

**РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА КОРОТКИХ ПЕРИОДАХ В СЛУЧАЕ  
ПЕРЕХОДНОГО СТРУКТУРНО-ПЕРЕМЕННОГО ХАРАКТЕРА РАЗВИТИЯ ЭКОНОМИКИ ПРИ  
НАЛИЧИИ ЗНАЧИТЕЛЬНЫХ СЕЗОННЫХ И СТОХАСТИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ КОМПОНЕНТ  
ВО ВРЕМЕННОМ РЯДУ.**

**МОДЕЛЬ НЕЛИНЕЙНО-АДДИТИВНОГО СЕЗОННОГО РАЗВИТИЯ С МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ  
СТОХАСТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИЕЙ ДЕКЛАРАТИВНО ОГРАНИЧЕННЫМ АВТОРЕГРЕССИОННЫМ  
РЯДОМ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ОСТАТКОВ.**

( Grinkevych's Model )

**ЧАСТЬ ПЕРВАЯ. ОБЩЕТЕОРЕТИЧЕСКАЯ.**

1.1 Есть две основных цели анализа временных рядов:

- а) определение природы ряда;
- б) прогнозирование (экстраполяционное вычисление будущих значений временного ряда по имеющимся фактическим сегодняшним и прошлым значениям).

1.2 В отличие от методов интерполяции, для которых достаточно выбрать приблизительную интерполирующую формулу без построения адекватной модели – ряды Тейлора, Мак-Лорана, Лагранжа, Чебышева или полиномы, прогнозирование требует, чтобы модель ряда была идентифицирована и, более-менее, формально описана. Как только модель определена, то есть, построена экстраполирующая формула, становится возможным с ее помощью интерпретировать проанализированные данные и оценивать её точность и адекватность, анализируя разницу между вычисленными моделью и фактическими значениями прогнозируемого показателя. Такая оценка за величиной и статистиками распределения имеет название **метод анализа остатков**.

1.3 В дальнейшем нам понадобятся очень важные понятия, которые используются в анализе временных рядов, такие как: тренд ряда, сезонная составляющая компонента ряда. Поэтому дальше дадим короткое объяснение данным элементам:

1.4 Формально **временной ряд** — это ряд наблюдений анализируемой случайной величины, сделанных в последовательные моменты времени. В чем же заключаются принципиальные отличия ряда от простой последовательности наблюдений, которые образуют случайную выборку? Этих отличий два: во-первых, в отличие от элементов случайной выборки члены временного ряда не являются статистически независимыми; во-вторых, члены часового ряда не являются одинаково распределенными.

1.5 **Трендом** называют неслучайную функцию, сформированную под действием общих или долгосрочных тенденций, которые влияют на временной ряд. Например, фактор роста исследуемого рынка может выступать как формирующая тенденция. Не существует автоматического способа выявления тренда во временном ряду. Однако, если тренд является монотонным (стойко возрастет или стойко уменьшается), то анализировать такой ряд обычно нетрудно.

1.6 Понятие **сезонной составляющей компоненты** используется для обозначения неслучайной функции, которая формируется на основе периодически повторяемых в определенное время года колебаний исследуемого ряда. Часто данную функцию измеряют в процентах, которые характеризуют сезонные отклонения от тренда. Для неё характерно, что каждое наблюдение очень похоже на соседнее, а также наблюдается повторяющаяся сезонная составляющая. Это значит, что каждое наблюдение также похоже на наблюдение, которое имело в том же месяце прошлого года. В целом, периодическая зависимость может быть формально определена как корреляционная зависимость порядка  $k$  между каждым  $i$ -м элементом ряда и  $(i-k)$ -м элементом. Ее можно вычислить с помощью автокорреляции (то есть корреляции между самими членами ряда);  $k$  обычно называют лагом (иногда употребляют эквивалентные термины: сдвиг, запаздывание). Если ошибка измерения не слишком большая, то сезонность можно определить визуально, рассматривая поведение членов ряда через каждые  $k$  временных единиц.

**ЧАСТЬ ВТОРАЯ. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР МЕТОДОВ CENSUS.**

2.1 Методы Census, созданные в Бюро Переписи США, предусматривают аддитивную или мультипликативную декомпозицию временного ряда  $X$  на трендовую  $T$ , циклическую  $C$ , сезонную  $S$  и случайную (нерегулярную, или флуктуационную)  $I$  составные компоненты. В общем виде:

$$X_t = T_t + C_t + S_t + I_t$$

или

$$X_t = T_t \cdot C_t \cdot S_t \cdot I_t$$

2.2 Определённые этими методами составные компоненты используются для последующего покомпонентного среднесрочного прогноза рядами Мак-Лорана, Тейлора, линейной экстраполяцией, экспоненциальным сглаживанием, сплайновыми, и другими методами, то есть вычисляется объем прогнозируемых данных не более чем на 10% от объема наблюдений за прошлые периоды.

2.3 Однако, попытка использовать этот метод хотя бы для прогноза на год вперед, на основе показателей воздушного движения в РПИ Украины за последние 5 лет (минимальное число полных циклов, предусмотренное методами Census) приводит к выявлению (в терминах методов Census) слишком большой случайной (нерегулярной, или флуктуационной) составляющей компоненты I уже на этапе декомпозиции. Это значительно ухудшает доверительный интервал прогнозируемых показателей, то есть точность прогноза. Например, при анализе общих объемов “единиц обслуживания” в РПИ Украины среднеквадратичное значение компоненты I составляло 6% от среднемесячного показателя. Более того, были обнаружены регулярные, но формально несезонные, значительные “выбросы” (spikes) с величиной около 14% от среднемесячного. Увеличение числа проанализированных лет еще более ухудшает точность разложения на компоненты метода Census.

2.4 Такая неадекватность стандартного метода Census объясняется аномальным (форс-мажорным) влиянием на развитие воздушного движения в РПИ Украины кризисных событий, таких, как распад СССР и дефолт в 1998 года в России. Характерный признак переходной экономики – быстрые изменения показателей и качественная перестройка ее структуры. Быстрое изменение темпов, а иногда и направлений развития показателей означает, что методы анализа стационарных процессов становятся малопригодными в результате неприспособленности к процессам с нелинейным и нестационарным характером. Значительную роль в формировании экономических процессов начинают играть нестационарные сезонные колебания. Анализируя характер изменений сезонных колебаний, можно качественно описать структуру и тенденции их развития и построить адекватную модель для количественного анализа и прогнозирования.

2.5 Также при анализе была обнаружена значительная гетероскедастичность случайной компоненты I, неоднородность её дисперсии и корреляция с трендом и сезонной составляющей компонентой.

2.6 Поэтому прогнозирование на основе методов Census является некорректным и нецелесообразным.

2.7 Учитывая это, было принято решение на основе изучения всемирного опыта, анализа и совершенствования существующих методов типа Census, Фурье-анализа, АРПСС, экспоненциального сглаживания, метода Хольта и концепции авторегрессионной условной гетероскедастичности Роберта Энгла разработать собственную модель для среднесрочного и долгосрочного прогнозирования развития воздушного движения в РПИ Украины.

### **ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРИНЦИПЫ.**

3.1 В 2003 году была создана и усовершенствована в 2004 году модель нелинейно-аддитивного сезонного развития с мультипликативной стохастической коррекцией декларативно ограниченным авторегрессионным рядом относительных остатков (Grinkevych's model).

3.2 В отличие от стандартных методов Census в этой модели вводится стохастическая составляющая компонента  $\Delta$  (фактически — устоявшиеся скачкообразные и постепенные интервенции), которая не является флуктуационным шумом, но не может быть включена в тренд-циклическую или сезонную составляющую компоненту:

$$X_t = T_t + C_t + S_t + \Delta_t + I_t$$

3.3 На Украине, в отличие от России, не существует формального и фактического монополиста, подобного “Аэрофлоту”, который имел бы возможность пользоваться “приоритетными” нерыночными преимуществами относительно других пользователей воздушного пространства, поэтому если появляются дополнительные коммерческие интересы – временные, или на новых направлениях, то воспользоваться ими может любой авиаперевозчик, и наоборот, при потере рентабельности в какой-то период, или на каком-то направлении, любой авиаперевозчик имеет возможность выполнять компенсирующие рейсы на других маршрутах и в другие периоды. Принимая во внимание также тот факт, что авиатранспорт, как и любой

другой вид транспорта, не является отраслью с непосредственным потреблением, а обслуживает имеющиеся интересы других отраслей экономики, используется формула мультипликативной коррекции:

$$X_t = TS_t \cdot (1 + \varepsilon_t) + I_t$$

3.4 В этой формуле TS – предварительно сформированная базовая нелинейно-аддитивная модель сезонного развития,  $\varepsilon$  – стохастический корректор, который вычисляется, как декларативно ограниченный авторегрессионный ряд из относительных остатков (погрешностей) между X и TS за анализируемый промежуток времени.

## ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ. IMPLEMENTATION.

4.1 Базовая нелинейно-аддитивная модель сезонного развития определяется формулой:

$$TS(m, n) = (1 + \alpha_T \cdot (n - n_0))^{\beta_T} \cdot \frac{V_0}{12} + (1 + \alpha_S \cdot (n - n_0))^{\beta_S} \cdot \sum_{i=1}^5 A_i \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{12} \cdot (i \cdot m - \varphi_i)\right)$$

где использованы следующие обозначения:

$TS$  - базовое значение прогнозируемого показателя в m-й месяц n-го года.

$m \{1..12\}$  - номер месяца

$n \{ \geq 2002 \}$  - номер года

$n_0 \{ =2002 \}$  - номер “начального года”

$\alpha_T \{ \text{без ограничений} \}$  - годовой прирост тренда прогнозируемого показателя (неизвестное)

$\beta_T \{0..1\}$  - степень нелинейности годового прироста тренда прогнозируемого показателя (неизвестное)

$V_0 \{ \text{без ограничений} \}$  - объем прогнозируемого показателя в “начальный год” (неизвестное)

$\alpha_S \{ \text{без ограничений} \}$  - годовой прирост сезонной составляющей прогнозируемого показателя (неизвестное)

$\beta_S \{0..1\}$  - степень нелинейности годового прироста сезонной составляющей прогнозируемого показателя (неизвестное)

$A_i \{ \text{без ограничений} \}$  - амплитуда i-й гармоники сезонной составляющей прогнозируемого показателя (неизвестное)

$\varphi_i \{0..12\}$  - фаза i-й гармоники сезонной составляющей прогнозируемого показателя (неизвестное)

4.2 Использован самый простой вариант для моделирования развития сезонной составляющей компоненты. В случае значительных структурных изменений в экономике необходимо рассматривать отдельно развитие каждой гармоники сезонной составляющей компоненты, а также считать  $\varphi_i$  не константой, а функцией от времени.

4.3 Для компенсации факторов, приведенных в п.2.5 неизвестные ищутся непрямым методом наименьших квадратов, то есть как такие, что обеспечивают минимальную сумму квадратов относительных остатков (погрешностей) за анализируемый промежуток времени между фактическими значениями прогнозируемого показателя и значениями базовой модели прогнозируемого показателя за исключением форс-мажорных периодов. Целевой функцией минимизации является

$$S_{TS} = \sum_{m,n} \left( \gamma(m, n) \cdot \frac{TS(m, n) - X(m, n)}{TS(m, n)} \right)$$

где  $\gamma(m, n)$  - признаковый множитель, который равняется 0 для форс-мажорных периодов и 1 для всех других.

4.4 В отличие от методов Census, эта модель определяет взаимно-независимый нелинейный характер развития как тренда (фактически интерполирует начальный этап длинноциклической тенденции “волн Кондратьева”), так и сезонной составляющей компоненты, что повышает точность прогнозирования, и позволяет изымать из аналитического рассмотрения периоды форс-мажора, что в других моделях имеет название пропуска выбросов, игнорирование аномальных наблюдений или искусственной анти-интервенции. Периоды форс-мажора выделяются как такие, что имеют значительное (более 10%) отклонение от базового значения прогнозируемого показателя в результате временной интервенции и для которых существует исторически определенный фактор, действие которого не предусматривается как гарантированно (вероятно)

повторенное в будущем. Например, введение в действие скоростных линий железнодорожного транспорта и тоннеля под Ла-Маншем значительно повлияло на воздушное движение на соответствующих направлениях, но их влияние будет существовать в течение всего периода эксплуатации тоннеля, и поэтому они не могут считаться форс-мажорными обстоятельствами. Аналогично, строительство новой ВПП в Борисполе значительно повлияло как на развитие воздушного движения в РПИ Украины, так и на перераспределение существующих потоков. В случае значительного инвестирования в рекреационную инфраструктуру южного берега Крыма, что повысит качество обслуживания до всемирных стандартов, логично ожидать пропорционального повышения показателей воздушного движения с остро выраженным сезонным влиянием. В отличие от этих примеров, значительное уменьшение показателей воздушного движения после событий 11 сентября имело временный, форс-мажорный характер, и поэтому должно быть исключено, как форс-мажорная, временная интервенция из анализа.

4.5 Обнаруженная на этом этапе разница между базовой моделью и фактическими значениями прогнозируемого показателя за анализируемый промежуток времени используется в следующем этапе мультипликативной стохастической коррекции. С целью упрощения расчетов и маскировки влияния ложных автокорреляций используется декларативно ограниченный авторегрессионный ряд из относительных остатков (погрешностей) между  $X$  и  $TS$  за анализируемый промежуток времени элементами с лагами  $-1$ ,  $-3$  и  $-12$  месяцев, который определяется формулой:

$$F(m, n) = TS(m, n) \cdot \left( 1 + K_{-1,0} \cdot \frac{X(m-1, n) - TS(m-1, n)}{TS(m-1, n)} + K_{-3,0} \cdot \frac{X(m-3, n) - TS(m-3, n)}{TS(m-3, n)} + K_{0,-1} \cdot \frac{X(m, n-1) - TS(m, n-1)}{TS(m, n-1)} \right)$$

где использованы следующие обозначения:

$F$  - стохастически откорректированное значение прогнозируемого показателя в  $m$ -й месяц  $n$ -го года

$K_{-1,0} \{0..1\}$  - взвешивающий коэффициент влияния “ближней” стохастики (неизвестное)

$K_{-3,0} \{0..1\}$  - взвешивающий коэффициент влияния “средней” стохастики (неизвестное)

$K_{0,-1} \{0..1\}$  - взвешивающий коэффициент влияния “дальней” стохастики (неизвестное)

$$\sum K = 1$$

4.6 Для компенсации факторов, приведенных в п.2.5 неизвестные ищутся непрямым методом наименьших квадратов, то есть как такие, что обеспечивают минимальную сумму квадратов относительных остатков (погрешностей) за анализируемый промежуток времени между фактическими значениями прогнозируемого показателя и откорректированными значениями прогнозируемого показателя за исключением форс-мажорных периодов. Целевой функцией минимизации является

$$S_F = \sum_{m,n} \left( \gamma(m, n) \cdot \frac{F(m, n) - X(m, n)}{F(m, n)} \right)$$

где  $\gamma(m, n)$  - признаковый множитель, который равняется 0 для форс-мажорных периодов и 1 для всех других.

4.7 В отличие от экспоненциального сглаживания и метода АРПСС вместо взвешенного усреднения со значениями прогнозируемого показателя и их фактическими значениями проводится мультипликативная коррекция на основе декларативно ограниченного авторегрессионного ряда из относительных остатков (погрешностей) между значениями предварительно сформированной базовой нелинейно-аддитивной модели сезонного развития и фактическими показателями, то есть в формуле п.4.5 для коррекции используются значения  $TS$  за прошлые периоды, а не  $F$ .

Версия 1.3

(C) 2005-2019

Дмитрий Гринкевич

gridl@mail.com