de pixels na imagem
- Portanto, a **imagem é considerada um processo aleatório**
  - **Probabilidade  $p_i$  de um pixel assumir um valor  $i$ , em que  $i = 0, 1, \dots, L_{\max}$**

$$p_i = \frac{n_i}{n}, \text{ em que } \sum_{i=0}^{L_{\max}} p_i = 1.$$

- A entropia de Shannon para imagem é calculada por:  $H = - \sum_{i=0}^{L_{\max}} p_i \log p_i.$

# Entropia em Imagens

- **Valores de Entropia: Medida Positiva**
  - Considerando a base do logaritmo como 2
    - A unidade resultante é dada em bits
  - Menor valor : 0
    - Todos os pixels possuem o mesmo valor de luminância
  - Máxima entropia
    - **Mesma quantidade de pixels para todas as intensidades**

# Entropia em Imagens

Mínima



(a)  $H=0$



(b)  $H=1$



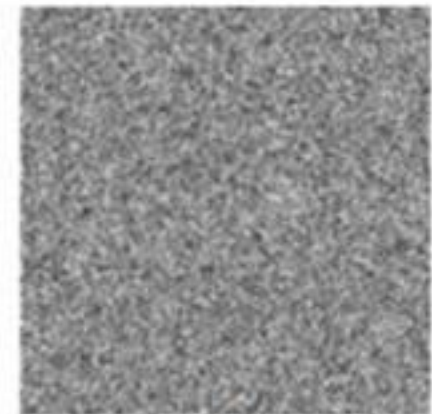
(c)  $H=1$



(d)  $H=2$



(e)  $H=4$



(f)  $H=8$

256 níveis de cinza possíveis  
distribuídos com a mesma  
quantidade de pixels

**Máxima entropia**

# Relacionamento entre Elementos da Imagem

- Um elemento  $f$  :
  - Matriz bidimensional: pixel  $f(x,y)$
  - Matriz tridimensional: voxel  $f(x,y,z)$
- **Relacionamentos entre elementos:**
  - Vizinhança
  - Conectividade
  - Adjacência
  - Caminho
  - Componentes Conexos
  - Borda e Interior

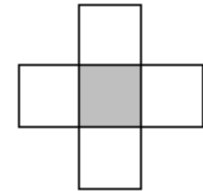
# Relacionamento entre Elementos da Imagem

## ■ Vizinhança-4:

□ Quatro pixels vizinhos horizontais e verticais do pixel  $f(x,y)$

□ Coordenadas:  $N_4(f)$

■  $(x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1)$

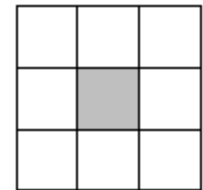


## ■ Vizinhança-8:

□ Oito pixels vizinhos: horizontais, verticais e diagonais do pixel  $f(x,y)$

□  $N_d(f) = (x-1, y-1), (x-1, y+1), (x+1, y-1), (x+1, y+1)$

□ Coordenadas:  $N_8(f) = N_4(f) \cup N_d(f)$





# Relacionamento entre Elementos da Imagem

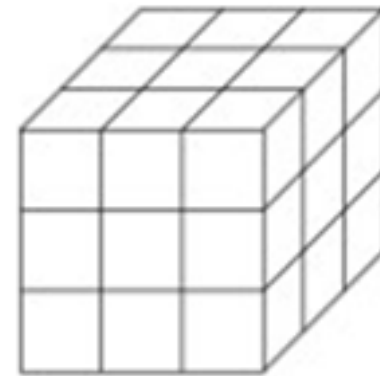
## ■ Vizinhança para $f(x,y,z)$ :



Vizinhança-6



Vizinhança-18



Vizinhança-26

## ■ Exemplo,

- $N_d(f) = (x-1, y, z), (x+1, y, z), (x, y-1, z), (x, y+1, z), (x, y, z-1), (x, y, z+1)$

# Relacionamento entre Elementos da Imagem

## ■ Adjacência

- Dois elementos  $f_1$  e  $f_2$  são adjacentes se:

- Conexos por alguma vizinhança

0	1	0
0	1	0
1	0	0

- Dois conjuntos de pixels  $C_1$  e  $C_2$  são adjacentes se:

- Pelo menos um elemento de  $C_1$  é adjacente a um elemento de  $C_2$ .

0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0

# Relacionamento entre Elementos da Imagem

## ■ Conectividade

□ Elementos conexos, se:

■ ***Vizinhos e***

■ Atendem algum ***critério de similaridade***,

□ Por exemplo, mesma profundidade (1)

0	1	0
0	1	0
0	0	0

# Relacionamento entre Elementos da Imagem

## ■ Caminho

□ Sequência de pixels entre dois elementos  $(x_0, y_0)$  e  $(x_n, y_n)$ :

■  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ , tal que:


□  $n$  é o comprimento do caminho

□  $(x_i, y_i)$  e  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  **são adjacentes**

## ■ Exemplos,

□ Caminho-4: comprimento 8 

0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0

□ Caminho-8: comprimento 6 

0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	0

# Relacionamento entre Elementos da Imagem

## ■ Componentes Conexos

- Definição: Subconjunto de elementos  $C$  da imagem que são conexos entre si

- Dois elementos  $f_1$  e  $f_2$  são conexos se:

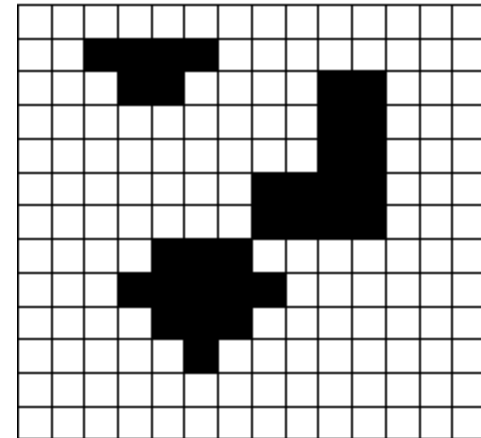
- **Existir caminho de  $f_1$  a  $f_2$  contido em  $C$**

- 3 Componentes Conexos

- **Se vizinhança-4**

- 2 Componentes Conexos

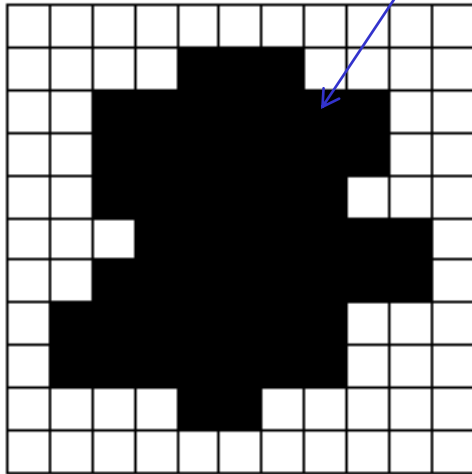
- **Se vizinhança-8**



# Relacionamento entre Elementos da Imagem

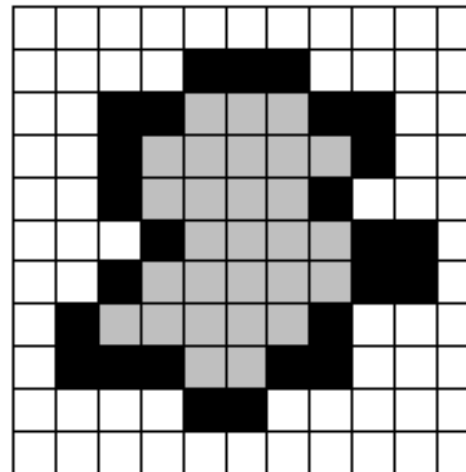
## ■ Borda e Interior

- Dado um conjunto  $C$



**Borda:**

Pontos no contorno do componente conexo  $C$ .



■ borda

■ interior

**Interior:**

Pixels de  $C$  que não estão em sua borda

# Medidas de Distância

- Considere os pixels:
  - $f_1(x_1, y_1), f_2(x_2, y_2)$  e  $f_3(x_3, y_3)$
- Qualquer métrica de distância  $D$  deve satisfazer as propriedades:
  - $D(f_1, f_2) \geq 0$  ( $D(f_1, f_2) = 0$  se, e somente se,  $f_1 = f_2$ )
  - $D(f_1, f_2) = D(f_2, f_1)$
  - $D(f_1, f_3) \leq D(f_1, f_2) + D(f_2, f_3)$
- Existem diferentes Métricas

# Medidas de Distância

- *Distância Euclidiana* ( $D_E$ ) entre  $f_1(x_1, y_1)$  e  $f_2(x_2, y_2)$  é dada por:

$$D_E(f_1, f_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

- Pixels  $D_E$  menor ou igual a algum valor  $d$  **formam um disco de raio  $d$  centrado em  $f_1$** 
  - Exemplo, considerando  $D_E \leq 3$  de um ponto central  $(x, y)$ , temos:

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & 3 & & & \\
 & 2\sqrt{2} & \sqrt{5} & 2 & \sqrt{5} & 2\sqrt{2} & \\
 & \sqrt{5} & \sqrt{2} & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{5} & \\
 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\
 & \sqrt{5} & \sqrt{2} & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{5} & \\
 & 2\sqrt{2} & \sqrt{5} & 2 & \sqrt{5} & 2\sqrt{2} & \\
 & & & 3 & & & 
 \end{array}$$

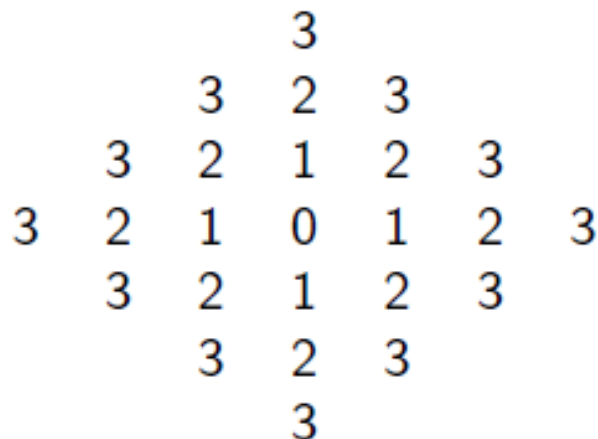


# Medidas de Distância

- *Distância* ( $D_4$ ) ou *City-block* entre  $f_1(x_1, y_1)$  e  $f_2(x_2, y_2)$  é dada por:

$$D_4(f_1, f_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

- Pixels  $D_E$  menor ou igual a algum valor  $d$  formam um **losango centrado em  $f_1$** 
  - Pontos com distância 1 são os pixels com vizinhança-4 do ponto central.
  - Exemplo, considerando  $D_E \leq 3$  de um ponto central  $(x, y)$ , temos:



**Caminho mais curto entre esses pixels, considerando-se a vizinhança-4**

# Medidas de Distância

- *Distância* ( $D_8$ ) (*Chessboard* ou Chebyshev) entre  $f_1(x_1, y_1)$  e  $f_2(x_2, y_2)$  é dada por:

$$D_8(f_1, f_2) = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|)$$

- Pixels  $D_E$  menor ou igual a algum valor  $d$  formam um **quadrado centrado em  $f_1$** 
  - Pontos com distância 1 são os pixels com vizinhança-8 do ponto central.
  - Exemplo, considerando  $D_E \leq 3$  de um ponto central  $(x, y)$ , temos:

3	3	3	3	3	3	3
3	2	2	2	2	2	3
3	2	1	1	1	2	3
3	2	1	0	1	2	3
3	2	1	1	1	2	3
3	2	2	2	2	2	3
3	3	3	3	3	3	3

**Caminho mais curto entre esses pixels, considerando-se a vizinhança-8**

# Exercícios

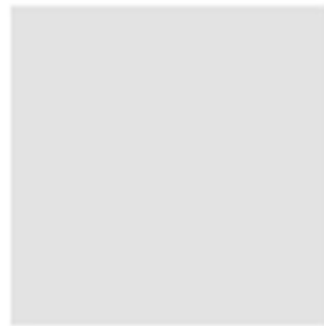
1. Calcule o valor da entropia para a imagem 4 x 8, de 256 tons de cinza, dada a seguir:

22	22	22	95	167	234	234	234
22	22	22	95	167	234	234	234
22	22	22	95	167	234	234	234
22	22	22	95	167	234	234	234

2. Reproduza as imagens apresentadas no slide 06, com dimensões: 256 x 256 e 256 níveis de profundidade. Escreva um programa para calcular e fornecer o valor de entropia de cada imagem. Em seguida, aplique sobre cada imagem os ruídos aditivos: sal e pimenta; uniforme, gaussiano e poisson. As distribuições devem ser fornecidas pelo usuário. Após este processo, verifique o resultado obtido em cada imagem e calcule as entropias para cada uma. A entropia permitiu verificar a presença de ruído em cada imagem? Se sim, explique em quais casos e justifique suas respostas.

# Exercícios

3. Reproduza as imagens a seguir, disponíveis no slide 06, considerando as dimensões 256x256 e profundidade 8 bits. Em seguida, desenvolva um programa para apresentar o total de componentes conexos em cada caso.



(a)



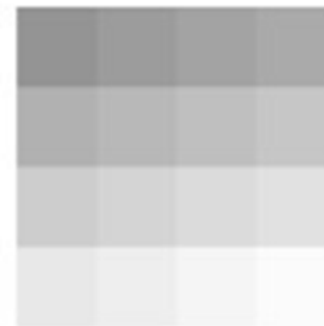
(b)



(c)



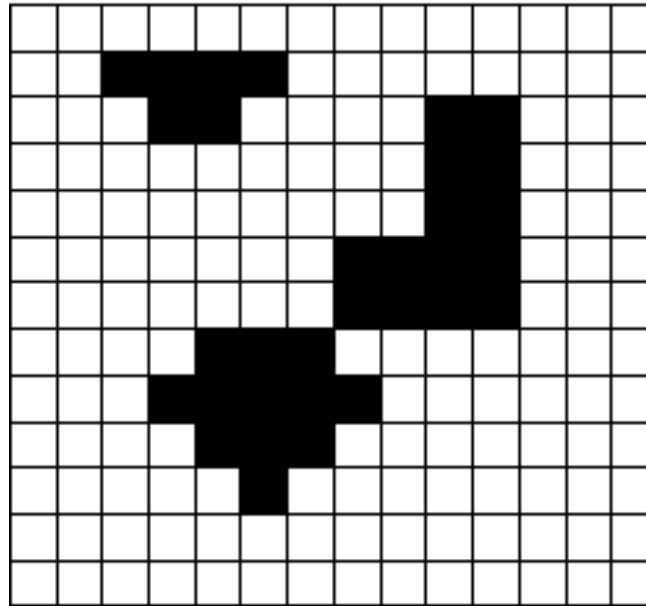
(d)



(e)

# Exercícios

4. Reproduza a imagem a seguir e utilize o programa desenvolvido no exercício anterior para fornecer o total de componentes conexos existentes. Em seguida, o programa deve fornecer as distâncias  $D_E$ ,  $D_4$  e  $D_8$  entre pontos escolhidos pelo usuário. O programa deve satisfazer as propriedades estabelecidas para o cálculo de uma distância, independente da métrica escolhida.



# Referências

1. Pedrini, H., Schwartz, W. R. Análise de Imagens Digitais: Princípios Algoritmos e Aplicações. São Paulo: Thomson Learning, 2008.
2. Marques Filho, O., Vieira Neto, H. Processamento Digital de Imagens, Rio de Janeiro: Brasport, 1999.

