

IFT503/711 – Théorie du calcul  
Université de Sherbrooke

## Devoir 2

Enseignant: Dave Touchette  
 Date de remise: jeudi 3 février 2022 à 10h29  
 À réaliser: individuellement ou à deux au 1<sup>er</sup> cycle  
 individuellement aux cycles supérieurs  
 Modalités: à remettre en ligne sur Turnin  
 Pointage: sur 40 points au 1<sup>er</sup> cycle (+ 4pts bonus pour ★)  
 sur 50 points aux cycles supérieurs

### Question 1.

- (a) Si  $A \leq_m B$  et  $B$  est un langage régulier (i.e., il existe un automate fini déterministe  $D$  tel que  $B = L(D)$ ), est-ce que ça implique que  $A$  est un langage régulier ? Justifiez votre réponse. 5 pts
- (b) Montrez que pour toute paire de langages  $A$  et  $B$ , il existe un langage  $C$  tel que  $A \leq_m C$  et  $B \leq_m C$ . 5 pts

### Question 2.

- (a) Montrez que n'importe quel sous-ensemble infini de  $MIN_{TM} = \{\langle M \rangle : M \text{ est une MT minimale}\}$  n'est pas reconnaissable. 5 pts
- (b) Soit  $G = \{\langle M \rangle : M \text{ est une MT qui accepte } ww \text{ si elle accepte } w\}$ . Montrez que  $G$  est indécidable. 5 pts
- (c) Soit  $SINGLE_{TM} = \{\langle M \rangle : M \text{ est une MT tel que } |L(M)| = 1\}$ . Montrez que  $SINGLE_{TM}$  est indécidable. 5 pts
- (d) On dit d'un langage  $P$  qui contient des chaînes encodant des MTs qu'il est une propriété des langages des MTs si pour toute paire de MTs  $M_1$  et  $M_2$  satisfaisant  $L(M_1) = L(M_2)$ , il est vrai que  $\langle M_1 \rangle \in P$  si et seulement si  $\langle M_2 \rangle \in P$ . Pour  $MIN_{TM}$ ,  $G$  et  $SINGLE_{TM}$ , dites si ces langages sont des propriétés des langages des MTs. 5 pts

### Question 3.

Soit  $J = \{w : \text{soit } w = 0x \text{ pour } x \in A_{TM}, \text{ ou } w = 1y \text{ pour } y \in \overline{A_{TM}}\}$ . Montrez que ni  $J$  ni  $\bar{J}$  n'est Turing-reconnaissable. 10 pts

### ★ Question 4. (cycles supérieurs)

Soit  $A'_{TM} = \{\langle M, w \rangle : M \text{ est une MT à oracle et } M^{A_{TM}} \text{ accepte } w\}$ . Montrez que  $A'_{TM}$  est indécidable relativement à  $A_{TM}$ . ★ 10 pts