

Prof. Dr. Leandro Alves Neves

Bacharelado em Ciência da Computação




Aula 02

Processamento Digital de  
Imagens

# Sumário

- **Tipos de Sinais**
- **Digitalização**
  - Discretização, Amostragem e Quantização
  - Imagens Multibanda, Multiespectral e Multidimensional
- **Distribuição de frequências**
- **Ruído em Imagens**

# Tipos de Sinais

- De um ponto de vista geral, um **Sinal** é:
  - Manifestação de um **fenômeno**  expresso de **forma quantitativa**.
- **Meio de Representação: Função\***
  - **Variáveis independentes** (uma ou mais)
    - Buscam definir **informações da natureza ou comportamento** do fenômeno
    - **Sinal de voz**: função de uma variável (**tempo**)
    - **Imagem**: pode ser definido por uma função de duas variáveis (**espaço**)

---

■ *\*Situações em que sinais não podem ser modelados por uma equação: sinais aleatórios<sup>3</sup>*

# Tipos de Sinais

## ❑ Sinal:

- ❑ Contínuo ➡ **estados** definidos em qualquer instante, **sem interrupção**
- ❑ Discreto ➡ **valores enumeráveis ou inteiros**, definidos a partir de um **intervalo**.
- ❑ **Sinal Analógico**
  - ❑ Variações contínuas no tempo (Ex., onda sonora)
- ❑ **Sinal Digital**
  - ❑ Pode assumir apenas valores discretos (Ex., Código Morse)

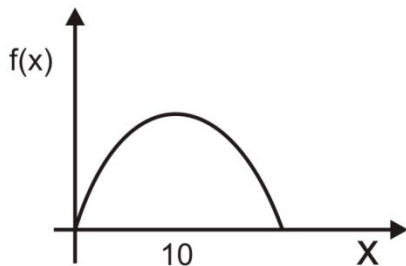
# Tipos de Sinais

## ■ Técnicas de análise de imagens

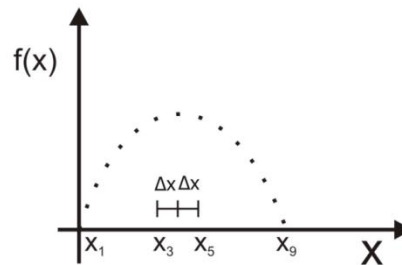
□ Requerem:

■ Funções  $\Rightarrow f(x)$  ou  $f(x,y)$   $\Rightarrow$  **formatos discretos**

## ■ Representações



Representação Contínua



Representação Discreta a Intervalos Constantes em  $x$



**Necessidade de:**

□ Observar a frequência de Amostragem

Estados podem ser definidos em qualquer instante de  $x$  (sem interrupção)

# Digitalização

- Definir apropriadamente a frequência de amostras
  - **Sinal** contínuo  $\Rightarrow$  **recuperado** a partir dos valores amostrados

- Considerar

- **Frequência espacial** de amostragem ( $F_a$ ) ( $\Delta x$ : intervalo em  $x$ )

$$F_a = 1/\Delta x$$

- **Teorema da amostragem** de **Whittaker-Shannon**:

- Sinal pode ser totalmente reconstruído se  $\Rightarrow \Delta x \leq 1/2B$

- $f(x)$  tem banda limitada no domínio da frequência  $[-B, B]$ , sendo  $B$  um número real.

- **Sinal  $f(x)$  com banda limitada**: a Transformada de Fourier  $F(u)$  fornece valores muito baixos para  $u$  fora do intervalo  $[-B, B]$ .

- **Na prática: Pelo menos uma amostra a cada meio período do sinal**

# Digitalização

- ❑ O limite de amostragem  $\frac{1}{2B}$  conhecido como:

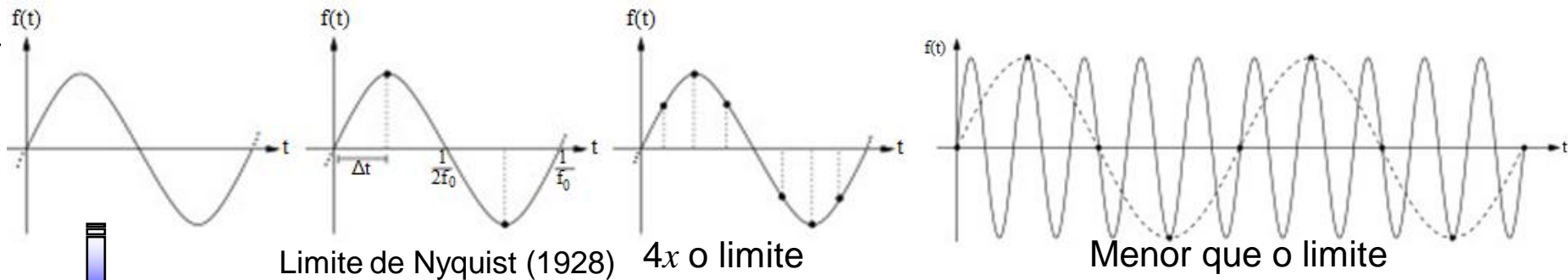
- **Limite de Nyquist (1928)**



- ❑ Aplicou nas áreas de telefonia e telegrafia
- ❑ **Mostrou que não era necessário transmitir o sinal de voz completo para que a conversação fosse compreendida**

# Digitalização

- Caso  $\Delta x \leq 1/2B$  não satisfeita: **aliasing**
- Comprometimento da completa recuperação do sinal
- Exemplo: sinal  $f(t) = a \sin(2\pi f_0 t)$ , com frequência  $f_0$ , amplitude  $a$  que varia no tempo  $t$



Banda limitada

$$f(t) : [-f_0, f_0]$$



# PDI Digitalização

## ■ Exemplo de frequência de amostragem

$$B_1 = 2/16$$



$$\Delta x \leq \frac{1}{2B_1} = 4$$

$$B_2 = 4/16$$



$$\Delta x \leq \frac{1}{2B_2} = 2$$

$$B_3 = 8/16$$



$$\Delta x \leq \frac{1}{2B_3} = 1$$

$$B_4 = 16/16$$



$$\Delta x \leq \frac{1}{2B_4} = \frac{1}{2}$$

# Digitalização

## ■ Extensão do teorema de Whittaker-Shannon

### □ Sinais $n$ -dimensionais

#### ■ Um sinal $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

□ Limite de Nyquist  $\Rightarrow$  imposto sobre **cada variável independente:**

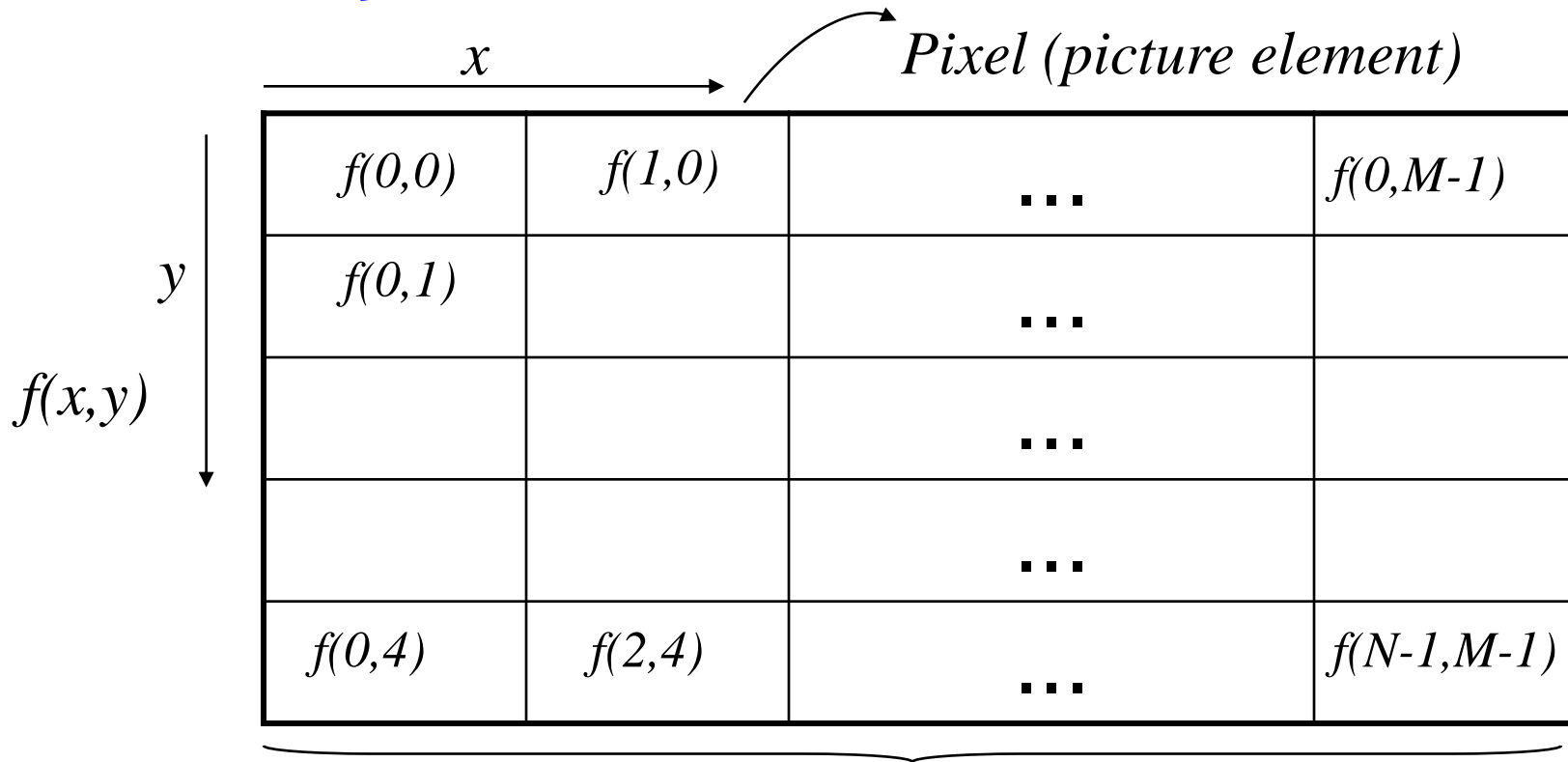
$$\Delta x_1 \leq 1/2B_1, \dots, \Delta x_n \leq 1/2B_n$$

□  $f(x, y)$   $\Rightarrow$  banda limitada  $2W_x$  e  $2W_y$   $\Rightarrow$  direções  $x$  e  $y$

□ Sinal reconstruído se:  $\Delta x \leq 1/2W_x$  e  $\Delta y \leq 1/2W_y$

# PDI Digitalização

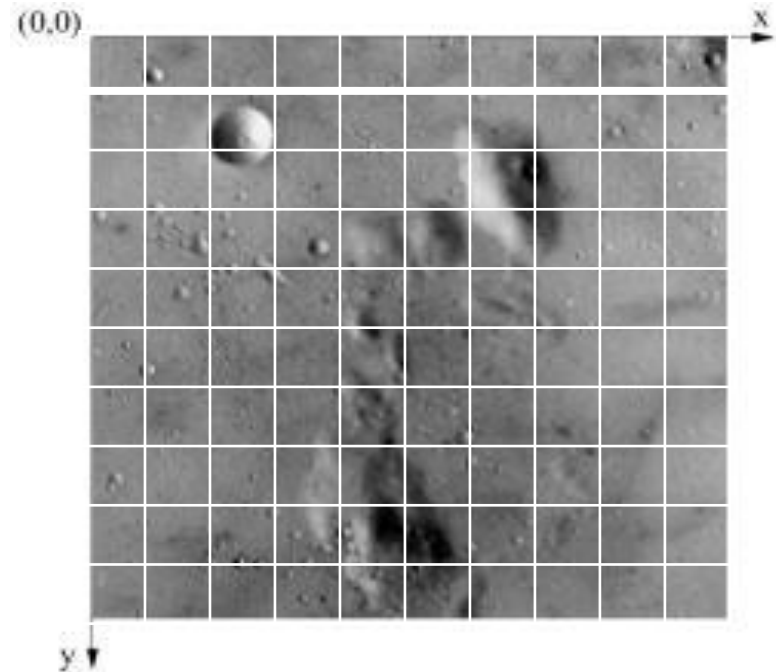
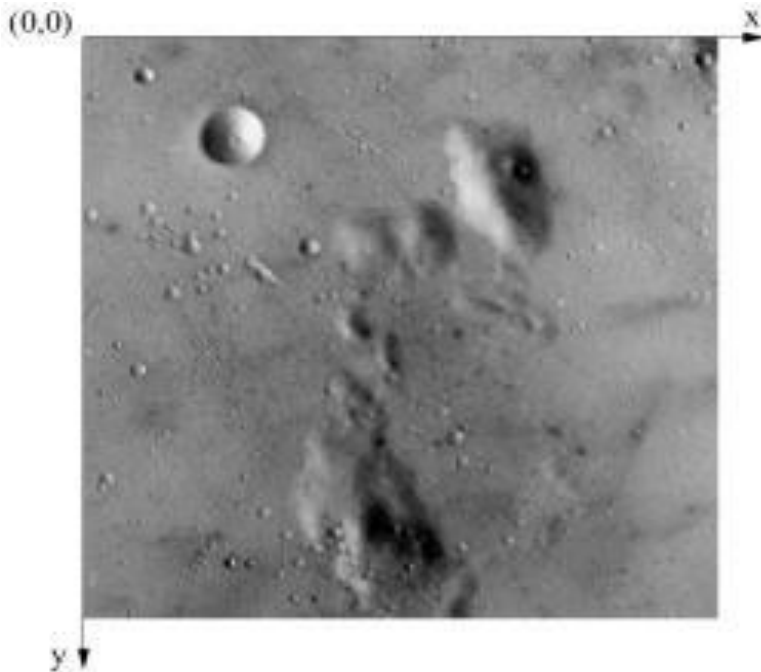
## ■ Definição: (Amostra igualmente espaçada: matriz)



- Cada elemento  $f(x,y)$ : **nomeado pixel** (acrônimo do inglês *picture element*), com  $0 \leq x \leq M-1$  e  $0 \leq y \leq N-1$ .

# PDI Digitalização


## ■ Exemplo:



- **Amostragem:** Discretização do domínio de definição da imagem nas direções  $x$  e  $y$

# Digitalização

## ■ Resolução espacial

- Quanto menor o intervalo de amostragem ( $\Delta x$ )  maior a densidade de pixels e maior resolução espacial.

## **Resolução espacial x Número de pixels**

## ■ Exemplo:

- 1ª. Imagem com 100x100 pixels: adquirida de uma área de 100cm x 100cm
- 2ª. Imagem 50x50 pixels: adquirida de uma área de 20cm x 20cm
  - 1ª imagem – cada pixel 1cm x 1cm
  - 2ª imagem – cada pixel 0,4cm x 0,4cm

# Digitalização

## ■ Amostragem Exemplos



(a)  $512 \times 512$



(b)  $256 \times 256$



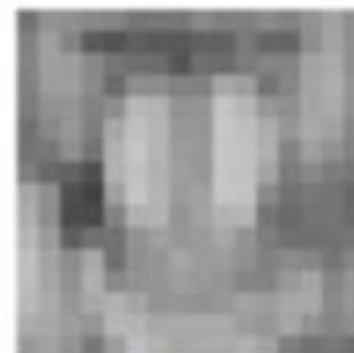
(c)  $128 \times 128$



(d)  $64 \times 64$



(e)  $32 \times 32$



(f)  $16 \times 16$

## ■ Luminância

- ❑ Valor associado a cada pixel  $L_{\min} \leq f(x,y) \leq L_{\max}$
- ❑ Convenção:
  - preto =  $L_{\min}$  (0)
  - branco =  $L_{\max}$  (255, por exemplo)

# Digitalização

## ■ Profundidade da Imagem (Taxa de Quantização)

- Definida pelo Número de níveis de cinza L

- Em que,  $L = 2^b$

- Exemplo:

- $L = 64 = 2^6$ 
    - 6 bits por pixel



(a) 64



(b) 32



(c) 16



(d) 8



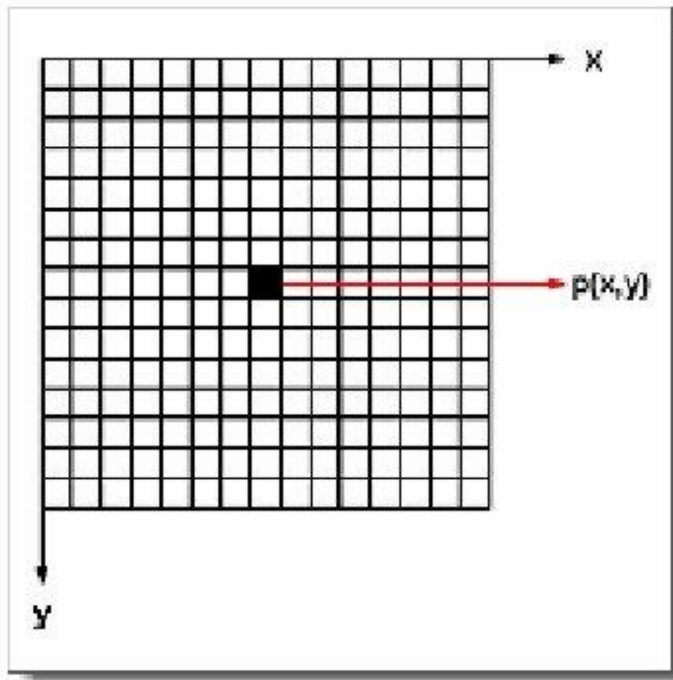
(e) 4



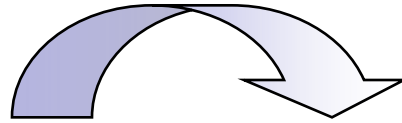
(f) 2



# PDI Digitalização



Reticulado uniforme da representação matricial da imagem.



Quantização ou  
Profundidade: 8 bits

47	52	64	132	153
51	58	121	149	142
49	99	143	144	164
94	135	161	170	199
138	165	180	212	213

Visualização da  
Profundidade

# Digitalização

## ■ Exemplos de Profundidades para Imagens Monocromáticas

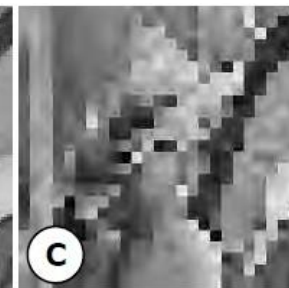
<b>Número de Bits para representação do pixel</b>	<b>Níveis de Cinza</b>
1	0,1
8	0 a 255
16	0 a 65.535

# Digitalização

## Relação



315x260 – 256 cores



Amostragem



64x53 – 256 cores

Profundidade

15	15	15	15	15	15	15
15	10	12	13	5	15	15
15	15	10	09	11	15	15
15	15	13	12	10	15	15
15	15	08	06	12	15	15
15	15	15	15	15	15	15

Codificação



64x53 - 16 cores

# PDI Digitalização

- Número de Bits de armazenamento para variações de  $N \times M$  (Monocromáticas)

Tamanho ( $N \times M$ ) (Amostragem)	Taxa de Quantização			
	1	2	3	8
32	1.024	2.048	3.072	8.192
64	4.096	8.192	12.288	32.768
128	16.384	32.768	49.152	131.072
1024	1.048.576	2.097.152	3.145.728	8.388.608

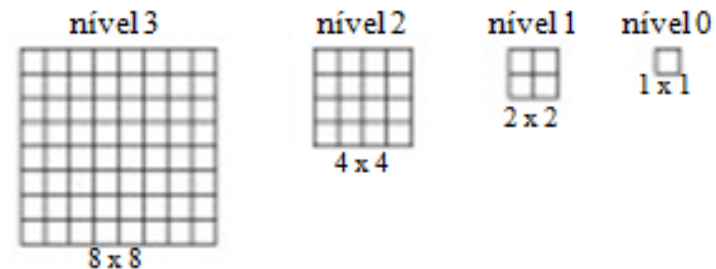
# Digitalização

- **Representação de Imagens Digitais**
  - **Múltiplas resoluções com uma pirâmide**
    - Representações hierárquicas.



- **Exemplo, Imagem  $N \times N$**

- Imagem original
- k versões reduzidas,
  - normalmente  $N/2 \times N/2$ ,  $N/4 \times N/4$ , ...,  $1 \times 1$  (nível 0)
- Pixel em um nível representa informação agregada de vários pixels no nível seguinte
  - Diferentes critérios podem ser adotados para o processo de redução



# Imagem Multibanda ou Multiespectral

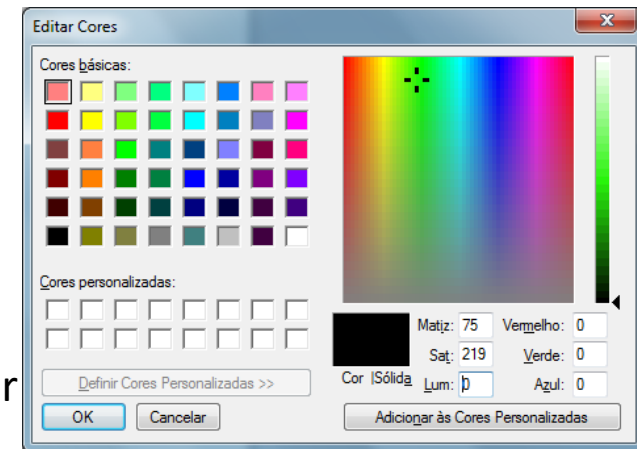
## ■ Imagem monocromática:

- Pixel com **valor escalar**:  $L_{\min} \leq f(x,y) \leq L_{\max}$

## ■ Imagens multibandas ou multiespectrais

- Pixel associado ao **valor vetorial**:

- $f(x,y) = (L_1, L_2, \dots, L_n)$ , em que  $L_{\min} \leq L_i \leq L_{\max}$ .
  - $L_i$  pode representar grandezas e intervalos diferentes
  - Representação de imagens coloridas
    - **Matiz (Hue)**: comprimento de onda dominante
    - **Saturação (Saturation)**: pureza do matiz
    - **Valor (value)**: brilho da luz
    - Ou, três cores primárias (**R, G, B**) com 1 byte por banda/pixel



# Imagem Multibanda ou Multiespectral

## ■ Imagens Coloridas (Multibandas)

- Cada *pixel* pode possuir  $n$  bandas espectrais.
  - Uso de três bandas visíveis (RGB): imagem colorida aos olhos humanos.



**(a) Imagem Colorida**



**(b) Banda Vermelha (Red)**



**(c) Banda Verde (Green)**

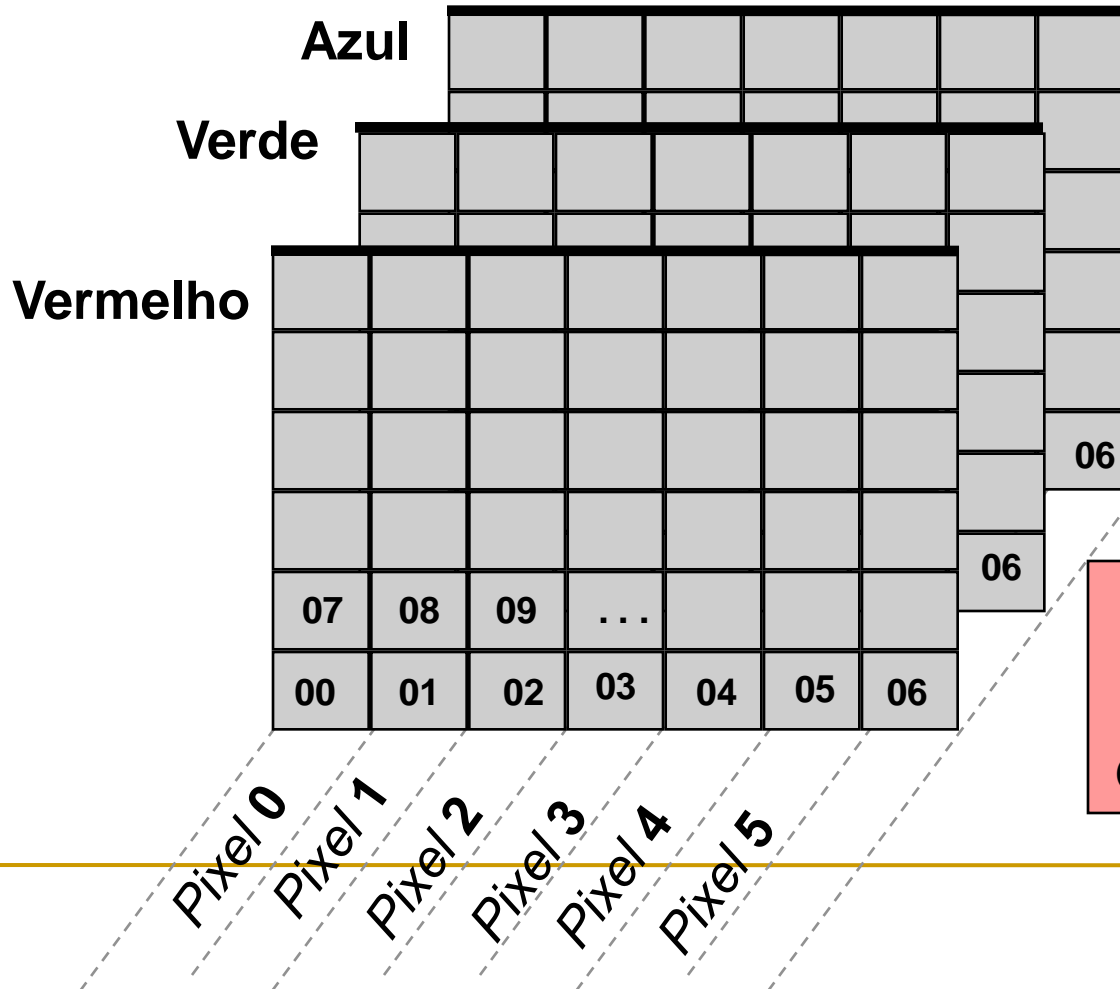


**(d) Banda Azul (Blue)**

# Imagem Multibanda ou Multispectral

## ■ Imagens Coloridas (Multibandas)

- Profundidade: 1 byte por pixel para cada banda (24 bits por pixel)



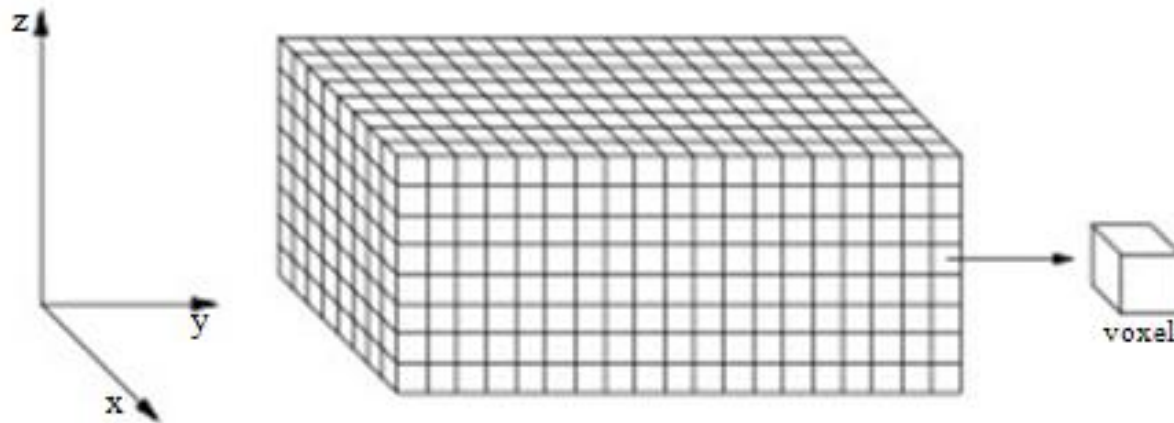
RGB para Níveis de Cinza: Depende de pesos  $R(0.2989)$ ,  $G(0.5870)$  e  $B(0.1140)$



- 
- Diagram illustrating the mapping from an image to a color map:
- An 8x8 grid labeled **imagem** is shown on the left.
  - An arrow points from a specific location in the **imagem** grid to a row in the **mapa de cores** table.
  - The **mapa de cores** table has columns **R**, **G**, and **B**, and rows indexed from 0 to 255.
  - The row indexed 2 is highlighted and labeled **magenta**, with values 255 in the **R** and **B** columns and 0 in the **G** column.

# Imagem Multidimensional

- Extensão dos conceitos de amostragem e quantização para um **espaço  $n$ -dimensional**
- Sequência de imagens no **eixo espacial  $z$  ou temporal  $t$** 
  - Imagens Monocromáticas
  - Multibandas
  - Outras informações



# Análise de intensidades

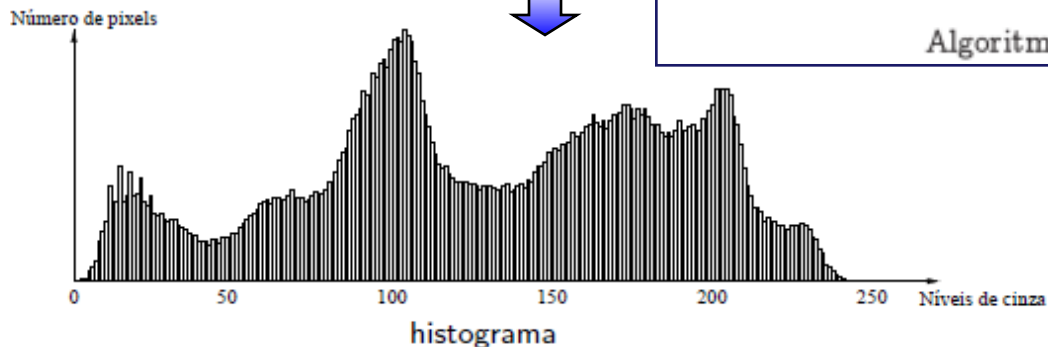
## Histograma

### Frequência de uma ocorrência

$$H = \sum_{i=1}^{L_{\max}} m_i, \quad m_i : \text{função que conta o número de ocorrências } i;$$

$L_{\max}$  : total de intervalos;

Caso 2D



Cálculo do histograma de uma imagem

```

1 // atribuir valor zero a todos os elementos do vetor
2 para i = 0 até Lmax faça
3     H[i] ← 0
4
5 // calcular distribuição dos níveis de cinza para cada pixel
6 // da imagem
7 para x = 0 até M - 1 faça
8     para y = 0 até N - 1 faça
9         H[f(x, y)] ← H[f(x, y)] + 1
  
```

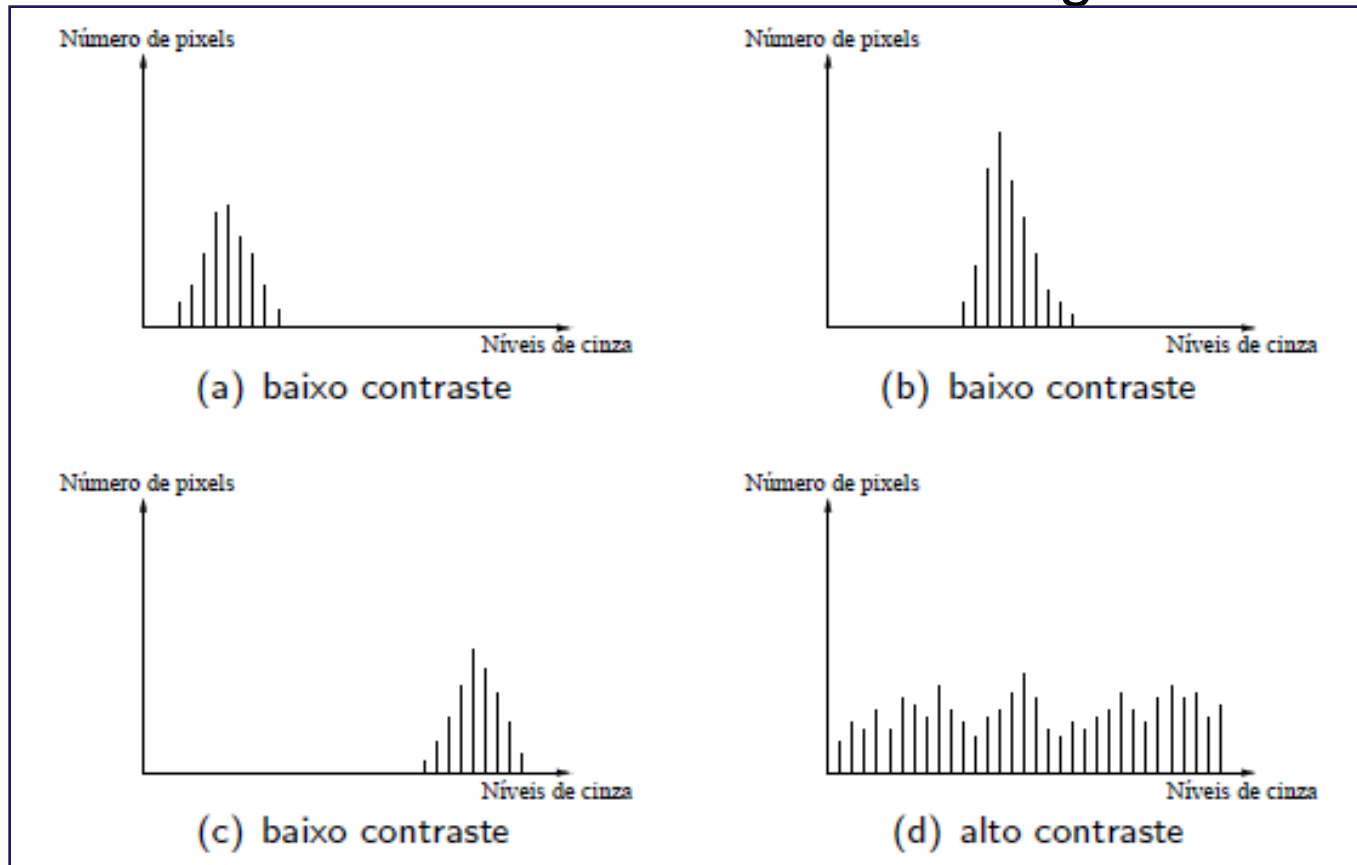
Algoritmo 4.1: Cálculo do histograma de uma imagem.

Histograma não tem informação  
posicional  
de pixel na Imagem

# Análise de intensidades

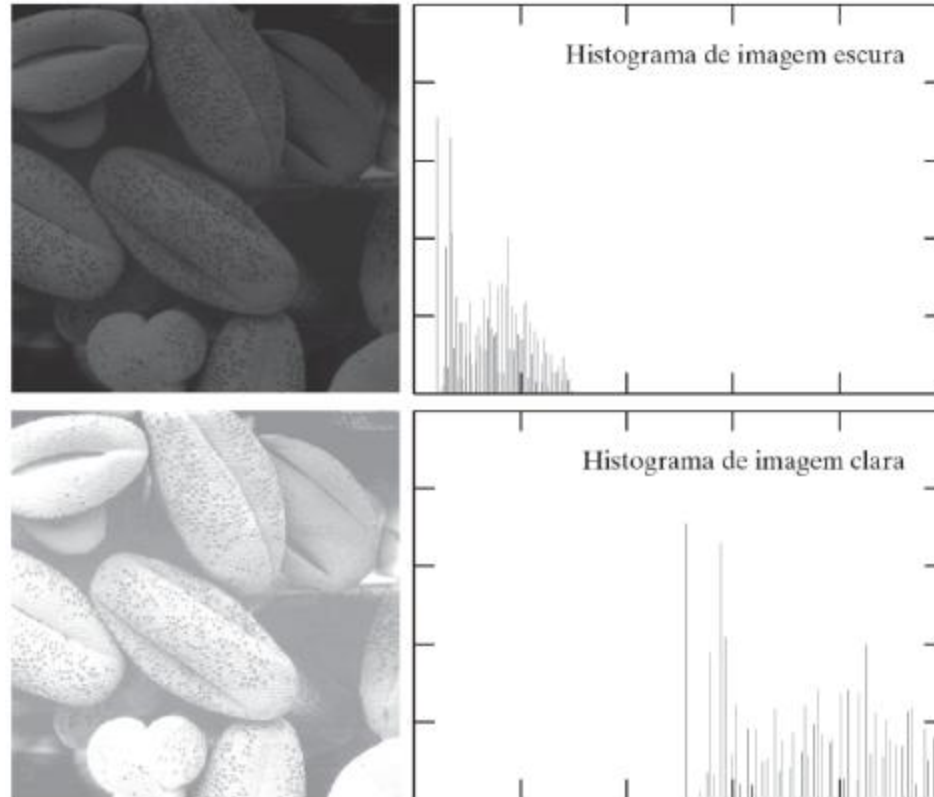
## ■ Histograma

- Permite avaliar o contraste de uma imagem



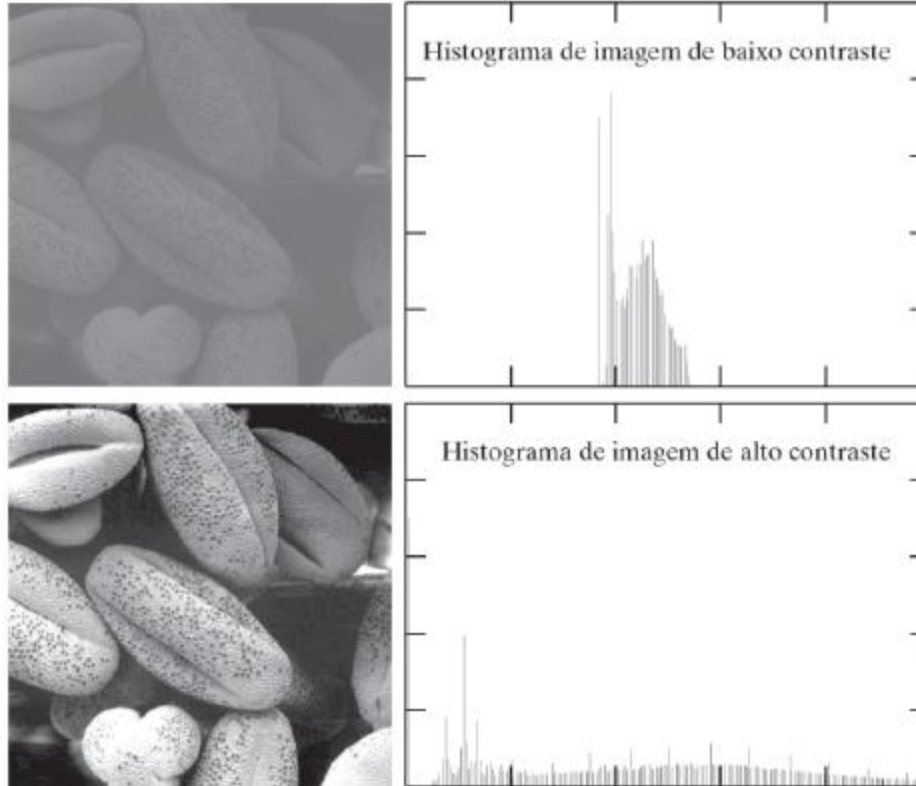
# Análise de intensidades

## ■ Histograma: Exemplos



# Análise de intensidades

## ■ Histograma: Exemplos



# Ruído em Imagens

- Degradação do sinal, pode ocorrer na etapa de:
  - **Aquisição, transmissão ou processamento**
  - **Ruído Aditivo ou Multiplicativo**
  - Representação
    - Uma **variável aleatória  $z$**  (nível de cinza)
    - Uma **função de densidade** de probabilidade  **$p(z)$**

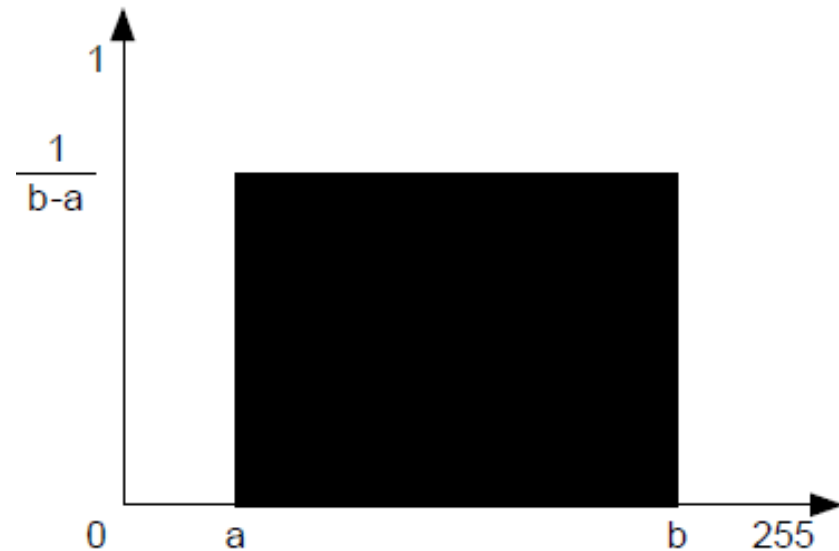
# Ruído em Imagens

## ■ Ruído Uniforme: Histograma uniforme

- A probabilidade de um valor de ruído ter tons de cinza entre  $a$  e  $b$  é:
  - $1/(b-a)$ , para  $b > a$ ;
  - Fora desta faixa é 0

## ■ Exemplo, $b = 200$ , $a = 100$ :

- Ruído uniforme no intervalo de 100 a 200
- Cada valor de nível de cinza tem a probabilidade de 0,01 (ou 1%).



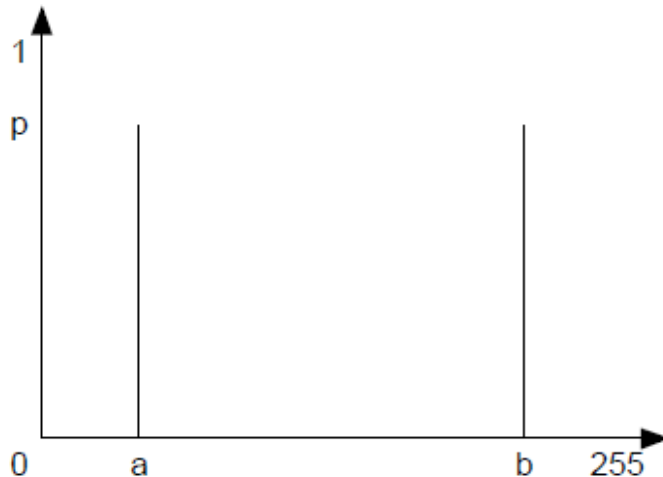


# Ruído em Imagens

## ■ Ruído impulsivo

- ❑ Ocorrência aleatória de pixels com valores de luminosidade bem distintos dos vizinhos
- ❑ Processos de Digitalização
- ❑ Exemplo: **sal-e-pimenta** (pixels brancos e pretos)

$$p(z) = \begin{cases} P_a, & \text{para } z = a \\ P_b, & \text{para } z = b \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$



# Ruído em Imagens

## ■ Ruído Gaussiano: Histograma Curva Gaussiana

### □ Sistemas de Aquisição

- Ruído que representa a degradação gerada por componentes eletrônicos
  - câmeras de vídeo.

### □ Densidade de probabilidade dada pela curva Gaussiana.

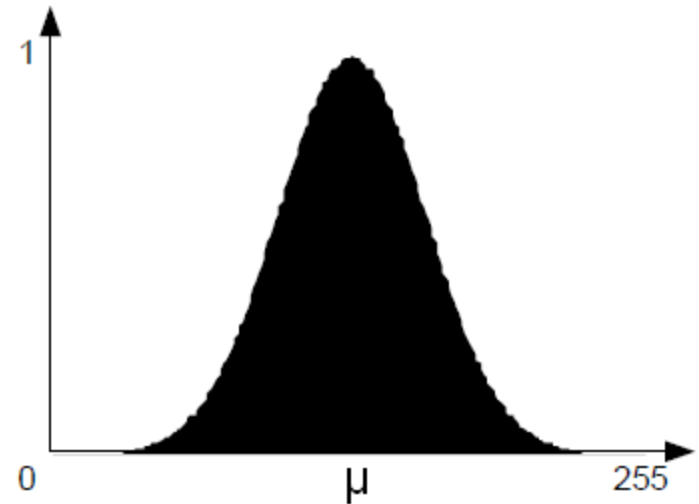
- Pixels com valores de intensidade variando conforme a distribuição Gaussiana

Caso Unidimensional

$$p(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

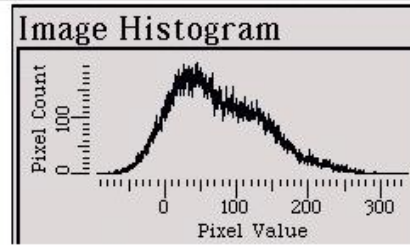
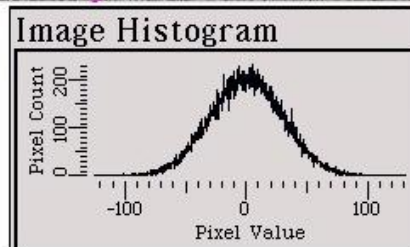
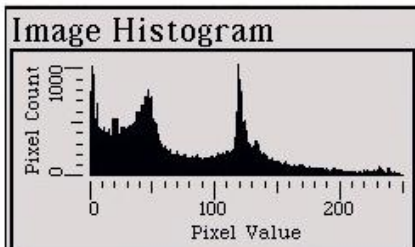
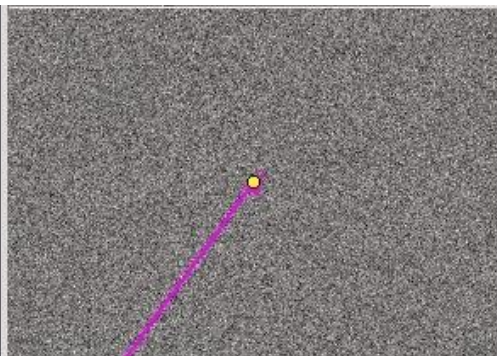
$\mu$  é a média;

$\sigma^2$  é a variância (largura do sinal)



# Ruído em Imagens

## ■ Ruído Gaussiano:



# Exercícios

1. Qual a diferença entre resolução espacial e profundidade de uma imagem?
2. Qual o tamanho de uma imagem gerada pela amostragem de uma região de  $200 \times 300 \text{ cm}^2$  em intervalos de 0,1mm na direção x e 0,2 mm na direção y?
3. Qual a profundidade em bits de uma imagem com 8192 níveis de cinza?
4. Considere um protocolo de transmissão de dados consistindo em pacotes com um bit de início, 8 bits de informação e um bit de parada. Qual o tempo (em segundos) necessário para se transmitir uma imagem de  $1024 \times 1024$  pixels com 256 níveis de cinza à taxa de transmissão de 9600 bits/segundo?
5. Os ruídos sal e pimenta e gaussiano foram apresentados em aula. Descreva outros ruídos que podem ser modelados em uma imagem.
6. Diferencie os conceitos de amostragem e quantização no processo de digitalização de imagens.
7. Escreva uma programa para fornecer, como respostas, a taxa de amostragem e a profundidade de uma imagem dada como entrada. Para tanto, reproduza as imagens apresentadas a seguir para testar o programa. Considere que as imagens têm dimensões:  $256 \times 256$  com 256 níveis de profundidade.

# Exercícios



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

# Exercícios

8. Escreva um programa capaz de fornecer o histograma de uma imagem dada como entrada. Em seguida, considere as imagens obtidas a partir do exercício 7 e aplique sobre cada uma os ruídos aditivos: sal e pimenta; uniforme, gaussiano e *poisson* (pesquisar sobre o comportamento deste ruído). As distribuições devem ser fornecidas pelo usuário. Após este processo, verifique o resultado obtido em cada imagem verificando possíveis alterações dos histogramas. Indique quais os tipos de dispositivos que podem inserir nas imagens os ruídos estudados.
9. Sabe-se que o ser humano é capaz de ouvir sons cujas frequências variam entre 20 Hz e 20kHz. Portanto, segundo o teorema de Nyquist, para que todas as frequências audíveis sejam registradas, qual a taxa de amostragem que deve ser aplicada?

# Referências

1. Pedrini, H., Schwartz, W. R. Análise de Imagens Digitais: Princípios Algoritmos e Aplicações. São Paulo: Thomson Learning, 2008.
2. González, R. C., Woods, R. E. Processamento de Imagens Digitais. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2000.
3. Marques Filho, O., Vieira Neto, H. Processamento Digital de Imagens, Rio de Janeiro: Brasport, 1999.

